

ISSN 2413-452X

ПАЁМИ
ДОНИШГОҶИ МИЛЛИИ ТОҶИКИСТОН
Баҳши илмҳои табиӣ
2023. №3.

ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук
2023. № 3.

BULLETIN
OF THE TAJIK NATIONAL UNIVERSITY
Series of natural sciences
2023. No.3.



МАРКАЗИ
ТАБЪУ НАШР, БАҶАРДОН ВА ТАРҶУМА
ДУШАНБЕ – 2023

**ПАЁМИ ДОНИШГОҲИ МИЛЛИИ ТОҶИКИСТОН
БАҲШИ ИЛМҲОИ ТАБИЙ**

Муассиси маҷалла:

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
Маҷалла соли 2012 таъсис дода шудааст.
Дар як сол 4 шумора нашр мегардад.

САРМУҲАРИР:

Хушвахтзода Қобилҷон Хушвахт *Доктори илмҳои иқтисодӣ, профессор, Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

МУОВИНИ САРМУҲАРИР:

Сафармамадов Сафармамад *Доктори илмҳои химия, профессор, муовини ректор оид ба илми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*
Муборакшоевич

МУОВИНИ САРМУҲАРИР:

Исмонов Кароматулло Бадридинович *Номзади илмҳои филологӣ, дотсент, директори Маркази таъбу нашр, баргардон ва тарҷумани Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ

01.01.01 – Математика

Рачабов Нусрат Рачабович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Сабитов Камил Басирович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор, академики АИ Ҷумҳурии Бошқирдистон*
Одинаев Раим Назарович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Шабозов Мирганд Шабозович *Доктори илмҳои физикаю математика, академик*
Сатторов Абдуманон Сатторович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*

Шерматов Нурмахмад *Доктори илмҳои техникӣ, профессор*

Маҷалла ба Феҳристи нашрияҳои илми тақризиавандаи Комиссияи олии аттестатсионии Федератсияи Русия аз 03.06.2016, №1922 ворид гардидааст.

Маҷалла мақолаҳои илми соҳаҳои зерини илмро барои ҷоп қабул менамояд: **01.01.00 – Математика; 01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Илмҳои кимиё.**

Маҷалла дар Индекси иқтибосҳои илми Русия (РИНЦ) ворид карда шудааст ва пайваста дар системаи индексатсионии мазкур дар бораи шумораҳои ҷопшуда маълумот ворид менамояд.

Маҷалла бо забонҳои тоҷикӣ, русӣ ва англисӣ нашр мешавад.

Маҷалла сомонаи расмӣ худро дорад, ки дар он матни муқаммалӣ маводи ҷопӣ ҷойгир карда шудааст (www.vestnik-tnu.com).

**Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон.
Баҳши илмҳои табиӣ**

– 2023. – №3.

ISSN 2413-452X

Маҷалла дар Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон № 183/МҶ-97 аз 19.02.2021 ба қайд гирифта шудааст.

Маҷалла дар Маркази таъбу нашр, баргардон ва тарҷумани ДМТ барои нашр таҳия мегардад. Нишонии Марказ:

734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон,
ш. Душанбе, хиебони Рудаки, 17.

Сомонаи маҷалла: www.vestnik-tnu.com

E-mail: vestnik-tnu@mail.ru

Телефон: (+992 37) 227-74-41

01.04.00 – Физика

Двинин Сергей Александрович *Доктори илмҳои физикаю математика, дотсент*
Солихов Давлат Қуватович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Махсудов Барот Исломович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Рашидов Чалил Рашидович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Абдуллоев Хасан Муминҷонович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Комилов Қосим *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Султонов Низом Султонович *Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*

02.00.00 – Илмҳои кимиё

Дегтев Михаил Иванович *Доктори илмҳои химия, профессор*
Чураев Тухтасун Чураевич *Доктори илмҳои химия, профессор*
Самихов Шонаврӯз *Доктори илмҳои химия, профессор*
Мурзубраимов Бектемир Мурзубраимович *Доктори илмҳои химия, профессор*
Кустов Андрей Владимирович *Доктори илмҳои химия, профессор*
Ибрагимов Дилшод *Доктори илмҳои химия, профессор*
Суяров Қурбонхон Чураевич *Номзади илмҳои химия, дотсент*
Рачабов Сирочиддин *Доктори илмҳои химия, профессор*

© ДМТ, 2023

**ВЕСТНИК ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

Учредитель журнала:
Таджикский национальный университет
Журнал основан в 2012 г. Выходит 4 раз в год.

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР ЖУРНАЛА:

Хушвахтзода Кобилджон Хушвахт *Доктор экономических наук, профессор, ректор Таджикского национального университета*

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

Сафармамадов Сафармамад Муборакшоевич *Доктор химических наук, профессор, проректор по науке Таджикского национального университета*

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

Исмонов Кароматулло Бадридинович *Кандидат филологических наук, доцент, директор Издательского центра Таджикского национального университета*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

01.01.00 – Математика

Раджабов Нусрат Раджабович *Доктор физико-математических наук, профессор, академик АН РТ*

Сабитов Камил Басирович *Доктор физико-математических наук, профессор, академик АН Республики Башкортостан*

Одинаев Раим Назарович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Шабозов Мирганд Шабозович *Доктор технических наук, профессор*

Сатторов Абдуманон Сатторович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Шерматов Нурмахмад *Доктор технических наук, профессор*

01.04.00 – Физика

Двинин Сергей Александрович *Доктор физико-математических наук, доцент*

Солихов Давлат Куватович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Махсудов Барот Исломович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Рашидов Джалил Рашидович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Абдуллоев Хасан Муминджанович *Доктор физико-математических наук, профессор*

Комилов Косим Султонов *Доктор физико-математических наук, профессор*

Низом Султонович *Доктор физико-математических наук, профессор*

02.00.00 – Химические науки

Дегтев Михаил Иванович *Доктор химических наук, профессор*

Джураев Тухтасун Джураевич *Доктор химических наук, профессор*

Самихов Шонавруз Мурзубраимов *Доктор химических наук, профессор*

Бектемир Мурзубраимович Кустов *Доктор химических наук, профессор*

Андрей Владимирович Ибрагимов *Доктор химических наук, профессор*

Дилшод Суяров *Кандидат химических наук, доцент*

Курбонхон Джураевич Раджабов *Доктор химических наук, профессор*

Сироджиддин *Доктор химических наук, профессор*

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки Российской Федерации от 03.06.2016, №1922.

Журнал принимает научные статьи по следующим отраслям науки: 01.01.00 – Математика; 01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Химические науки.

Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), регулярно предоставляет в РИНЦ информацию в виде метаданных.

Журнал издается на таджикском, русском и английском языках.

Журнал имеет официальный сайт (www.vestnik-tnu.com), в котором размещаются полнотекстовые версии опубликованных материалов.

Вестник Таджикского национального университета.

Серия естественных наук.

– 2023. – №3.

ISSN 2413-452X

Журнал зарегистрирован в Министерстве культуры Республики Таджикистан. Свидетельство №183/ЖР-97, от 19.02.2021

Журнал подготавливается к изданию в Издательском центре ТНУ.

Адрес Издательского центра:

734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.

Сайт журнала: www.vestnik-tnu.com

E-mail: vestnik-tnu@mail.ru

Телефон: (+992 37) 227-74-41

© ТНУ, 2023

BULLETIN OF THE TAJIK NATIONAL UNIVERSITY

Series of natural sciences

Founder of the journal:

TAJIK NATIONAL UNIVERSITY

The journal was established in 2012. Issued 4 times a year.

CHIEF EDITOR:

**Khushvahtzoda Kobiljon
Hushvaht**

Doctor of Economic Sciences, Professor, Rector of the Tajik National University

DEPUTY CHIEF EDITOR:

**Safarmamadov
Safarmamad
Muborakshoevich**

Doctor of Chemical Sciences, Professor, Vice-rector for Science of the Tajik National University

DEPUTY CHIEF EDITOR:

**Imonov Karomatullo
Badridinovich**

Candidate of philology sciences, associate professor, director of the Publishing Center of the Tajik National University

MEMBERS OF THE EDITORIAL BOARD:

01.01.00 - Mathematics

**Rajabov
Nusrat Rajabovich
Sabitov Kamil Basirovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician

Odinaev Raim Nazarovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

**Shabozov Mirgand
Shabozovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician

**Sattorov Abdumanon
Sattorovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Shermatov Nurmahammad

Doctor of Technical Sciences, Professor

01.04.00 - Physics

**Dvinin Sergei
Aleksandrovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Solihov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Davlat Kuvatovich

Makhsudov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Barot Islomovich

Rashidov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Jalil Rashidovich

Abduloev

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Hasan Muminjanovich

Komilov Kosim

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Sultonov

Nizom Sultonovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

02.00.00 - Chemical sciences

Degtev

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Mikhail Ivanovich

Juraev

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Tukhtasun Juraevich

Samihov Shonavruz

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Murzubraimov

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Bektemir Murzubraimovich

Kustov

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Andrei Vladimirovich

Ibragimov Dilshod

Doctor of Chemical Sciences, Professor

Suyarov

Candidate of chemical sciences, associate professor

Kurbonkhon Ouraevich

Rajabov Sirojiddin

Doctor of Chemical Sciences, Professor

The journal is included in the List of peer-reviewed scientific journals of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation from 03.06.2016, No. 1922.

The journal accepts scientific articles on the following scientific specialties: 01.01.00 - Mathematics; 01.04.00 - Physics; 02.00.00 - Chemical sciences.

The journal is included in the database of the Russian Scientific Citation Index (RSCI).

The journal is printed in Tajik, Russian and English languages.

Full-text versions of published materials are posted on the official website of the journal (www.vestnik-tnu.com).

Bulletin of the Tajik National University.

Series of natural sciences

– 2023. – №3.

ISSN 2413-452X

The journal is registered in the Ministry of Culture of the Republic of Tajikistan, No.183\М\Б-97, 19.02.2021.

The journal is being prepared for publication in the Publishing Center of TNU.

Address of the Publishing Center:
17, Rudaki Avenue, Dushanbe, 734025,
Republic of Tajikistan,

Web site of the journal: www.vestnik-tnu.com

E-mail: vestnik-tnu@mail.ru

Phone: (+992 37) 227-74-41

МАТЕМАТИКА

УДК: 517.962

О ПЕРЕОПРЕДЕЛЁННОЙ СИСТЕМЕ ТРЁХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, КОГДА ОСНОВНЫМ УРАВНЕНИЕМ ЯВЛЯЕТСЯ ТРЕТЬЕ УРАВНЕНИЕ.

Раджабов Н., Хомидов С.М.

Таджикский национальный университет

Через Ω , обозначим параллелепипед
 $\Omega = \{(x, y, z): a < x < a_0, b < y < b_0, c < z < c_0\}$. Соответственно обозначим
 $\Omega_1 = \{(x, y): a < x < a_0, b < y < b_0, z = c\}$, $\Omega_2 = \{(x, z): a < x < a_0, y = b, c < z < c_0\}$,
 $\Omega_3 = \{(y, z): x = a, b < y < b_0, c < z < c_0\}$,
 $\Gamma_1 = \{x: a < x < a_0, y = b, z = c\}$, $\Gamma_2 = \{y: x = a, b < y < b_0, z = c\}$, $\Gamma_3 = \{z: x = a, y = b, c < z < c_0\}$.

В области Ω рассмотрим переопределённую систему интегральных уравнений

$$\begin{cases} \varphi(x, y, z) + \int_a^x \frac{A(t)\varphi(t, y, z)}{(t-a)^\alpha} dt = f(x, y, z) \\ \varphi(x, y, z) + \int_b^y \frac{B(s)\varphi(x, s, z)}{(s-b)^\beta} ds = g(x, y, z), \\ \varphi(x, y, z) + \int_c^z \frac{C(\tau)\varphi(x, y, \tau)}{(\tau-c)^\gamma} d\tau = E(x, y, z) \end{cases} \quad (1)$$

где $A(x), B(y), C(z)$ – заданные функции областей $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, $f(x, y, z), g(x, y, z), E(x, y, z)$ – заданные функции области Ω , $\varphi(x, y, z)$ – искомая функция, $\alpha = \text{const.} > 1, \beta = \text{const.} > 1, \gamma = \text{const.} > 1$.

Решение системы интегральных уравнений (1) будем искать в классе функций $\varphi(x, y, z) \in C(\bar{\Omega})$, $\varphi(a, b, c) = 0$ со асимптотическим поведением $\varphi(x, y, z) = O[(x-a)^{\delta_1}(y-b)^{\delta_2}(z-c)^{\delta_3}]$, $\delta_1 > \alpha - 1, \delta_2 > \beta - 1, \delta_3 > \gamma - 1$ при $(x, y, z) \rightarrow (a, b, c)$.

Систему интегральных уравнений (1) будем изучать при предположении, что $A(a) \neq 0, B(b) \neq 0, C(c) \neq 0$.

Пусть основным уравнением является третье уравнение системы интегральных уравнений (1), функция $C(z) \in C(\bar{\Gamma}_3), C(c) < 0$, в окрестности точки $z = c$ удовлетворяет условию типа Гёльдера.

$$|C(z) - C(c)| \leq H_3(z-c)^{\delta_3}, \quad \delta_3 > \gamma - 1, \quad \text{при } z \rightarrow c, \quad (H_3)$$

Функция $E(x, y, z) \in C(\bar{\Omega})$, $E(x, y, c) = 0$ с асимптотическим поведением.
 $E(x, y, z) = O[\exp[C(c)\omega_c^\gamma(z)](z-c)^{\delta_3}]$, $\delta_3 > \gamma - 1$ при $z \rightarrow c$, (2)

Тогда согласно [4] решение третьего уравнения системы (1) выражается равенством:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \exp[C(c)(\omega_c^y(z) - W_c^1(z))]C_1(x, y) + E(x, y, z) \\ & - \int_c^z \exp\left[C(c)\left(\omega_c^y(z) - \omega_c^y(\tau)\right) + W_c^1(\tau) - W_c^1(z)\right] \frac{C(\tau)}{(\tau - c)^\gamma} E(x, y, \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где $C_1(x, y)$ - произвольная функция области Ω_1 ,

$$W_c^1(z) = \int_c^z \frac{C(\tau) - C(z)}{(\tau - c)^\gamma} d\tau$$

Подставляя значение $\varphi(x, y, z)$ из (3) в первое и второе уравнение системы интегральных уравнений (1), после некоторых преобразований, для нахождения функции $C_1(x, y)$ получим следующие переопределённые системы интегральных уравнений.

$$\begin{aligned} C_1(x, y) + \int_a^x \frac{A(t)C_1(t, y)}{(t - a)^\alpha} dt & = \exp[W_c^1(z) - C(c)\omega_c^y(z)](f(x, y, z) - E(x, y, z)) \\ & - \exp[W_c^1(z) - C(c)\omega_c^y(z)] \int_a^x \frac{A(t)E(t, y, z)}{(t - a)^\alpha} dt \\ + \int_c^z \exp[W_c^1(\tau) - C(c)\omega_c^y(\tau)] C(\tau)E(x, y, z) d\tau & \\ + \int_c^z \exp[W_c^1(\tau) - C(c)\omega_c^y(\tau)] \frac{C(\tau)}{(\tau - c)^\gamma} d\tau \int_a^x \frac{A(t)E(t, y, \tau)}{(t - a)^\alpha} dt. & \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} C_1(x, y) + \int_b^y \frac{B(s)C_1(x, s)}{(s - b)^\beta} ds & = \exp[w'_c(z) - C(c)w_c^y(z)](g(x, y, z) - E(x, y, z)) \\ + \int_c^z \exp[w'_c(\tau) - C(c)\omega_c^y(\tau)] \frac{C(\tau)}{(\tau - c)^\gamma} E(x, y, \tau) d\tau & \\ + \int_c^z \exp[w'_c(\tau) - C(c)\omega_c^y(\tau)] \frac{C(\tau)}{(\tau - c)^\gamma} d\tau \int_b^y \frac{B(s)E(x, y, \tau)}{(s - b)^\beta} ds. & \end{aligned} \quad (5)$$

Замечая, что в равенствах (4), (5) левые части не зависят от переменного z , будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} [\exp[w'_c(z) - C(c)w_c^y(z)]f(x, y, z) - E(x, y, z)] + \exp[W_c^1(z) - C(c)\omega_c^y(z)] \frac{C(z)}{(z - c)^\gamma} [E(x, y, z) + \int_a^x \frac{A(t)E(t, y, z)}{(t - a)^\alpha} dt] & = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} [\exp[w'_c(z) - C(c)w_c^y(z)](g(x, y, z) - E(x, y, z))] + \exp[w'_c(z)$$

$$-C(c)\omega_c^y(z)] \frac{c(z)}{(z-c)^y} \left[E(x, y, z) + \int_b^y \frac{B(s)E(x, y, z)}{(s-b)^\beta} ds \right] = 0. \quad (7)$$

В равенствах (6), (7) выполняя операции дифференцирования, получим

$$C(z)f(x, y, z) + (z-c)^y \frac{\partial}{\partial z} [f(x, y, z) - E(x, y, z)] + C(z) \int_a^x \frac{A(t)E(t, y, z)}{(t-a)^\alpha} dt = 0. \quad (8)$$

$$C(z)g(x, y, z) + (z-c)^y \frac{\partial}{\partial z} [g(x, y, z) - E(x, y, z)] + C(z) \int_b^y \frac{B(s)E(x, s, z)}{(y-b)^\beta} ds = 0. \quad (9)$$

Принимая во внимание равенства (6), (7) и замечая, что при выполнении условия (2)

$$\left[\exp[-C(c)\omega_c^y(z)] E(x, y, z) \right]_{z=c} = 0, \text{ увидим, что если существуют следующие пределы} \\ \left[\exp[-C(c)\omega_c^y(z)] f(x, y, z) \right]_{z=c} = F(x, y). \quad (10)$$

$$\left[\exp[-C(c)\omega_c^y(z)] g(x, y, z) \right]_{z=c} = D(x, y). \quad (11)$$

тогда задача нахождения решения системы интегральных уравнений (1) приводится к нахождению решения следующей переопределенной системы интегральных уравнений

$$\begin{cases} C_1(x, y) + \int_a^x \frac{A(t)C_1(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt = F(x, y) \\ C_1(x, y) + \int_b^y \frac{B(s)C_1(x, s)}{(s-b)^\beta} ds = D(x, y). \end{cases} \quad (12)$$

Когда основным уравнением в системе интегральных уравнений (12) является первое уравнение, функции $A(x), B(y)$ в окрестности точек $x = a, y = b$ удовлетворяют условия типов Гельдера

$$|A(x) - A(a)| \leq H_1(x-a)^{\delta_1}, \delta_1 > \alpha - 1, \text{ при } x \rightarrow a, \quad (H_1)$$

$$|B(y) - B(b)| \leq H_2(y-b)^{\delta_2}, \delta_2 > \beta - 1, \text{ при } y \rightarrow b, \quad (H_2)$$

$$A(x) \in C(\bar{\Gamma}_1), \quad B(y) \in C(\bar{\Gamma}_2) \quad A(a) < 0, \quad B(b) < 0, \quad \text{функции } F(x, y) \in C(\Omega_3)$$

$F(a, y) = 0$ с асимптотическим поведением

$$F(x, y) = 0 \left[\exp[A(a)\omega_a^\alpha(x)] (x-a)^{\delta_1} \right], \delta_1 > \alpha - 1 \text{ при } x \rightarrow a \quad (13)$$

существует предел

$$\left[\exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)] D(x, y) \right]_{x=a} = H(y), \quad (14)$$

$H(y) \in C(\bar{\Gamma}_2), H(b) = 0$ с асимптотическим поведением

$$H(y) = 0 \left[\exp[B(b)\omega_b^\beta(y)] (y-b)^{\delta_2} \right], \delta_2 > \beta - 1, \text{ при } y \rightarrow b, \quad (15) \text{ тогда}$$

решение системы интегральных уравнений (12) согласно [1] выражается равенством

$$C_1(x, y) = \exp[A(a)\omega_a^\alpha(x) - W_A^1(x)] C_1(y) + F(x, y) -$$

$$- \int_a^x \exp[A(a)(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)) + W_A^1(t) - W_A^1(x)] \frac{A(t)F(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt, \quad (16)$$

где $C_1(y)$ -решение одномерного интегрального уравнения

$$C_1(y) + \int_b^y \frac{B(s)C_1(s)}{(s-b)^\beta} ds = H(y), \quad (17)$$

которое при $B(b) < 0$ выражается равенством

$$C_1(y) = \exp[B(b)\omega_b^\beta(y) - W_B^1(y)]C_1 + H(y) - \int_b^y \exp[B(b)(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)) + W_B'(s) - W_B'(y)] \frac{B(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds, \quad (18)$$

где C_1 -произвольная постоянная.

Решение вида (18) получено, при предположении, что $H(y) \in C(\Gamma_2)$, $H(b) = 0$ с асимптотическим поведением (15)

Решение вида (16) получено при предположении, что коэффициенты системы интегральных уравнений (12) удовлетворяют следующему условию совместности:

$$A(x)F(x, y) + (x-a)^\alpha \frac{Y}{yx} [F(x, y) - D(x, y)] + A(x) \int_b^y \frac{B(s)D(x, s)}{(s-b)^\beta} ds = 0. \quad (19)$$

Подставляя полученное значение $C_1(y)$, из (18) в (16), находим функцию $C_1(x, y)$. Значение $C_1(x, y)$, подставляя в формулу (3), находим решение системы интегральных уравнений (1) в этом случае

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \exp[C(c)\omega_c^\gamma(z) - W_c'(z)] \{ \exp[A(a)\omega_a^\alpha(x) - W_A'(x)] * \\ & [\exp[B(b)\omega_b^\beta(y) - W_B'(y)] C_1 + H(y) - \int_b^y \exp[B(b)(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)) \\ & + W_B'(s) - W_B'(y)] \frac{B(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds \} + F(x, y) - \int_a^x \exp[A(a)(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)) \\ & + W_A'(t) - W_A'(x)] \frac{A(t)F(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt \} + E(x, y, z) - \int_c^z \exp[C(a)(\omega_c^\gamma(z) \\ & - W_c'(\mathcal{T})) + W_c'(\mathcal{T}) - W_c'(z)] \frac{C(\mathcal{T})}{(\mathcal{T}-c)^\gamma} E(x, y, \mathcal{T}) d\mathcal{T} \\ & \equiv T[C_1, H(y), F(x, y), E(x, y, z)], \end{aligned} \quad (20).$$

где C_1 -произвольная постоянная.

Подытоживая вышеприведённые рассуждения, приходим к следующему утверждению:

Теорема 1. Пусть в системе интегральных уравнений (1) $f(x, y, z) \in C(\bar{\Omega})$, $g(x, y, z) \in C(\bar{\Omega})$, $E(x, y, z) \in C(\bar{\Omega})$, $A(x) \in C(\bar{\Gamma}_1)$, $B(y) \in C(\bar{\Gamma}_2)$,

$C(z) \in C(\bar{G}_3)$, $A(a) < 0$, $B(b) < 0$, $C(c) < 0$. Функции $A(x), B(y), C(c)$ в окрестности точек $x = a$, $y = b$, $z = c$ удовлетворяют условию типа Гельдера $(H_1), (H_2), (H_3)$. Функция $F(x, y)$ обладает свойством $F(a, y) = 0$ с асимптотическим поведением (13). Кроме того функция $D(x, y)$ такова, что существует предел вида (14) причем $H(b) = 0$ с асимптотическим поведением (15). Функции $f(x, y, z), g(x, y, z), E(x, y, z)$ удовлетворяют условиям совместности (8) (9), функции $F(x, y), D(x, y)$ условию совместности (19). Тогда однородная система (1) имеет одно решение:

$$\varphi_0(x, y) = \exp\left[A(a)\omega_a^\alpha(x) + B(b)\omega_b^\beta(y) + C(c)\omega_c^\gamma(z) - W_c'(z) - W_B'(y) - W_A'(x)\right].$$

Неоднородная система интегральных уравнений (1) всегда разрешима, и её общее решение содержит одну произвольную постоянную и выражается равенством (20), где C_1 -произвольная постоянная.

В случае $B(b) > 0$, решение интегрального уравнения (17) согласно [4] выражается равенством

$$C_1(y) = H(y) - \int_b^y \exp\left[B(b)\left(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)\right) + W_B'(s) - W_B'(y)\right] * \frac{B(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds, \quad (21).$$

Данное решение получено при предположении, что $B(y)$ в окрестности точки $y = b$ удовлетворяет условию типа Гельдера, $H(y) \in C(\bar{G}_2), H(b) = 0$ с асимптотическим поведением

$$H(y) = O\left[(y-b)^{\delta_2}\right], \delta_2 > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b \quad (22).$$

Полученное значение $C_1(y)$ из (21) подставляя в (16) находим решение системы (12) в этом случае:

$$C_1(x, y) = \exp\left[A(a)\omega_a^\alpha(x) - W_A^1(x)\right] * \left[H(y) - \int_b^y \exp\left[B(b)\left(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)\right) + W_B'(s) + W_B'(y)\right] \frac{B(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds \right] + F(x, y) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)\right) + W_A'(t) - W_A'(x)\right] * \frac{A(t)F(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt, \quad (23).$$

Значение $C_1(x, y)$ из (23), подставляя в равенство (3), находим решение системы интегральных уравнений (1) в этом случае:

$$\varphi(x; y; z) = \exp\left[C(c)\omega_c^\gamma(z) - W_c'(z)\right] \left\{ \exp\left[A(a)\omega_a^\alpha(x) - W_A'(x)\right] \left[H(y) - \int_b^y \exp\left[B(b)\left(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)\right) + W_B'(s) + W_B'(y)\right] \frac{B(s)H(s)}{(b-a)^\alpha} ds \right] + F(x; y) - \int_a^x \exp\left[A(a)\left(\omega_a^\alpha(x) - \omega_a^\alpha(t)\right) + W_A'(t) - W_A'(x)\right] * \right.$$

$$\frac{A(t)F(t; y)}{(t-a)^\alpha} dt\} + E(x; y; z) - \int_c^z \exp[C(c)(\omega_c^\gamma(z) - \omega_c^\gamma(\tau)) + W_c'(\tau) - W_c'(z)] \frac{C(\tau)}{(\tau-c)^\gamma} E(x; y; \tau) d\tau, \quad (24)$$

Итак, доказано:

Теорема 2. Пусть в системе интегральных уравнений (1) функция $f(x; y; z)$, $g(x, y, z)$, $E(x, y, z)$, $A(x)$, $B(y)$, $C(z)$ удовлетворяет всем условиям теоремы 1, кроме условия $B(b) < 0$ и (15). Пусть $B(b) > 0$, $H(y) \in C(\bar{\Gamma}_2)$, $H(b) = 0$ с асимптотическим поведением (22). Тогда система интегральных уравнений (1) в классе $C(\bar{D})$ обращающихся в нуль на $\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \bar{\Gamma}_3$, имеет единственное решение, которое выражается равенством (24).

Замечание 1. Аналогичные результаты получены и в остальных возможных случаях.

Свойства решений.

Из теорем 1 и интегральных представлений (20), (23) следует:

Следствие 1. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса $C(\bar{\Omega})$ в точке $(x; y; z) = (a, b, c)$, то есть на Γ_1, Γ_2 и Γ_3 обращается в нуль с асимптотическим поведением.

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[f(a)\omega_a^\alpha + B(b)\omega_b^\beta(y) + C(c)\omega_c^\gamma(z)]]$$

$$(x, y, z) \rightarrow (a, b, c)$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[A(a)\omega_a^\alpha(x)]], \quad x \rightarrow a$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[B(b)\omega_b^\beta(y)]], \quad y \rightarrow b$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[C(c)\omega_c^\gamma(z)]], \quad z \rightarrow c$$

Следствие 2. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса $C(\bar{\Omega})$ в точке $(x, y, z) = (a, b, c)$ или Γ_1, Γ_2 и Γ_3 обращается в нуль с асимптотическим поведением

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[A(a)\omega_a^\alpha(x) + C(c)\omega_c^\gamma(z)](y-b)^{\delta_2}]$$

$$\text{при } (x, y, z) \rightarrow (a, b, c)$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[A(a)\omega_a^\alpha(x)]] \text{ при } x \rightarrow a$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[\exp[C(c)\omega_c^\gamma(z)]] \text{ при } z \rightarrow c$$

$$\varphi(x; y; z) = 0[(y-b)^{\delta_2}] \text{ при } y \rightarrow b$$

Свойства 1. Если выполнены все условия теоремы 1, тогда из представления (20) следует:

$$[\exp[-C(c)\omega_c^\gamma(z)]\varphi(x; y; z)]_{z=c} = \{\exp[A(a)\omega_a^\alpha(x) - W_A^1(x)] *$$

$$\left[\exp[B(b)\omega_b^\beta(y) - W_B^1(y)] C_1 + H(y) \right.$$

$$\left. - \int_b^y \exp[B(b)(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)) + W_B^1(s) - W_B^1(z)] * \frac{C(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds \right]$$

$$+ F(x; y) - \int_c^z \exp[C(c)(\omega_c^\gamma(z) - \omega_c^\gamma(\tau))$$

$$+W_c^1(\tau) - W_c^1(z)] \frac{C(\tau)F(y; \tau)}{(\tau - c)^\gamma} d\tau\}.$$

Умножая обе стороны данной равенства, на $\exp[-C(c)\omega_c^\gamma(z)]$, после при $z \rightarrow c$, переходя к пределу, получим

$$\begin{aligned} & \left\{ \exp[-C(c)\omega_c^\gamma(z)] [\exp[A(b)\omega_a^\alpha(x)] \varphi(x, y, z)]_{x=a} \right\}_{z=c} = \\ & \left[\exp[B(b)\omega_b^\beta(y) - W_B'(y)] C_1 + H(y) - \int_b^y \exp[B(b)(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s)) + W_B^\beta(s) \right. \\ & \quad \left. - W_B^\beta(y)] \frac{B(s)H(s)}{(s-b)^\beta} ds \right] \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} & \left[\exp[-B(b)\omega_b^\beta(y)] \left\{ \exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)] \right. \right. \\ & \quad \left. \left. * [\exp[-C(c)\omega_c^\gamma(z)] \varphi(x, y, z)]_{z=c} \right\}_{x=a} \right]_{y=b} = C_1 \quad (25) \end{aligned}$$

Полученное интегральное представление (20) и его свойства (25) дают возможность для системы интегральных уравнений (1) вставить исследовать следующую задачу типа Коши.

Задачи K_1 . Требуется найти решение системы интегральных уравнений (1), когда основным уравнением является третье уравнение системы (1), при $A(a) < 0$, $B(b) < 0$, $C(c) < 0$ по граничным условиям.

$$\left[\exp[-B(b)\omega_b^\beta(y)] \left\{ \exp[-A(a)\omega_a^\alpha(x)] * [\exp[-C(c)\omega_c^\gamma(z)] \varphi(x, y, z)]_{z=c} \right\}_{x=a} \right]_{y=b} = E_1,$$

где E_1 заданная постоянная.

Решение задаче K_1 . Пусть выполнены все условия теоремы 1, тогда, используя интегральное представление (20) и его свойства (25), получением $C_1 = E_1$. Подставляя это значение C_1 в формулу (20), находим решение задаче K_1 в виде $\varphi(x, y, z) \equiv T[C_1, H(y), F(x; y), E(x; y; z)]$, (26).

Таким образом доказаны следующие утверждения.

Теорема 3. Пусть системы интегральных уравнений (1) функции $A(x), B(y), C(z), f(x; y; z), g(x; y; z), E(x; y; z)$ удовлетворяют всем условиям теоремы 1, тогда задача K_1 имеет единственное решение который даётся формулой (26).

ЛИТЕРАТУРА

1. Раджабов, Н. Переопределенная линейная система интегральных уравнений и сингулярные, сверхсингулярные интегральные уравнения типа Вольтерра третьего рода с логарифмическими ядрами и их приложения / Н. Раджабов. // Душанбе: ТНУ, 2021. – 317 с.
2. Раджабов, Н. Граничные задачи для одного класса переопределенных систем интегральных уравнений Вольтерра с двумя сингулярными линиями / Н. Раджабов // Мат.-лы республ. науч.-прак. конф. «Современные проблемы, прикладной математики и их роль в формировании технического мировоззрения общества». – Худжанд, 2021. – С.140-141.
3. Раджабов, Н. Переопределенная линейная система двух интегральных уравнений Вольтерровского типа с двумя фиксированными граничными сингулярными линиями в ядре / Н. Раджабов // Мат.-лы междунар. науч. конф. «Современные проблемы математики и физики», посвящ. 70-летию чл. -корр. АН РБ К.Б. Сабитова (12-15 сентября 2021 г. Стерлитамак). – Стерлитамак, 2021. – С. 85-90.
4. Rajabov, N. Volterra Type Integral Equation with Boundary and interior fixed singularity and supersingularity kernels and their Application / N. Rajabov. // Dushanbe: Irfon, 2010. – 295 p.
5. Раджабов, Н. Переопределенная линейная система трех интегральных уравнений Вольтерровского типа с тремя сингулярными областями. / Н. Раджабов // Известия НАНТ. – 2021. – №3(184). – С. 46-61.

6. Сабитов, К.Б. Прямые и обратные задачи для уравнения смешанного парабола-гиперболического типа / К.Б. Сабитов. – М.: Наука, 2016. – 271 с.
7. Сабитов, К.Б. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения / К.Б. Сабитов, \ М.: Высшая школа, 2005. – 670 с.
8. Тасмамбетов, Ж.Н. Построение нормальных и нормально-регулярных решений специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка / Ж.Н. Тасмамбетов. \ Актобе, 2018. – 463 с.
9. Михайлов, Л.Г. Интервальные уравнения с ядром однородной степени – 1 / Л.Г. Михайлов. – Душанбе\ : Дониш, 1966. – 47с.
10. Михайлов, Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применение к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами. Л. Г.\ Душанбе: АН Таджикистан. ССР, 1963. – 221 с.
11. Джураев, Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно - составного типа / Т.Д. Джураев. \ Ташкент: ФАН, 1979. – 240 с.
12. Салахиддинов, М.С. Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами / М.С. Салахиддинов, М. Мирсабуров. \ Ташкент: Universidad, 2005. – 224 с.
13. Вирченко, Н.А. Об одном линейном гиперболическом уравнении второго порядка со сверхсингулярными коэффициентами / Н.А. Вирченко, Ф.М. Шамсиддинов // ДАН Украины. – 2004. – №4. – С. 7-12.
14. Tasmambetov, Zh.N. Solution of degenerate Hyper geometric system of Horn consenting of three equations / Zh.N. Tasmambetov, R.U. Zhakhina // -Abstracts of VI congress of the Turkic world Mathematical Society, October 2-5, 2017, Kazakhstan. – Kazakhstan, 2017. – P. 137.
15. Tasmambetov, Zh.N. Construction of normal-regular decisions of Bessel typed special system / Zh.N. Tasmambetov, R.U. Zhakhina // Abstracts of VI congress of the Turkic world Mathematical Society, October 2-5. – Kazakhstan, 2017. – P. 138.

REFERENCES

1. Rajabov, N. Overdetermined linear system of integral equations and singular, super singular integral equations of Volterra type and its application / N. Rajabov.\ Dushanbe: TNU, 2021. – 317 p.
2. Rajabov, N. Boundary value problems for one class of overdetermined systems of Volterra integral equations with two singular lines. Materials of the republic. Scientific – practical. conf. “Modern problems, applied mathematics and their role in shaping the technical worldview of society”.\ N. Rajabov\ Khujand, 2021. – Pp. 140-141.
3. Rajabov, N. Overdetermined linear system of two integral equation Volterra Type with two fixed boundary singular lines in the kernels / N. Rajabov // Mat. – Is international. Scientific Conf. “Modern problems of mathematics and physics”, will dedicate. 70th anniversary of the member – cor AN RB KB. Sabitov (September12-15 2021 Sterlitamak). – Sterlitamak, 2021. – Pp. 85-90.
4. Rajabov, N. Volterra Type Integral Equation with Boundary and interior fixed singularity and supersingularity kernels and their Application / N. Rajabov.\ Dushanbe: Irfon, 2010. – 295 p.
5. Rajabov, N. Overdetermined linear system of three Voltaire- type integral equations with three singular domains / N. Rajabov // News of the National Academy of Sciences of Tajikistan. – 2021. – No.3(184). – Pp. 46-61.
6. Sabitov, K.B. Direct and inverse problems for an equation of mixed parabolic- hyperbolic type / K. B. Sabitov.\ М.: Nauka 2016. – 271 p.
7. Sabitov, K.B. Functional differential and integral equations / K.B. Sabitov.\ М.: Visshaya shkola, 2005. – 670 p.
8. Tasmambetov, Zh.H. Construction of normal and normal-regular solutions of special systems of partial differential equations of the second order / Zh.H. Tasmambetov. \ Aktobe, 2018. – 463 p.
9. Mikhailov, L.G. Interval equations with a kernel of homogeneous degree – 1. / L.G. Mikhailov. \ Dushanbe: Donish, 1996. – 47 p.
10. Mikhailov, L.G. New class of singular integral equations and its application to differential equation with singular coefficient / L.G. Mikhailov. – Dushanbe.\ Publishing House of the Academy of Sciences Taj. SSR, 1963. – 221 p.
11. Juraev, T.D. Boundary value problems for equations of mixed and mixed composite type / T.D. Juraev. – Tashkent: \ FAN, 1979. – 240 p.
12. Salakhiddinov, M.S. Problems for equations of mixed type with singular coefficients / M.S. Salakhiddinov, M. Mirsaburov.\ Tashkent: Universidad, 2005. – 224p.
13. Virchenko, N.A. About of a second-order hyperbolic equation with super singular coefficients / N.A. Virchenko, F.M. Shamsiddinov // DAN of Ukraine. – No.4. – Pp. 7-12.

14. Tasmambetov, Zh.N. Solution of degenerate Hyper geometric system of Horn consenting of three equations / Zh.N. Tasmambetov, R.U. Zhakhina // Abstracts of VI congress of the Turkic world Mathematical Society, Kazakhstan, October 2-5. – Kazakhstan, 2017. – P. 137.

15. Tasmambetov, Zh.N. Construction of normal-regular decisions of Bessel typed special system / Zh.N. Tasmambetov, R.U. Zhakhina // Abstracts of VI congress of the Turkic world Mathematical Society, Kazakhstan, October 2-5. – Kazakhstan, 2017. – P. 138.

СИСТЕМАИ БАРЗИЁДМУАЙЯНШУДАИ СЕ МУОДИЛАИ ИНТЕГРАЛӢ, ДАР ҲОЛАТЕ КИ МУОДИЛАИ АСОСӢ, МУОДИЛАИ СЕЮМ МЕБОШАД

Ба масъалаи тадқиқ намудани системаи муодилаи интегралӣ бо махсусиятҳои сенгулярӣ ва супер сенгулярӣ қорҳои [1]-[4] бахшида шудааст. Дар системаи (1) ҳолатҳое, ки муодилаи асосӣ муодилаи якум ё ки муодилаи дуоми буданд, дар [1] омӯхта шуда буд. Вобаста ба аломати ададҳои $A(a), B(b), C(c)$, тасвирҳои интегралҳои бисёршаклаи ҳалҳо ёфта шуда буданд. Ҳолатҳои ҷудо қарда шуда буданд, ки ҳалли умумӣ доимии ихтиёриро дар бар мегирад ва ҳолатҳое, ки система ҳалли ягона дорад. Дар ҳолате ки ҳалли умумӣ доимии ихтиёриро дар бар мегирад, масъалаи намуди Коши ба таври коррективӣ гузошташуда, ҳалли он ба намуди ошқор ёфта шуда буд. Дар қори мазкур системаи (1) дар ҳолате ки муодилаи асосӣ муодилаи сеюми система мебошад, омӯхта шудааст. Ҳолатҳое, ки $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$ ва инчунин $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$, омӯхта шудаанд. Дар ҳолате ки $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$ аст, исбот қарда шудааст, ки ҳалли умумии системаи додашуда яқто доимии ихтиёриро дар бар мегирад. Дар ҳолате ки $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$, система ҳалли ягона дорад. Дар ҳолате ки ҳалли умумӣ доимии ихтиёриро дар бар мегирад, масъалаи Коши ба таври коррективӣ гузошташуда, ҳалли он ба намуди ошқор ёфта мешавад.

Калидвожаҳо: системаи барзиёд муайяншудаи муодилаҳои интегралӣ, тасвирҳои интегралӣ, бисёршаклаи ҳалҳо, ядроҳои суперсингулярӣ, масъалаи канори намуди Коши.

ПЕРЕОПРЕДЕЛЁННОЙ СИСТЕМЫ ТРЁХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЕ, КОГДА ОСНОВНЫМ УРАВНЕНИЕМ ЯВЛЯЕТСЯ ТРЕТЬЕ УРАВНЕНИЕ

Проблема исследования переопределённых системы интегральных уравнений с сингулярными и сверх сингулярных особенностей, посвящено [1]-[4]. В [1] система (1) было изучено случаях, когда основными уравнениями является первой и второй уравнений система (1). Были найдены интегральные представления многообразия решёный в зависимости от знаков значения $A(a), B(b), C(c)$. Были выделено случаев, когда общее решение содержит произвольное построения и случаев, когда данный система имеет единственный решения. В случае, когда общее решение, содержит произвольную постоянную, была выяснения корректная постановка задаче типа Коши. Во всех случаях решение система (1) были найдены в явном виде. В настоящей работе, система (1) изучается в случае, когда основным уравнением является третье уравнения система (1). Изучаются случаи, когда $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$ о также случаев $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$. В случае, когда $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$ доказывается что общее решение данные система содержит одно произвольной постоянно. В случае, когда $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$ данные система имеет единственные решения. Когда общее решение содержит произвольной постоянно ставится и исследуются задаче типа Коши.

Ключевые слова: переопределённая система интегральных уравнений, интегральные представления, многообразие решений, супер-сингулярность, задача типа Коши.

THREE OVER DETERMINED SYSTEM INTEGRAL EQUATION, WHEN FUNDAMENTAL EQUATION IS THIRD EQUATION

In this work we investigation one class three over determined system Vulture type integral equation with super – singular domains. Investigation cases $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$ and $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$. In depend of the signs $A(a), B(b), C(c)$, were found integral representation manifold solution were allocated cases, when general solution contain arbitrary constant, and cases, when system (1) has unique solution. In the case, when general solution contains arbitrary constant, stand and investigation Cushty type, boundary value problem. In all cases solution of the system (1) found in explicit form. In the case, when $A(a) < 0, B(b) < 0, C(c) < 0$, proof that general solution contain one arbitrary constant. In the case $A(a) < 0, B(b) > 0, C(c) < 0$ the system (1), have unique solution. In the case, when general solution contains arbitrary constant, stand and investigation Cushty type boundary value problems.

Keywords: over determined system integral equation, singular kernels, integral representation, manifold solution, super singularity, Cauchy type problems.

Маълумот дар бораи муаллиф: Рачабов Нусрат – Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функцияҳои Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025 ш. Душанбе, Чумхурии Тоҷикистон, хиббони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 907-75-51-25. **E-mail:** nusrat38@mail.ru.

Ҳомидов Сардор Махмудович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, унвонҷӯи кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳо. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хiebони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 928-07-97-07. **E-mail:** h.sardor_90@mail.ru.

Сведение об авторах: Раджабов Нусрат –Национальная академия наук Таджикистан, академик, доктор физико-математических наук, Таджикский национальный университет, профессор кафедры математического анализа и теории функций. **Адрес:** 734025, г. Душанбе Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17, **Телефон:** (+992) 907-75-51-25. **E-mail:** nusrat38@mail.ru.

Ҳомидов Сардор Махмудович – Таджикский национальный университет, соискатель, кафедра математического анализа и теории функций **Адрес:** 734025,, г. Душанбе Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17, **Телефон:** (+992) 928-07-97-07. **E-mail:** h.sardor_90@mail.ru.

Information about the authors: Rajabov Nusrat –National Academy of Sciences of Tajikistan, Academician, Doctor of Physics, and Mathematics, Professor of the Departments of Mathematical Analysis and Theory of Functions of Tajik National University. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 907-75-51-25. **E-mail:** nusrat38@mail.ru.

Homidov Sardor Mahmudovich – Tajik National Universit Applicant of the department of Theory of Functions and Mathematical Analysis of y. **Address:** 734025,, Dushanbe Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 928-07-97-07. **E-mail:** h.sardor_90@mail.ru.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЗАЩИТЫ АГРОЦЕНОЗА ХЛОПЧАТНИКА И ЕЕ КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

*Одинаев Р.Н., Гафоров А.Б., Мухаков В.
Таджикский национальный университет*

При математическом моделировании биологических систем используется система нелинейных дифференциальных уравнений. Такие модели используются не только в биологии, но и в области экономики, химии, медицины и менеджмента.

Изучение таких задач требует решения этих систем нелинейных дифференциальных уравнений. Поскольку большинство таких уравнений нелинейны или нестандартны, найти аналитическое решение часто невозможно. Из анализа экспериментальных исследований следует, что в настоящее время в задачах сложных систем используется несколько методов, например методы Эйлера, Рунге-Кутта, Рунге-Кутта-Мерсона, Адамса и др. В статье определяется численное решение задачи защиты хлопкового агроценоза, выраженное системой интегро-дифференциальных уравнений с использованием метода Адамса. На практике широко применяются два вида метода Адамса — явный и неявный. Явные методы известны как метод Адамса-Башфорта, а неявные методы известны как метод Адамса-Моултона.

Теперь рассмотрим использование метода Адамса в определении коэффициентов функций. Рассмотрим применение метода Адамса для решения задачи Коши.

$$y' = f(t, y), t \in [a, b], y(a) = y_0. \quad (1)$$

При решении задачи (1) одношаговыми методами значение y_{n+1} зависит только от значения t_n предыдущей точки. Можно предположить, что большую точность можно получить, используя несколько предыдущих $t_n, t_{n-1}, \dots, t_{n-k}$, точек. На этой идее основаны многошаговые методы.

Большинство многошаговых методов возникает из следующего метода: если подставить точное решение $y(t)$ в уравнение (1) и проинтегрировать уравнение в интервале $[t_n, t_{n+1}]$, то получим

$$y(t_{n+1}) - y(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} y'(t) dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, y(t)) dt. \quad (2)$$

Заменяя функцию $f(t, y(t))$ в формуле (2) интерполяционным полиномом, получаем метод аппроксимации:

$$y_{n+1} = y_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} P(t) dt. \quad (3)$$

Чтобы построить многочлен $P(t)$, предположим, что $y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-k}$ в точке $t_n, t_{n-1}, \dots, t_{n-k}$, приближающейся к решению, и узлы t_i расположены на равном расстоянии друг от друга с шагом h . Тогда $f_i = f(t_i, y_i)$, ($i = n, n-1, \dots, n-k$) приближается к $f(t, y(t))$ в точках $t_n, t_{n-1}, \dots, t_{n-k}$.

В качестве $P(t)$ возьмем интерполяционный многочлен степени k , удовлетворяющий следующему условию.

$$P(t_i) = f_i, (i = n, n-1, \dots, n-k).$$

При $k = 0$ многочлен $P(t)$ равен константе f_n , и формула (3) превращается в обычный метод Эйлера.

Для $k = 1$, $P(t)$ является линейной функцией, проходящей через точки (t_{n-1}, f_{n-1}) и (t_n, f_n) , т.е.

$$P(x) = -\frac{t-t_n}{h} f_{n-1} + \frac{t-t_n}{h} f_n. \quad (4)$$

Интегрируя этот полином от t_n до t_{n+1} , мы получаем двухшаговый метод:

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_{n+1}} P(t) dt &= -f_{n-1} \frac{1}{h} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t-t_n) dt + f_n \frac{1}{h} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t-t_{n-1}) dt = \\ &= -f_{n-1} \frac{1}{h} \left\{ \frac{t^2}{2} \Big|_{t_n}^{t_{n+1}} - t_n h \right\} + f_n \frac{1}{h} \left\{ \frac{t^2}{2} \Big|_{t_n}^{t_{n+1}} - t_{n-1} h \right\} = \\ &= -f_{n-1} \frac{1}{h} \left\{ \frac{(n+1)^2 h^2}{2} - \frac{n^2 h^2}{2} - n h^2 \right\} + f_n \frac{1}{h} \left\{ \frac{(n+1)^2 h^2}{2} - \frac{n^2 h^2}{2} - (n-1) h^2 \right\} = \\ &= -f_{n-1} \frac{h}{2} + 3f_n \frac{h}{2} = \frac{h}{2} (3f_n - f_{n-1}). \end{aligned}$$

Отсюда

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} (3f_n - f_{n-1}) \quad (5)$$

Расчет той или иной задачи многошаговыми методами создает множество трудностей, не возникающих при использовании одношаговых методов. Эти трудности обычно возникают при использовании пятого порядка или выше.

В задаче (1) задано начальное условие y_0 при $n=0$. Для расчета по формуле (5) необходимо значение функции в точках t_{-1}, t_{-2}, t_{-3} , которых в природе не существует. Обычным выходом из этой ситуации является использование какого-либо одношагового метода, например метода Эйлера или метода Рунге-Кутты.

Рассмотрим модельный агроценоз задачи защиты хлопкового агроценоза с учетом возраста от вредителей, который задается следующей системой интегро-дифференциальных уравнений

$$[8]: \begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1, \\ \frac{\partial N_{i-1}}{\partial t} + \frac{\partial N_{i-1}}{\partial a} = k_{i-2} \alpha_{i-2} N_1 N_{i-1} - \alpha_{i+1} N_{i+2} - m_{i-1} N_{i-1}, \quad i = \overline{3,5}, \\ \frac{\partial N_{i+2}}{\partial t} + \frac{\partial N_{i+2}}{\partial a} = k_{i+1} \alpha_{i+1} N_{i-1} N_{i+2} - \varepsilon N_{i+2}^2 - m_{i+2} N_{i+2}, \quad i = \overline{3,5}, \\ N_i|_{t=0} = N_i^0, \quad N_i(0, t) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} B_i(\xi) N_i(\xi, t) d\xi, \quad i = \overline{2,7}, \\ \tilde{N}_i = \int_{\bar{\alpha}_i}^{\bar{\alpha}_i} N_i(a, t) da, \quad i = \overline{2,7}. \end{cases} \quad (6)$$

Где N_0 - масса внешнего ресурса, Q - скорость поступления внешнего ресурса, N_1 - биомасса хлопчатника, $N_{i-1} = N_{i-1}(t)$, $i = \overline{3,5}$ - соответственно биомассы (или численность) вредных насекомых, $N_{i+2} = N_{i+2}(t)$, $i = \overline{3,5}$ - соответственно биомассы (или численность) полезных насекомых: N_2 - биомасса вредных насекомых тли, N_3 - биомасса вредных насекомых хлопковой совки, N_4 - биомасса вредных насекомых паутинового клеща, N_5 - биомасса полезных насекомых трихограммы, которые питаются тей, N_6 - биомасса полезных насекомых габробракон, которые питаются хлопковой совкой, N_7 - биомасса полезных насекомых златогазки, которые питаются паутиным клещом, k_i , $i = \overline{0,6}$ - доли потребленных биомасс, идущие на репродуктивный обмен и рост; α_i , $i = \overline{0,6}$ - коэффициент трофических функций; m_i , $i = \overline{0,7}$ - средний коэффициент естественной смертности насекомых; ε - коэффициент самолимитирования популяций полезных насекомых.

Используем следующую замену переменных $t = a + \tau$, $M_i(a, \tau) = N_i(a, a + \tau)$, $i = \overline{2,7}$, запишем систему (6) в следующем

$$\text{виде: } \begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1, \\ \frac{\partial M_{i-1}}{\partial a} = k_{i-2} \alpha_{i-2} M_1 M_{i-1} - \alpha_{i+1} M_{i+2} - m_{i-1} M_{i-1}, \quad i = \overline{3,5}, \\ \frac{\partial M_{i+2}}{\partial a} = k_{i+1} \alpha_{i+1} M_{i-1} M_{i+2} - \varepsilon M_{i+2}^2 - m_{i+2} M_{i+2}, \quad i = \overline{3,5}, \end{cases} \quad (7)$$

Используемый метод заключается в расчете следующих шагов с использованием значений ранее рассчитанных шагов.

Для системы (6) составим следующую квадратурную формулу:

$$\begin{cases} (N_0)_{j+1} = (N_0)_j + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (Q - \alpha_0 N_0 N_1) dt \approx (N_0)_j + h \sum_{l=1}^k \lambda_l (Q_{j+1-l} - (\alpha_0 N_0 N_1)_{j+1-l}); \\ (N_1)_{j+1} = (N_1)_j + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1) dt \approx (N_1)_j + \\ + h \sum_{l=1}^k \lambda_l (k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1)_{j+1-l}; \\ (M_{i-1})_{j+1} = (M_{i-1})_j + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (k_{i-2} \alpha_{i-2} M_1 M_{i-1} - \alpha_{i+1} M_{i+2} - m_{i-1} M_{i-1}) dt \approx (M_{i-1})_j + \\ + h \sum_{l=1}^k \lambda_l (k_{i-2} \alpha_{i-2} M_1 M_{i-1} - \alpha_{i+1} M_{i+2} - m_{i-1} M_{i-1})_{j+1-l}, \quad i = \overline{3,5}; \\ (M_{i+2})_{j+1} = (M_{i+2})_j + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (k_{i+1} \alpha_{i+1} M_{i-1} M_{i+2} - \varepsilon M_{i+2}^2 - m_{i+2} M_{i+2}) dt \approx (M_{i+2})_j + \\ + h \sum_{l=1}^k \lambda_l (k_{i+1} \alpha_{i+1} M_{i-1} M_{i+2} - \varepsilon M_{i+2}^2 - m_{i+2} M_{i+2})_{j+1-l}, \quad i = \overline{3,5}; \end{cases} \quad (8)$$

Очевидно, что при использовании этого метода первые несколько шагов рассчитываются каким-нибудь методом, например Эйлера. Где λ_l – квадратурный коэффициент.

Полученные формулы называются схемой Адамса. Используя квадратурные коэффициенты и учитывая (8), запишем модельный агроценоз по методу Адамса следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} (N_0)_{j+1} = (N_0)_j + h \left(\frac{3}{2} (Q - \alpha_0 N_0 N_1)_j - \frac{1}{2} (Q - \alpha_0 N_0 N_1)_{j-1} \right); \\ (N_1)_{j+1} = (N_1)_j + h \left(\frac{3}{2} (k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1)_j - \frac{1}{2} (k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i N_{i+1} - m_1 N_1)_{j-1} \right); \\ (M_{i-1})_{j+1} = (M_{i-1})_j + h \left(\frac{3}{2} (k_{i-2} \alpha_{i-2} M_1 M_{i-1} - \alpha_{i+1} M_{i+2} - m_{i-1} M_{i-1})_j - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (k_{i-2} \alpha_{i-2} M_1 M_{i-1} - \alpha_{i+1} M_{i+2} - m_{i-1} M_{i-1})_{j-1} \right), \quad i = \overline{3, 5}; \\ (M_{i+2})_{j+1} = (M_{i+2})_j + h \left(\frac{3}{2} (k_{i+1} \alpha_{i+1} M_{i-1} M_{i+2} - \varepsilon M_{i+2}^2 - m_{i+2} M_{i+2})_j - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (k_{i+1} \alpha_{i+1} M_{i-1} M_{i+2} - \varepsilon M_{i+2}^2 - m_{i+2} M_{i+2})_{j-1} \right), \quad i = \overline{3, 5}; \end{array} \right. \quad (9)$$

Для получения численных результатов была создана программа на языке программирования C++. Созданная программа позволяет определить критические значения вредных насекомых и полезных насекомых хлопкового агроценоза и в случае обеспечения требуемой ожидаемой урожайности получить желаемый результат от данного хлопкового поля. Результат созданной программы можно получить как в табличном, так и в графическом виде. С помощью этой встроенной программы мы провели несколько сценариев и получили следующие результаты:

Сценарий 1.

Scenario 1.

N0	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7
11.95	49.91	49.87	44.88	47.88	36.01	30.23	40.53
13.89	49.82	49.74	44.77	47.75	37.04	30.47	41.06
15.82	49.73	49.61	44.65	47.63	38.10	30.71	41.60
17.74	49.65	49.48	44.54	47.50	39.19	30.94	42.14
19.65	49.56	49.34	44.42	47.38	40.30	31.18	42.69
21.56	49.48	49.21	44.31	47.25	41.45	31.42	43.24
23.45	49.40	49.07	44.19	47.12	42.62	31.67	43.80
25.33	49.33	48.94	44.08	47.00	43.82	31.91	44.36
27.21	49.25	48.80	43.96	46.87	45.05	32.15	44.93

Рис. 1. Результат расчетов в виде таблицы.

Fig. 1. The result of calculations in the form of a table.

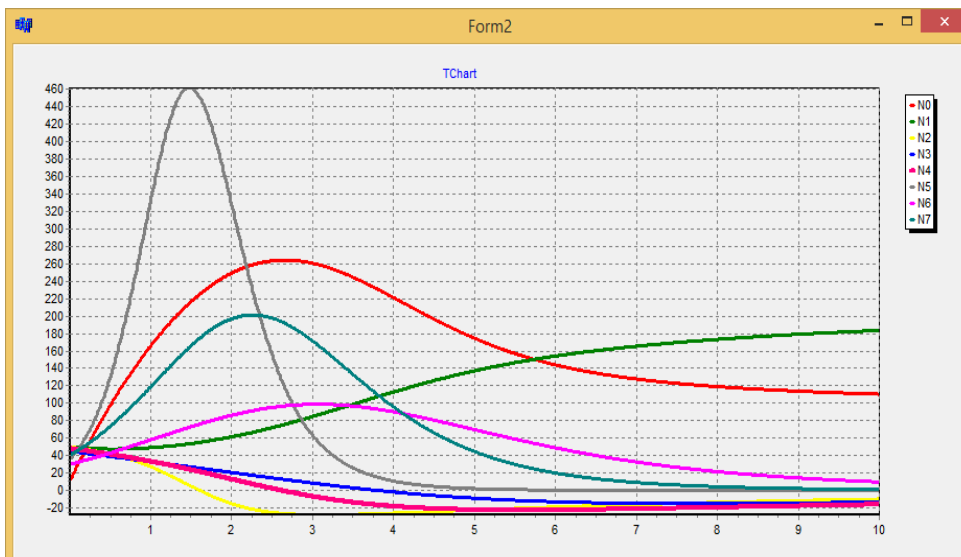


Рис. 2. Результат расчетов в виде графика.
 Pic. 2. The result of calculations in the form of a graph.

Сценарий 2.
 Scenario 2.

N0= 10		Q= 100	Form1							
N1= 10	k0= 0,2		N0	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7
N2= 50	k1= 0,2		10,99	9,98	49,87	44,88	47,87	36,02	30,80	40,95
N3= 45	k2= 0,2		11,98	9,96	49,73	44,76	47,73	37,07	31,62	41,91
N4= 48	k3= 0,5		12,97	9,94	49,60	44,64	47,60	38,15	32,45	42,90
N5= 35	k4= 0,6		13,95	9,92	49,46	44,52	47,46	39,25	33,31	43,90
N6= 30	k5= 0,6		14,94	9,91	49,32	44,40	47,32	40,38	34,19	44,93
N7= 40	k6= 0,5		15,93	9,89	49,18	44,28	47,19	41,54	35,08	45,98
alp0= 0,01	m0= 0,2		16,91	9,87	49,05	44,15	47,05	42,73	36,00	47,04
alp1= 0,001	m1= 0,2		17,89	9,85	48,91	44,03	46,91	43,95	36,94	48,13
alp2= 0,001	m2= 0,2		18,88	9,83	48,76	43,91	46,77	45,21	37,90	49,24
alp3= 0,001	m3= 0,2									
alp4= 0,1	m4= 0,2									
alp5= 0,1	m5= 0,06									
alp6= 0,1	m6= 0,02									
eps= 0,0006	m7= 0,01									
delta= 0,01	h= 0,01									

Рис. 3. Результат расчетов в виде таблицы.
 Pic. 3. The result of calculations in the form of a table.

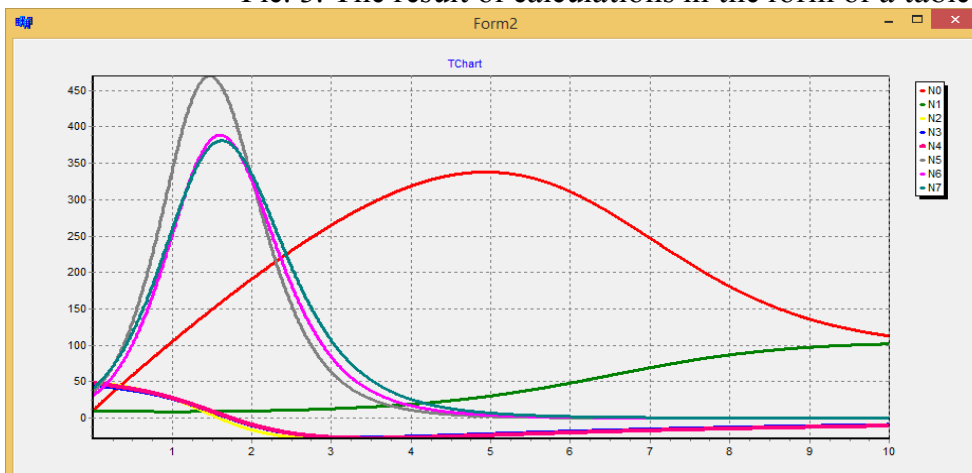


Рис. 4. Результат расчетов в виде графика.
Pic. 4. The result of calculations in the form of a graph.
Сценарий 3.
Scenario 3.

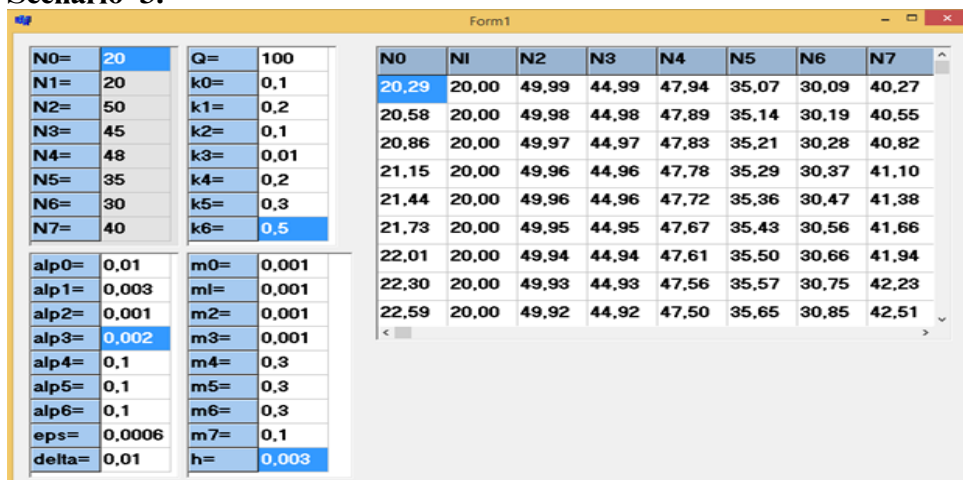


Рис. 5. Результат расчетов в виде таблицы.
Pic. 5. The result of calculations in the form of a table.

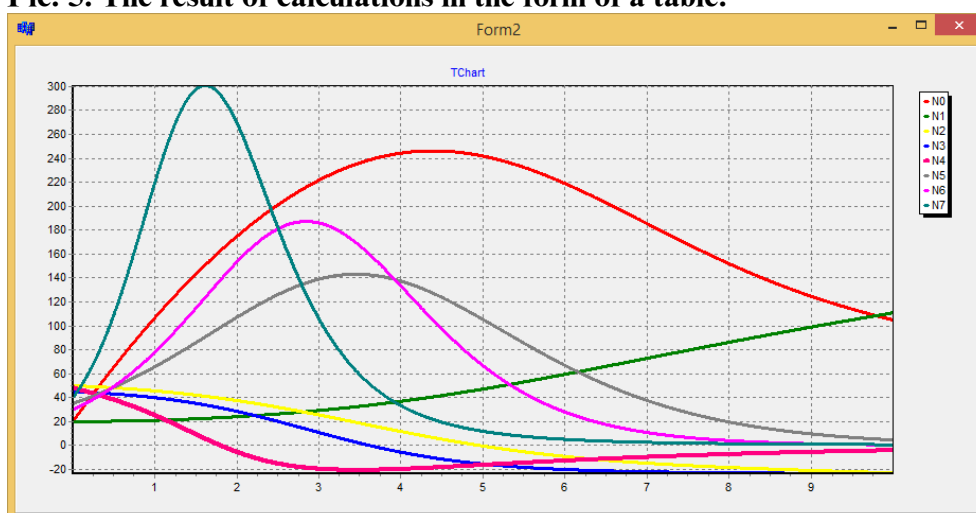


Рис. 6. Результат расчетов в виде графика.
Pic. 6. The result of calculations in the form of a graph.

Полученные компьютерные результаты качественно соответствуют результатам полевых экспериментов ученых отдела защиты растений Института растениеводства АСХНТ. Как известно, для решения задачи защиты хлопкового агроценоза обычно решают две задачи: первая задача – на основе имеющихся данных о агроценозе хлопчатника определить критические значения вредителей и полезных насекомых, а вторая задача - использование ядохимикатов для уничтожения численности вредных насекомых хлопкового агроценоза.

Полученные результаты показывают, что уровень развития агроценоза хлопчатника зависит от наличия количества вредных и полезных насекомых. С помощью компьютерной модели проведенные эксперименты можно проверить по нескольким вариантам. Каждый вариант реализован с разными начальными значениями. Динамика роста агроценоза хлопчатника вычислена в виде таблиц и графиков по 10 шагам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений".\ Дж

Ортега, У. Пул \\\ Перевод с англ.; под редакцией А.А.Абрамова. – М.; Наука. Гл. ред. физ. мат. лит.1986. -288с.

2. Хемминг Р.В. “Численные методы для научных работников и инженеров” \ Р.В.Хемминг \\\ Пер с англ.Под редакцией Р.С. Гутера Гл.ред.физ.мат.лит.1968.-203 с.

3.В.М. Вержбицкий. Основы численных методов \ В.М. Вержбицкий \\\ М.: Высшая школа, 2002. – 840 стр.

4.Мастяева И.Н., Семенихина О.Н. Численные методы: Учебное пособие / И.Н. Мастяева О.Н. Семенихина \\\ Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права. – М.: МЭСИ М., 2003. – 102 стр.

5. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.\ Дж Холл, Дж. Уатт \\\ М.:Мир, 1979. 312 с.

6.Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит / В.А. Авдюшев.\ – Томск: Изд-во НТЛ, 2010. – 282 с.

7.Одинаев Р.Н. Разностная аппроксимация интегро-дифференциальной задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых и вычислительные эксперименты [Текст] / Р.Н. Одинаев Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2018. №1. - 34-42с.

8.Одинаев Р.Н. Амсилаи математикии масъалаи мухофизати агросеносаи пахта аз зараррасониҳои хоҷагии кишлоқ [Матн] / Р.Н. Одинаев, А.Б. Гафоров // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ -2019-№4-С.14-21.

9.Гафоров А.Б. Усули адабии ҳалли масъалаи дифференсиалии мухофизати агросеносаи пахта ва натиҷаҳои компютери он [Матн] / А.Б. Гафоров // Паёми Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав. Силсилаи илмҳои гуманитарӣ ва иқтисодӣ – 2020. – № 3/1(77) – С. 129-133.

10.Одинаев, Р.Н. Моделсозии компютери масъалаи мухофизати растани бо назардошти сини сол ва тақсмоти фазой бо диллох функсияҳои графикӣ [Матн] / Р.Н. Одинаев, П.Л. Нарзуллоев, А.Б. Гафоров // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ -2020-№2-С.19-25.

11.Одинаев, Р.Н. Исследование математической модели агроценоза хлопчатника в стационарном случае [Текст] / Р.Н. Одинаев, А.Б. Гафоров // Доклады Академии наук РТ-2020. Том 63- №11-12-С.690-696.

12.Одинаев, Р.Н. Математическое и компьютерное моделирование агроценоза хлопчатника с учетом возрастной структуры и с произвольными трофическими функциями [Текст] / Р.Н. Одинаев, А.Б. Гафоров // Научный журнал Российской академии наук «Системы и средства информатики» -2021. Том 31-№2-С.173-183.DOI: 10.14357/08696527210216.

13.Одинаев, Р.Н. Масъалаи идоракунии оптималӣ дар амсилаи математикии агросеносаи пахта [Матн] / Р.Н. Одинаев, А.Н. Фозилҷонов, А.Б. Гафоров, Х.А. Бобиев // Мачаллаи назариявӣ ва илмию истеҳсолии “Кишоварз” -2021-№1(90)-С.36-41.

14.Одинаев, Р.Н. Об одном необходимом и достаточном условии существования решения задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев // Евразийское Науч. Объединение. – 2017. – Т.1, №12 (34). – С. 20-25.

15.Одинаев, Р.Н. Об одной нелинейной математической модели защиты растений с учетом возрастной структуры [Текст] / Р.Н. Одинаев // Вестн. ТНУ. Сер. Естеств. наук. – Душанбе, 2016. – № 1/2 (196). – С. 13-17.

16.Одинаев, Р.Н. Численный метод решения интегро-дифференциальной задачи защиты растений [Текст] / Р.Н. Одинаев \\\ Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2017. №1/5. 112-116. с.

REFERENCES

1. Ortega, J. “Introduction to Numerical Methods for Solving Differential Equations.” \ J., Ortega, W. Poole \\\ Translation from English; under the editorship of A.A. Abramov - М.; The science. Editor-in-Chief of Physics and Mathematics, 1986.-288s.

2. Hemming R.V. “Numerical methods for scientists and engineers”: \ R. V. Hemming \\\ Translated from English: Edited by R.S. Gutera Chief editor of physical and mathematical literature 1968.-203 p.

3. Verzhbitsky Y. Fundamentals of numerical methods. - М.: \ Y Verzhbitsky \\\ Higher school, 2002. - 840 pages.

4. Mastyaeva I.N., Semenikhina O.N. Numerical Methods: Textbook / I. N. Mastyaeva., O.N, Semenikhina.\\\ Moscow International Institute of Econometrics, Informatics, Finance and Law. - М.: MESI M., 2003. - 102 pages.

5. Hall J., Watt J. Modern numerical methods for solving ordinary differential equations. М.: \ J Hall; J Watt.\\\ Mir, 1979. 312 p.

6. Avdyushev V.A. Numerical modeling of orbits / V.A. Avdyushev. - \\\Tomsk: NTL Publishing House, 2010. - 282 p.

7.Odinaev R.N. Difference approximation of the integro-differential problem of plant protection, taking

into account the age structure of insects and computational experiments [Tekht] / R. N. Odinaev // Bulletin of the Tajik National University. Natural Sciences Series. 2018. No. 1. - 34-42p.

8. Odinaev R.N. Mathematical model of the problem of protection of cotton agrocenosis from agricultural pests [Text] / R.N. Odinaev, A.B. Ghaforov // Message from the National University of Tajikistan. Department of natural sciences -2019-№4-S.14-21.

9. Gaforov A.B. Numerical method of solving the problem of differential protection of cotton agrocenosis and its computer results [Text]/ A.B. Ghaforov // Message from Nasir Khusrav Bakhtar State University. Series of humanitarian and economic sciences - 2020. - No. 3/1(77) - S. 129-133.

10. Odinaev, R.N. Computer modeling of the issue of rat protection with a view of the face and body and spatial distribution with desired trophic functions [Text] / R.N. Odinaev, P.L. Narzulloev, A.B. Ghaforov // Message from the National University of Tajikistan. Department of natural sciences -2020-№2-S.19-25.

11. Odinaev, R.N. The study of the mathematical model of cotton agrocenosis in the stationary case [Text] / R.N. Odinaev, A.B. Gaforov // Reports of the Academy of Science of the Republic of Tatarstan-2020. Volume 63-No. 11-12-S.690-696.

12. Odinaev, R.N. Mathematical and computer modeling of cotton agrocenosis, taking into account the age structure and with arbitrary trophic functions [Technology] / R.N. Odinaev, A.B. Gaforov // Scientific journal of the Russian Academy of Sciences "Systems and means of informatics" -2021. Volume 31-No. 2-C.173-183. DOI: 10.14357/08696527210216.

13. Odinaev, R.N. The problem of optimal management in the mathematical model of cotton agrocenosis [Text]/ R.N. Odinaev, A.N. Foziljonov, A.B. Gaforov, H.A. Bobiev //Theoretical and scientific and production magazine "Kishovarz" -2021-№1(90)-P.36-41.

14. Odinaev, R.N. On one necessary and sufficient condition for the existence of a solution to the problem of plant protection [Text] / R.N. Odinaev // Eurasian Scientific. Union. - 2017. - V.1, No. 12 (34). - S. 20-25.

15. Odinaev, R.N. About one nonlinear mathematical model of plant protection taking into account the age structure [Text] / R.N. Odinaev // Vestn. TNU. Ser. natural Sciences. - Dushanbe, 2016. - No. 1/2 (196). - P. 13-17.

16. Odinaev, R.N. Numerical method for solving the integro-differential problem of plant protection [Text] / R.N.Odinaev // Bulletin of the Tajik National University. Natural Sciences Series. 2017. No. 1/5. 112-116. p.

ҲАЛЛИ АДАДИИ МАСЪАЛАИ МУҲОФИЗАТИ АГРОСЕНОЗИ ПАХТА ВА МОДЕЛСОЗИИ КОМПЮТЕРИИ ОН

Дар моделсозии математикии системаҳои биологӣ, системаи муодилаҳои дифференсиалии ғайрихаттӣ истифода мешаванд. Чунин моделҳо на танҳо дар биология, балки дар соҳаҳои иқтисодиёт, химия, тиб ва менечмент истифода мешаванд. Омӯзиши ин масъалаҳо, ҳалли ин системаҳои муодилаҳои талаб мекунад. Азбаски аксарияти ин муодилаҳо ғайрихаттӣ ё ғайристандартӣ мебошанд, аксар вақт ҳалли аналитикии онҳоро ёфтани ғайриимкон аст. Аз таҳлили таҳқиқотҳои таҷрибавӣ бармеояд, ки дар айни замон, яқинд усулҳои дар чунин масъалаҳои системаҳои мураккаб истифода мебаранд, масалан усулҳои Эйлер, Рунге-Кутт, Рунге-Кутт-Мерсон, Адамс ва ғайра. Дар мақола, ҳалли ададии масъалаи муҳофизати агросенози пахта, ки бо системаи муодилаҳои интегро-дифференсиалии ифода шудааст, бо усули Адамс муайян мекунам. Дар амалия, ду намуди усули Адамс васеъ истифода мешаванд - ошкор ва ноошкор. Усулҳои ошкор бо усули Адамс-Башфорт, усулҳои ноошкор бо усули Адамс-Мултон маъруфанд.

Калидвожаҳо: модели математикӣ, модели компютерӣ, усули бисёрқадама, ҳалли ададӣ, усулҳои тақрибӣ, усулҳои Эйлер ва Адамс, сатҳи трофикӣ, биомасса, намудҳои биологӣ, муодилаи дифференсиалии.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЗАЩИТЫ АГРОЦЕНОЗА ХЛОПЧАТНИКА И ЕЕ КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Большинство математических моделей биосистем, которые описываются системой дифференциальных уравнений, не всегда возможно решить аналитически. Вследствие чего, решение таких систем дифференциальных уравнений находится с помощью вычислительной математики. Решение интегро-дифференциальных уравнений является весьма сложной и важной задачей в математическом моделировании разных задач. Исходя из этого, в данной статье рассматривается численное решение интегро-дифференциального уравнения, которое описывает задачу защиты хлопкового агроценоза. Для численного решения интегро-дифференциального уравнения существуют некоторые методы, среди которых чаще всего используются методы Эйлера, Рунге-Кутты и метод Адамса. Используя разработанную компьютерную программу на языке программирования «С++», получено решение интегро-дифференциального уравнения численным методом Адамса. Полученные компьютерные результаты качественно соответствуют результатам полевых экспериментов ученых отдела защиты растений Института растениеводства АСХНТ. Как известно, для решения задачи защиты

хлопкового агроценоза обычно решают две задачи: первая задача – на основе имеющихся данных о агроценозе хлопчатника определить критические значения вредителей и полезных насекомых, а вторая задача - использование ядохимикатов для уничтожения численности вредных насекомых хлопкового агроценоза.

Ключевые слова: математическая модель, компьютерная модель, многошаговый метод, численное решение, приближенные методы, метод Эйлера, метод Адамса, трофический уровень, биомасса, биологический вид, дифференциальное уравнение.

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF COTTON AGROCENOSIS PROTECTION AND ITS COMPUTER SIMULATION

Most of the mathematical models of biosystems, which are described by a system of differential equations, are not always possible to solve analytically. As a result, the solution of such systems of differential equations is found with the help of computational mathematics. The solution of integro-differential equations is a very complex and important task in the mathematical modeling of various problems. Based on this, this article considers the numerical solution of the integro-differential equation, which describes the problem of protecting cotton agroecology. For the numerical solution of the integro-differential equation, there are some methods, among which the Euler, Runge-Kutta and Adams methods are most often used. Using the developed computer program in the “C++” programming language, the solution of the integro-differential equation was obtained by the Adams numerical method. The obtained computer results qualitatively correspond to the results of field experiments by scientists of the plant protection department of the Institute of Plant Growing of the Academy of Agricultural Sciences of Tajikistan. As known, to solve the problem of protecting cotton agroecology, two tasks are usually solved: the first task is to determine the critical values of pests and beneficial insects based on the available data on cotton agroecology, and the second task is the use of pesticides to destroy the number of harmful insects of cotton agroecology.

Key words: mathematical model, computer model, multi-step method, numerical solution, approximate methods, Euler method, Adams method, trophic level, biomass, biological species, differential equation.

Маълумот дар бораи муаллифон: **Одинаев Раим Назарович** – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи моделсозии математикӣ ва компютери факултети механикаю математика. Суроға: 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ, 17. Телефон: (+992) 919-23-02-50. E-mail: raim_odinaev@mail.ru.

Гафоров Алишер Бобобекович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, муаллими калони кафедраи моделсозии математикӣ ва компютерӣ. Суроға: 734025, ш. Душанбе Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. Телефон: **900-76-66-03**. E-mail: alisher_gaforov@mail.ru.

Мухаков Вайсиддин - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, магистранти кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механика. Суроға: 734025, ш. Душанбе Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. Телефон: **900-92-99-85**. E-mail: Muhakovv@mail.ru.

Сведения об авторах: **Одинаев Раим Назарович** – Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического и компьютерного моделирования механико-математического факультета. Адрес: 734025, г. Душанбе Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. Телефон: (+992) 919-23-02-50. E-mail: raim_odinaev@mail.ru.

Гафоров Алишер Бобобекович – Таджикский национальный университет, старший преподаватель кафедры математического и компьютерного моделирования. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **900-76-66-03**. E-mail: alisher_gaforov@mail.ru

Мухаков Вайсиддин - Таджикский национальный университет, магистрант кафедры вычислительной математики и механики. Адрес: 734025, г. Душанбе Республика Таджикистан, пр. Рудаки 17. Телефон: 900-92-99-85. E-mail: Muhakovv@mail.ru

Information about the authors: **Oдинаev Raim Nazarovich** – Tajik National University, Doctor of physics and mathematics, Professor of the Department of Mathematical and Computer Modeling of the Faculty of Mechanics and Mathematics. Address: 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: (+992) 919-23-02-50. E-mail: raim_odinaev@mail.ru

Gaforov Alisher Bobobekovich - Tajik National University, assistant of the department of mathematical and computer modeling. Address: 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan Rudaki Avenue 17. Phone: **900-76-66-03**. E-mail: alisher_gaforov@mail.ru

Mukhakov Vaisiddin - Tajik National University, undergraduate of the Department of Computational Mathematics and Mechanics. Address: 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Ave. 17. Phone: 900-92-99-85. E-mail: Muhakovv@mail.ru

УДК: 519.85

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СЛОЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЕ ВЫСОКОГО УРОВНЯ PYTHON

Косимов И.Л., Косимова М.И.

Таджикский национальный университет

Цель статьи: создать компьютерную модель для решения сложных математических задач, которые студенты специальностей математики, прикладной математики и информатики изучают каждый день, но на аналитических решения тратят много времени.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- ✓ Проанализировать преимущества и недостатки языка программирования Python;
- ✓ Изучить математические модули Scipy.Integrate и NumPy данного языка программирования;
- ✓ Создать алгоритм решения математических задач;
- ✓ Создать компьютерную модель для решения математических задач.

Таким образом, смысл данной статьи заключается в том, что с помощью языка программирования высокого уровня Python можно решать многих разных математических задач, в частности сложные задачи математического анализа и дифференциальных уравнений. [21].

Задачей математического анализа можно реализовать в Python, если пользователь этого языка программирования, знает модули scipy. Integrate и NumPy. Модуля scipy. Integrate не понадобятся установить отдельно в состав других библиотеки Python. Но библиотека математики, то есть NumPy обязательно надо установить, [1, 2, 3, 4, 5].

Проанализировать преимущества и недостатки языка программирования Python:

1) *Простота Python.* Язык программирование высокого уровня Python часто используется в качестве первого языка, потому что он легко в использовании и легко изучаемы. В процессе создание программы как в других языках программирование не требуется использование фигурных скобок;

2) *Обширность применения.* Язык программирование Python используется в создание веб-страниц, игр, приложениях, разработка прикладных программ, 3D-графика и моделирование поверхностей и даже для обработки и редактирование фотографий;

3) *Лицензия и бесплатно.* Для создание любой видов приложение или программ не требуется лицензии, и оно свершено бесплатно. Это позволяет любого человека использовать языка Python без ограничений. Даже любой человек может на этом языке совершенно бесплатно открыт различных курсов и видео уроков без разрешения автора и даже может редактировать самого языка Python;

4) *Поддержка.* Можно смело сказать все разработчики мира и сообщество программистов поддерживает языка программирование высокого уровня Python. Поэтому, если кто-то столкнётся с какой небу проблемы в программирование, и он всегда сможет обратиться напрямую, для решения проблема;

5) *Обширные библиотеки.* Язык программирование Python имеет богатые стандартные библиотека, в которых мы можем работать с базами данных, интернет-протоколами, электронными ресурсами и других модулями для решение необходимыми задача;

6) *Подходит для большинства типов современных операционных систем.* Программ или так называемыми скриптами написанные на языках Python,

подходит для операционных систем Windows, Android, iOS и других типов операционных систем. По этому возможности языка Python гораздо шире чем других языков программирование;

7) *Перспектива.* Одна из основных факторов языка программирование Python для изучения в том, что это язык каждый год обновляется версиями. Поэтому язык будет востребован еще несколько лет благодаря своим обновлениями и достоинствам. Если кто-то хочет изучать программирование, не нужно выбирать других языков и можете смело выбирать язык Python.

Недостатки Python:

1. *Необычный синтаксис.* Если вы изучали как первый язык программирования C или C#, а не Python то привыкнуть к нему будет сложно из-за отсутствия фигурных скобок и некоторых знаков. Но если язык Python изучать как первый, то ест базовый, то эта проблема решается очень легко;

2. *Низкая скорость выполнения программы.* Программы или приложение, написанные на языке программирование Python, работают медленнее, чем аналогичные программы, написанные на языках C, C# или других языках;

3. *Неправильное копирование кода.* Если скопировать какой небу част текста скрипта с других ресурсов, и что бы вставит в окно код скрипта Python, то не получится просто так. Придётся перевести режим клавиатур на английской;

4. *Преобразовать программы в exe.* Программы, которого написано в языке программирование Python должны быть преобразованы в *exe* файл для использования в Windows и имеют расширение *py*. Такой файл занимает большою память, и увеличивается в несколько раз. Это проблему можно решить, удалив ненужные библиотеки, но после этого действия программа может быт хуже;

5. *Написание драйверов невозможно.* Некоторые профессиональный программисты говорят, что в Python невозможно написать драйверов для программного обеспечения, потому что у него такого инструмента нет;

6. *Несовместимость разных языковых версий.* Каждой год версий Python обновляется, однако Python 2.x несовместима с Python 3.x, и при написании скриптов на Python 2.x будет ошибка.

Математический модуль в Python. В математическом модуль Python входит функции для интегрирования, вычисление определённых интегралов и двойных, тройных интегралов разными методами решение. Проведение интегрирование можно проводить для функций, заданных аналитически через оператора `def ()`, так и таблично в дискретных точках. В Python можно интегрировать даже системы обыкновенных дифференциальных уравнений, для пример решения задачи Коши.

Компьютерная модель – это представление объектов, процессов, явлений средствами специальных компьютерных программ, то ест код программ в Python: графических, анимационных редакторов, табличных процессоров, программ для создания баз данных, специализированных компьютерных тренажеров-симуляторов, виртуальных лабораторий. Включает набор данных, характеризующих свойства системы и динамику их изменения со временем. [13].

Компьютерные модели создаётся для получения новых данных и знаний об объекте или для получение приближенной оценки поведения систем, слишком сложных задач для аналитического решение.

Пример 1. Вычислим интеграл $I(a,b) = \int_0^1 (ax^2 + b)dx$. Определяем подынтегральную функцию с параметрами. Вычисляем интеграл I .

Тест программа:

```
from scipy.integrate import quad
def integrend (x, a, b):
    return a * x * x + b
```

```

a=2
b=1
i=quad (integrend, 0, 1, args = (a, b))
print ('i=', i)

```

Вывод:

```

===== RESTART: C:/Users/User/Desktop/MatAnaliz.py =====
i= (1.6666666666666667, 1.8503717077085944e-14)

```

Можно задавать бесконечные пределы интегрирования, используя математическую библиотеку NumPy с параметром *np*.

Пример 2. Вычислим интеграл $I(a,b) = \int_0^{\infty} a * e^{-b*x} dx$.

Текст программа:

```

import numpy as np
from scipy.integrate import quad
def integrand (x, a, b):
    return a*np.exp(-b*x)
a=2
b=1
i=quad (integrand, 0, np.inf, args= (a, b))
print ('i=', i)

```

Вывод:

```

===== RESTART: C:/Users/User/Desktop/Analiz2.py =====
i= (2.0000000000000004, 1.1685213407217939e-10)

```

Модуль *scipy.optimize* нужен для проведения оптимизации, поиска корней и экстремумов различных функций. Нахождение минимум и максимумов возможно через разные алгоритмы решение для одномерных и многомерных функций, реализован поиск минимумов с ограничениями и глобальных минимумов. В этом модуле есть подбор функций методом наименьших квадратов, поиск корней одномерных и многомерных функций линейными и нелинейными методами, [1, 2, 3, 4, 5].

Пример 3. Поиск минимума функции Розенброка, которая используется для оценки производительности алгоритмов оптимизации:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N-1} [(1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2].$$

Глобального минимума для данной функции считается, нетривиальной задачей.

Текст программа:

```

import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
def rosen (x):
    return sum (100.0*(x[1:]-x[:-1])**2.0)**2.0+(1-x[:-1])**2.0)
x0=np.array([1.3,0.7,0.8,1.9,1.2])
res= minimize(rosen, x0, method='nelder-mead', options={'xtol':1.00E-08, 'disp': True})
print (res.x)

```

Вывод:

```

===== RESTART: C:\Users\User\Desktop\Optimiz.py =====

```

Optimization terminated successfully.

Current function value: 0.000066

Iterations: 141

Function evaluations: 243

```

[0.99910115 0.99820923 0.99646346 0.99297555 0.98600385]

```

```

>>

```


Пример 4. Подбор параметров функции заданного вида для минимизации отклонения от набора данных. Задаём функцию *func* с параметром и набор данных (xdata, ydata). Значения функции имеют случайный разброс относительно точной функции. После подгонки получаем параметры функции и матрицу ковариации.

Текст программа:

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
# Функция
def func (x, a, b, c):
return a*np.exp (-b * x) + c
xdata=np. linspace (0, 4, 50)
y= func (xdata, 2.5, 1.3, 0.5)
ydata=y+0.2*np. random. normal(size=len(xdata))
Poptimiz, Pcovariz=curve_fit(func, xdata, ydata)
print(' Poptimiz ')
print(Poptimiz)
print(' Pcovariz ')
print(Pcovariz)
```

Вывод:

===== RESTART: C:/Users/User/Desktop/Optimiz2.py =====

```
Poptimiz
[2.52004268 1.25857581 0.42843544]
Pcovariz
[[ 0.01273349  0.00487452 -0.00076613]
 [ 0.00487452  0.01555622  0.00483751]
 [-0.00076613  0.00483751  0.0027109 ]]
```

Вывод:

===== RESTART: C:/Users/User/Desktop/Optimiz2.py =====

```
Poptimiz
[2.3683967  1.12699483 0.45316979]
Pcovariz
[[ 0.01116837  0.00351058 -0.00100681]
 [ 0.00351058  0.01414298  0.0052883 ]
 [-0.00100681  0.0052883  0.00320263]]
```

Пример 5. Требуется решить следующее интегро-дифференциальное уравнение в квадрате $[0; -1] \times [0; -1]$:

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)P + 5 \left(\int_0^1 \int_0^1 \cosh(P) dx dy \right)^2 = 0$$

при условии $P(x, 1) = 1$ и $P=0$ на других границах квадрата.

Это можно сделать, заменяя функцию P набором ее значений на некоторой сетке $P_{n,m} \approx P(nh, mh)$, с малым шагом h . Производные и интеграл можно заменить суммами, например

$$\partial_x^2 P(x, y) \approx \frac{P(x+h, y) - 2P(x, y) + P(x-h, y)}{h^2}.$$

Таким образом задача превращается в систему $N_x \times N_y$ нелинейных алгебраических уравнений, из которых можно найти значения функции во всех узлах сетки.

Для решение данной задачи стандартные методы поиска многомерных корней займут очень много времени. Поэтому решение можно найти с помощью специальными алгоритмами для больших систем, например, krylov, broyden2 или

anderson. Данный методы похожи на метод Ньютона, в которых вместо вычисления Якобиана (матрицы производных) находится ее приближительное значение.

Решение задача можно найти с помощи алгоритма *newton_krylov*. Задаем сетку из 75 x 75 узлов и функцию для оптимизации *residual*. Обратите внимание, что значения на границах вычисляются иначе, чем внутри области. Решение находится методом итерации из начального нулевого приближения.

Таким образом, код программа данного задачи выглядит так:

Текст программа:

```
import numpy as np
from scipy.optimize import newton_krylov
from numpy import cosh, zeros_like, mgrid, zeros
# Параметры
nx, ny=75, 75
hx, hy=1.0/(nx-1), 1.0/(ny-1)
P_left, P_right=0, 0
P_top, P_bottom=1, 0
# Функция
def residual(P):
    d2x=zeros_like(P)
    d2y=zeros_like(P)
    d2x[1:-1]=(P[2:]-2*P[1:-1] + P[:-2])/hx/hx
    d2x[0] =(P[1]-2*P[0]+P_left)/hx/hx
    d2x[-1] =(P_right-2*P[-1]+P[-2])/hx/hx

    d2y[:, 1:-1]=(P[:, 2:]-2*P[:, 1:-1]+P[:, :-2])/hy/hy
    d2y[:, 0]=(P[:, 1]-2*P[:, 0]+P_bottom)/hy/hy
    d2y[:, -1]=(P_top-2*P[:, -1]+P[:, -2])/hy/hy
    return d2x + d2y + 5*cosh(P).mean() **2
guess=zeros((nx, ny), float)
sol=newton_krylov(residual, guess, method='lgmres', verbose=1)
print (' Остаток = ', abs(residual(sol)).max())
# График
import matplotlib.pyplot as plt
x, y=mgrid[0:1:(nx*1j), 0:1:(ny*1j)]
plt.pcolor(x, y, sol)
plt.colorbar()
plt.show()
```

Вывод:

```
===== RESTART: C:\Users\User\Desktop\OptGraf.py =====
0: |F(x)| = 40.1231; step 1    5: |F(x)| = 0.00171562; step 1
1: |F(x)| = 16.8208; step 1    6: |F(x)| = 0.000132127; step 1
2: |F(x)| = 5.6912; step 1    7: |F(x)| = 6.27737e-06; step 1
3: |F(x)| = 1.40876; step 1   8: |F(x)| = 4.48006e-07; step 1
4: |F(x)| = 0.038521; step 1  Остаток = 4.480060518119444e-07
```

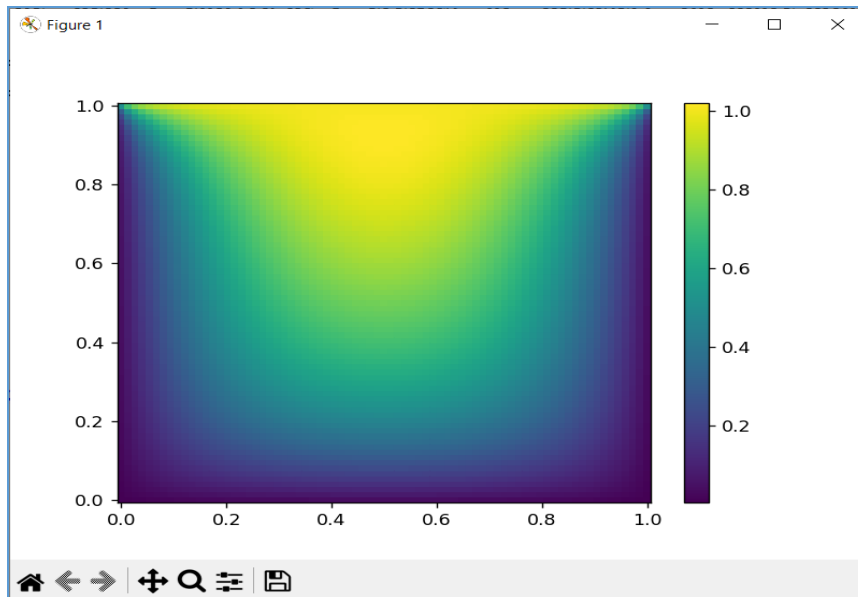


Рисунок 1. Графический результат:

Figure 1. Graphical result:

Рассмотрены приемы решения обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью модуля `scipy.integrate` языка Python.

В математическом модуль `scipy.integrate` есть две функции `ode()` и `odeint()` для решение ОДУ. Функция `ode()` более универсальная, которые предназначены для решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями в одной точке, то есть задача Коши, а функция `odeint()` имеет более простой интерфейс и хорошо решает большинство задач. Функция `odeint()` имеет три обязательных аргумента: `odeint(func, y0, t[, args=(), ...])` и много опций.

Пример 6. Пусть требуется создать программу для решения обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка и представить результат в виде графика:

$$y' = -y(t) \cdot t, y(-2) = 1$$

Текст программа:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
def dydt (y, t):
    return -y*t
t = np.linspace (-2, 2, 51)
y0 = 1 # Начальное значение
y = odeint (dydt, y0, t)
y = np.array (y).flatten()
plt.plot ( t, y, '-sr', linewidth=3)
plt.Show ()
```

Вывод:

===== RESTART: C:\Users\User\Desktop\ODEGraf.py =====

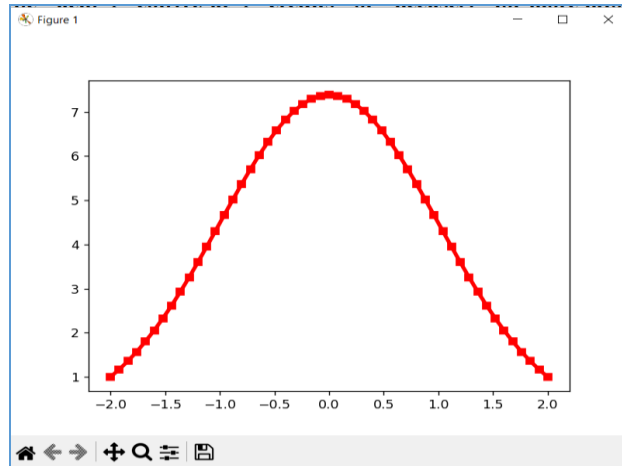


Рисунок 2. Графический результат ОДУ

Figure 2. Graphical result of the ODE

Пример 7. Пусть требуется создать программу для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений и представить результат в виде графика:

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2, \\ y_2' &= -y_2 - y_1, \\ y_1(0) &= 0, \\ y_2(0) &= 1 \end{aligned}$$

Текст программа:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
# Функция
def f(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -y2 - y1]
t = np.linspace(0, 10, 41) # Вектор времени
y0 = [0, 1] # Начальное значение
w = odeint(f, y0, t)
y1 = w[:,0]
y2 = w[:,1]
fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y1, '-o', t, y2, '-o', linewidth=2)
plt.ylabel("z")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
```

Вывод:

===== RESTART: C:\Users\User\Desktop\ ODEGraf.py =====

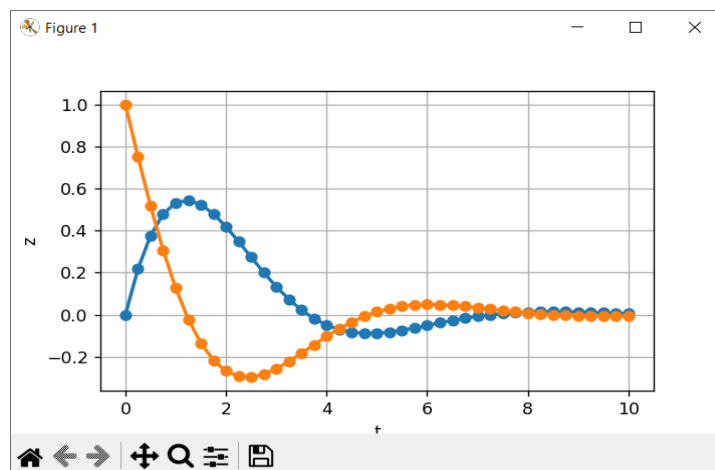


Рисунок 3. Графический результат системы ОДУ

Figure 3. Graphical result systems of ODE

Заключение. Решение примеров и задач дифференциальных уравнений и математического анализа с помощью компьютерных моделей позволяет сэкономить время и получить точные результаты. Кроме того, представление решения уравнений и примеров в виде графиков позволяет наглядно их проанализировать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Косимов И.Л. Компьютерное моделирование физических процессов средствами языка программирования Python 3.10 / И.Л. Косимов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2022. – №.3. – С.106-115.
2. Косимов И.Л. Математическая и компьютерная модель автоматизации зачетно-экзаменационного расписания в классической системе учёбы / И.Л. Косимов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2020. – № 4. – С.33-39.
3. Косимов И.Л. Внедрение логических выражений в язык программирования Python / И.Л. Косимов // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава. Серия естественных наук. – 2019. – № 2/4(69). – С.34-38. ISSN 2663-6417.
4. Насриддинова Т.Н. [О модели процесса степени загрязнения атмосферного воздуха и влиянии промышленных регионов РТ \(на примере города Душанбе, Яван, Турсунзаде\)](#) / Насриддинова Т.Н., Мирзоев С.Х., Одиназода С.А., Косимов И.Л. В сборнике//Современные проблемы математики и её приложений. Материалы Международной научно-практической конференции. Душанбе, 2022. – С. 119-124.
5. Косимов И.Л. Возможности языка программирования Python в решении системы линейных уравнений / И.Л. Косимов, Г.И. Рахматова // Вестник Института развития образования. – №1 (33). – 2021. – С.236-240.
6. Косимов И.Л. Математическая модель и автоматизация расписания занятий / И.Л. Косимов // Вестник Таджикского национального университета. – 2019. – №1. – С.13-17.
7. Косимов И.Л. Качество обучения и его зависимость от расписания занятия в математической модели процесса звонков на уроках / И.Л. Косимов // Вестник Таджикского национального университета. – 2017. – №1/4. – С.40-43.
8. Косимов И.Л. Основа программирования на Python 3.8 и примеры и задачи / И.Л. Косимов. I-часть. – Душанбе: Нушбод, 2021. – 186 с.
9. [Электронный ресурс].URL: torus.pp.ua/manuals/lessons/matusko/perechodn.html (Дата обращения: 20.06.22).
10. [Электронный ресурс].URL: electricalschool.info/spravochnik/electroteh/747-perekhodnye-processy-v-jelektricheskoij.html (Дата обращения: 20.06.22).
11. [Электронный ресурс]. URL: ru.wikipedia.org/wiki/Переходные_процессы_в_электрических_цепях (Дата обращения: 20.06.22).
12. [Электронный ресурс]. URL: studopedia.ru/20_8405_kommutatsiya..._tsepi.html (Дата обращения: 20.06.22).
13. [Электронный ресурс]. interneturok.ru/lesson/informatika/8-klass/bglava-1-sistemy-schisleniyab/informatsionnye-nematerialnye-modeli-kompyuternoe-modelirovanie.
14. Саидов И.М. Основы математического моделирования: Учебно-методическое пособие / И.М. Саидов. – Душанбе, 2020. – 152 с.

15. Комилийн Ф.С. Руководство по компьютерной технологии / Ф.С. Комилийн, И.Л. Косимов Р.Дж. Давлатов Ш.Х. Тагоев. – Душанбе: Маориф, 2018. – 307 с. ISBN 978-99947-852-8-5.
16. Назаров А.П. Эффективность использования компьютерных моделей в обучении геометрии / С.С. Сафаров, А.П. Назаров, М. Нугмонов // Сообщение Института развития образования. – 2021. – № 1 (33). – С. 223-227.
17. Назаров А.П. Методика обучения информатике: Учебник / А.П. Назаров. – Душанбе: Мехроч-Граф, 2019. – 462 с.
18. Матвиенко В.А. Основы теории цепей: учебное пособие для вузов / В.А. Матвиенко. – Екатеринбург: УМЦ УПИ, 2016. – 162 с.
19. Ключников О.И. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие: в 5 ч. Ч. 4: Переходные процессы в линейных электрических цепях / О.И. Ключников А.В. Степанов. – Екатеринбург: Изд-во ФГАОУ ВПО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т», 2010. – 100 с.
20. Комилийн Ф.С. Компьютерное моделирование системы сетевого обслуживания в дискретном времени, работающей в порядке инверсии и случайного преимущества БД ВАК / Ф.С. Комилийн, М.Р. Ёров // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2020. – № 2. – С. 72-83.
21. [Электронный ресурс]. Решение математических задач на языке программирования Python.

REFERENCE LITERATURE

1. Kosimov I.L. Computer modeling of physical processes using the programming language Python 3.10/ I.L. Kosimov// Bulletin of the Tajik National University. Natural Sciences Series. - 2022. - No. 3. - Pp. 106-115.
2. Kosimov I.L. Mathematical and computer model of automation of the test and examination schedule in the classical system of study/ I.L. Kosimov // Bulletin of the Tajik National University. Series of natural sciences. – No.4. – 2020. – Pp.33-39.
3. Kosimov I.L. Possibilities of the python programming language in solving a system of linear equations / I.L. Kosimov, G.I. Rakhmatova // Bulletin of the Institute for the Development of Education. –2021. –No.1(33). - Pp. 236-240.
4. Nasriddinova T.N. On the model of the process of the degree of atmospheric air pollution and the influence of the industrial regions of the Republic of Tajikistan (on the example of the cities of Dushanbe, Yavan, Tursunzade). / Nasriddinova T.N., Mirzoev S.Kh., Odinzoda S.A., Kosimov I.L. In the collection. // Modern problems of mathematics and its applications. Materials of the International scientific-practical conference. – Dushanbe, 2022. – Pp. 119-124.
5. Kosimov I.L. Possibilities of the Python programming language in solving a system of linear equations / I.L. Kosimov, G.I. Rakhmatova // Bulletin of the Institute for the Development of Education. - No. 1 (33). – 2021/ – Pp.236-240.
6. Kosimov I.L. Mathematical model and automation of class schedule / I.L. Kosimov // Bulletin of the Tajik National University. – 2019. – No. 1. – Pp.13-17.
7. Kosimov I.L. The quality of teaching and its dependence on the class schedule, the mathematical model of the call process in the classroom / I.L. Kosimov // Bulletin of the Tajik National University. – 2017. – No. 1/4. – Pp.40-43.
8. Kosimov I.L. Python 3.8 Programming Fundamentals and Examples and Tasks / I.L. Kosimov. – Part I. – Dushanbe: Nushbod, 2021. – 186 p.
9. [Electronic resource] URL: torus.pp.ua/manuals/lessons/matusko/perechodn.html (Date of access: 20/06/22).
10. [Electronic resource] URL: electricalschool.info/spravochnik/electroteh/747-perekhodnye-processy-v-jelektricheskoyj.html.
11. [Electronic resource] URL: ru.wikipedia.org/wiki/Transient_processes_in_electrical_circuits (Date of access: 20/06/22).
12. [Electronic resource] URL: studopedia.ru/20_8405_kommutatsiya...tsepi.html (Date of access: 20/06/22).
13. Saidov, I.M. Fundamentals of mathematical modeling / I.M. Saidov // Educational and methodological manual. – Dushanbe, 2020. – 152 p.
14. [Electronic resource]. interneturok.ru/lesson/informatika/8-klass/bglava-1-sistemy-schisleniyab/informatsionnye-nematerialnye-modeli-kompyuternoe-modelirovanie.
15. Komilyon F.S. Guide to computer technology / F.S. Komilyon, I.L. Kosimov, R.J. Davlatov, Sh.Kh. Tagoev. – Dushanbe: Maorif, 2018. – 307 p.
16. Nazarov A.P. Efficiency of using computer models in teaching geometry / S.S. Safarov A.P. Nazarov, M. Nugmonov // Communication of the Institute for the Development of Education. – 2021. – No. 1 (33). – No. – Pp.223-227.
17. Nazarov A.P. Methods of teaching informatics: textbook / A.P. Nazarov. –Dushanbe: Mehroch-Graf, 2019. – 462 p.

18. Matvienko V.A. Fundamentals of the theory of circuits: a textbook for universities / V.A. Matvienko. – Yekaterinburg: UMC UPI, 2016. – 162 p.
19. Klyushnikov O.I. Theoretical foundations of electrical engineering: textbook. allowance: in 5 hours. Part 4: Transient processes in linear electrical circuits / O.I. Klyushnikov, A.V. Stepanov. – Yekaterinburg: Publishing House of FGAOU VPO “Ros. state prof.-ped. un-t”, 2010. – 100 p.
20. Komiliyon F.S. Computer modeling of a network service system in discrete time, operating in the order of inversion and random advantage of database HAC / F.S. Komiliyon M.R. Yorov // Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – 2020. – No. 2. – Pp.72-83.
21. [Electronic resource]. Solving mathematical problems in the Python programming language.

ҲАЛЛИ БАЪЗЕ МАСЪАЛАҲОИ МУРАККАБИ МАТЕМАТИКӢ БО ЁРИИ ЗАБОНИ БАРНОМАСОЗӢ САТҲИ БАЛАНД РУТНОН

Мақсади мақола сохтани амсилаи компютери халли масъалаҳои мураккаби риёзӣ мебошад, ки донишҷӯёни ихтисосҳои математика, математикаи амалӣ ва информатика меомӯзанд, аммо барои халли онҳо вақти зиёд сарф мекунад. Аз ин рӯ, дар мақола тавассути барномаи компютерӣ якҷанд мисолу масъалаи математикӣ мураккаб барномасозӣ ва нишон дода шудааст. Яъне, ба донишҷӯ пешниҳод карда мешавад, ки бо ёрии амсилаи компютерӣ, халли мисолу масъалаҳо беҳтар аст ва вақти кам сарф мешавад. Барои халли ин гуна масъалаҳо донишҷӯи забонҳои барномасозии сатҳи баланд зарур аст. Барои барномасозӣ кардан аввал бояд амсилаи математикӣ ё худ гузориши масъала дода шавад. Мисолу масъалаҳо, ки дар мақола бо ёрии амсилаи компютерӣ сохта шудааст, ҳал гардидаанд, онҳоро донишҷӯёни мактабҳои олии аз фанни таҳлили математикӣ ва муодилаҳои дифференсиалӣ меомӯзанд. Дар мақола, амсилаи компютерӣ бо истифода аз модулҳои математикӣ Scipy.Integrate, NumPy ва Scipy.optimize забони барномасозии Python 3.11 сохта шудааст. Дар асоси тавсифи масъалаи математикӣ, қадам ба қадам, чӣ гуна барномасозии карда мешавад, шарҳ дода мешавад. Баъд, аз рӯи мисол додашуда, забони барномасозии Python 3.11 истифода карда, барномаи тасвири графикӣ барои таҳлил сохта мешавад.

Калидвожаҳо: амсила, амсилаи компютерӣ, математика, муодилаҳои дифференсиалӣ, таҳлили математикӣ, барномасозӣ, забони барномасозии Python

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СЛОЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЕ ВЫСОКОГО УРОВНЯ PYTHON

Цель статьи создать компьютерную модель для решения сложных математических задач, которые студенты специальностей математики, прикладной математики и информатики изучают, но на их решение тратят много времени. Поэтому несколько примеров и сложных математических задач запрограммированы и показаны в статье с помощью компьютерной программы. То есть студенту предлагается, что с помощью компьютерной модели решение примеров и задач лучше и меньше времени затрачивается. Для решения таких задач им необходимо знать языки программирования высокого уровня. Чтобы запрограммировать, нужно сначала получить математическую модель или постановку задачи. Приведенные в статье примеры и задачи решены, с помощью компьютерной модели, изучают студенты вузов в рамках предметов математического анализа и дифференциальных уравнений. В статье создана компьютерная модель с использованием математических модулей Scipy.Integrate, NumPy и Scipy.optimize языка программирования Python 3.11. На основе описания математической задачи шаг за шагом объясняется, как запрограммировать. Затем на основе приведенного примера на языке программирования Python 3.11 создается программа графического изображения для анализа.

Ключевые слова: модель, компьютерная модель, математика, дифференциальные уравнения, математический анализ, программирование, язык программирования Python

SOLVING SOME COMPLEX MATHEMATICAL PROBLEMS USING THE HIGH-LEVEL PROGRAMMING LANGUAGE PYTHON

The purpose of the article is to create a computer model for solving complex mathematical problems that students of the specialties of mathematics, applied mathematics and computer science study, but spend a lot of time on their solution. Therefore, several examples and complex mathematical problems are programmed and shown in the article using a computer program. That is, the student is offered that with the help of a computer model, solving examples and problems is better and less time is spent. To solve such problems, they need to know high-level programming languages. To program, you must first obtain a mathematical model or problem statement. The examples given in the article and the tasks solved with the help of a computer model are studied by university students in the subjects of mathematical analysis and differential equations. The article created a computer model using the Scipy.Integrate, NumPy and Scipy.optimize mathematical modules of the Python 3.11 programming language. Based on the description

of the mathematical problem, it explains step by step how to program. Then, based on the above example, a graphic image program is created in the Python 3.11 programming language for analysis.

Keywords: model, computer model, mathematics, differential equations, mathematical analysis, programming, programming language Python

Маълумот дар бораи муаллиф: Қосимов Исмоил Латипович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои техникаӣ, дотсенти кафедраи информатика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 918-48-76-37. **E-mail:** qosismoil@yandex.ru.

Қосимова Мафтӯна Исмоиловна – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, магистранти кафедраи информатика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 809707099.

Сведения об авторах: Қосимов Исмоил Латипович – Таджикский национальный университет, кандидат технических наук, доцент кафедры информатики. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 918-48-76-37. **E-mail:** qosismoil@yandex.ru.

Қосимова Мафтӯна Исмоиловна – Таджикский национальный университет, магистрант кафедры информатики. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 888-99-02-71.

Information about the authors: Qosimov Ismail Latipovich – Tajik national University, associate professor of the Department of Informatics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 918-48-76-37. **E-mail:** qosismoil@yandex.ru.

Qosimova Maftuna Ismoilovna - Tajik National University, Magister of the Department of Informatics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 888-99-02-71.

УДК: 519.633.9

МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА В ПЛОСКОЙ КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Джураева Г.Х.

Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни

1. Введение. Наша окружающая среда - это инженерное сооружение, которое постоянно находится под непосредственным воздействием климатических факторов, одним из которых являются термодинамические условия. В связи с этим процессы теплообмена и массообменная становятся все более важными для развития науки и техники. Конструкционные материалы любого вида известны как вещество в конденсированной среде, с физико-химической точки зрения они представляют собой набор взаимосвязанных и взаимозависимых фаз. Они различают и коррелируют различные процессы, энергия и направление которых зависят от термодинамических условий окружающей среды. При периодических изменениях температуры воздуха изменяется температура слоев конструкционного материала. Это приводит к циклическим изменениям содержания влаги, структуры и прочности конденсированной среды. Надежность, экономичность и эффективность работы перспективных конструкций во многом, а иногда и серьезно зависит от того, насколько грамотно организована система питания конструкционных материалов и, в конечном итоге, определяет надежность инженерно-технических методов расчета теплопередачи. Для правильного и рационального проектирования мероприятий, направленных на регулирование тепловых процессов в различных задачах, необходимо исключить их влияние на долговечность, надежность, эффективность и экономичность конструкционных материалов и, в естественных условиях, а также при использовании различных изоляционных материалов. В настоящее время расчетные модели также используются для определения толщины теплоизоляционных устройств и покрытия конструкций. Процесс теплопереноса и массопереноса в конденсированных средах-это пространственный, перенос чтобы получить полную картину, нам нужно начать с решения термодинамической пространственной задачи. Для инженерных расчетов традиционных задач разработано большое количество математических моделей и методик их применения. Однако путевое развитие техники непрестанно выдвигает перед специалистами данной отрасли новые и разнообразные задачи и требует их изучения, в основу определения слоя температурного положен метод приближенного расчета теплового потока одинаковой величины [1-6].

В связи с вышеизложенной задачей цель настоящей работы заключается в модельном исследовании процессов стационарного теплопереноса в плоских конденсированных средах.

2. Высказывание вопрос. Предположим, что в некоторый среде конденсированных материалов происходит стационарное явление теплопереноса. Согласно [7-10], физический процесс стационарного теплообмена в конденсированной среде, включая диффузно-реактивный перенос в плоской декартовой системе координат, представляет собой математическую модель в виде:

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} - q(x)u = f(x) \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

в которой ε находится состояние малого аргумента $0 < \varepsilon \leq 1$; $q(x)$, $f(x)$ заданной функции, а также непрерывной на отрезке $[0,1]$, причем $q(x) \geq 0$.

Предположим, что $q(x)$, $f(x)$ функции известны, мы рассмотрим нахождение решения уравнения (1) в соответствии с выполнением граничных условий:

$$\left(\gamma_1 \frac{du}{dx} + \gamma_2 u \right) \Big|_{\Gamma} = \begin{cases} |u(0)| < \infty & \text{при } x=0, \\ \psi & \text{при } x=1. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь γ_1 , γ_2 - числа, а ψ - заданное число.

Для определения решения, полученного на основе модели, используется метод прерывания для выявления ошибок в этом решении, и ему посвящена обширная литература [11-14]. Эффективный выбор модели для решения во многих случаях должен быть осуществлен даже при первоначальном приблизительном действии, чтобы получить решение с удовлетворительной погрешностью при относительно низких затратах на исследования.

Мы исследовали в возмущения, описываемые математическими моделями как выражениями вида (1), при заданных граничных условиях (2). Если мы поместим $\varepsilon = 0$, то есть отбросим возмещение в формулу (1), то в этом случае мы имеем:

$$q(x)v(x) + f(x) = 0. \quad (3)$$

В этом случае, могут быть произвольно известны предельные условия (2), не отвечающие уравнению (3) в границах $x=0$ или $x=1$ среде. Если невозмущенная формула (3) в границах $x=0$ или $x=1$ не удовлетворяет реализации условия (2), то в этом случае возможность силы инерции в данный момент времени отличается от нуля, то есть на так называемой стадии релаксации движения, первый член уравнения (1) не следует недооценивать.

Следовательно, каждое дифференциальное уравнение является приближенным, что не согласуется с описанным в нем процессом. Таким образом, некоторые факторы, влияние которых на процесс исследования "невелико", приводят к изучению зависимости решения дифференциальных уравнений от малых параметров. При математической разработке практических задач поведенческая проблема решения задачи (1) - (2) возникает при определении значений коэффициентов, присущих "малым" параметрам. Решение малой параметрической задачи стало одним из основных направлений в области дифференциальных уравнений и математической физики из-за его практической значимости (применение теории этих уравнений в гидродинамике, нелинейной механике, химической и биологической кинетике и экологии, теория слоев и многих других областях). [7, 15-18].

В работах [8, 19] рассматривается задача нахождения приближенного решения краевой задачи для дифференциальных уравнений с использованием малого параметра в старшей производной, что близко к решению краевой задачи для невозмущаемого уравнения. В связи с этим интересно найти приближенное решение задачи (1) -(2), которое близко к решению задачи (3) -(4).

3. Модельное изучение стационарного процесса теплообмена в плоской конденсированной среде. Прежде всего, следует отметить, что в большинстве случаев можно построить хорошую математическую модель, которая включает только два или три уравнения первого порядка. В нашем утверждении, согласно [8, 9], изменения температуры и плотности теплового потока по координатной оси описывается системой уравнения:

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = -\omega + \mathcal{G}_1 u, \\ \varepsilon^2 \frac{d\omega}{dx} = f(x) - \mathcal{G}_2 \omega, \end{cases} \quad (4)$$

где $u = u(x, \varepsilon)$ - температура в точке x ; $\omega = \omega(x, \varepsilon)$ - плотность теплового потока в точке x ; $\mathcal{G}_1 = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{q(x)}$ и $\mathcal{G}_2 = -\varepsilon \sqrt{q(x)}$ - число компонентов, характеризующих коэффициенты уравнения (1).

Мы рассмотрим конденсированную среду, в которой известны ненулевая температура и плотность теплового потока в оболочке $x = x_0 = 0$, а на поверхности $x = x_n = l$ задано значение ненулевого температурного градиента и плотности теплового потока. Мы рассмотрим процесс рассеивания тепла в положительной половине конденсированного состояния переменных (u, ω) , поскольку параметры поверхности одинаковы. В этом случае, граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} u(x, \varepsilon)|_{x=0} &= |u(0)|, & \omega(x, \varepsilon)|_{x=0} &= |\omega(0)|; \\ u(x, \varepsilon)|_{x_n=l} &= \psi, & \omega(x, \varepsilon)|_{x_n=l} &= \psi. \end{aligned} \quad (5)$$

Если мы решим уравнения (4) при определенных граничных условиях (5) (или начальных условиях $u(x_0) = u_0$, $q(x_0) = q_0$), тогда в качестве решения вы можете получить функции:

$$u = \eta_1(x, x_0, u_0, q_0, \varepsilon), \quad q = \eta_2(x, x_0, u_0, q_0, \varepsilon),$$

он отражает зависимость переменных u, ω от координаты x . Однако можно предложить другой метод визуального представления поведения системы посредством координации. Это называется методом фазовой плоскости [19].

В процессе изменения состояния системы параметры координатной переменной (u, ω) изменяются системой (4).

Следовательно, в каждом случае определенная пара неизвестных значений соответствует, и наоборот: каждая пара неизвестных значений (u, ω) характеризует некоторое отдельное положение системы.

Теперь давайте посмотрим, как мы можем настроить фазовый портрет системного этапа. Очевидно, траектории каждой точки $M(u, \omega)$ равны

полученному значению производной $\frac{d\omega}{du}$, в которой фазовая траектория имеет

касательную к углу наклона $(\text{tg}(\tau))$. Следовательно, чтобы фазовая траектория системы проходила через точку плоскости $M_k(u_k, \omega_k)$, достаточно задать соответствующее направление в этой точке плоскости или значение начального

числа $\frac{d\omega}{du}$ в $u = u_k$, $\omega = \omega_k$. Для этого, конечно, необходимо получить

уравнение, которое напрямую связывает переменные (u, ω) и явно не содержит координаты x в определенном виде. Разделив второе уравнение системы (4) на первое, получим:

$$\frac{d\omega}{du} = \frac{f(x) - \mathcal{G}_2\omega}{\varepsilon^2(\omega - \mathcal{G}_1u)}. \quad (6)$$

Решение этого уравнения дает возможность найти форму прямой зависимости $\omega = \omega(x, u, C, \varepsilon)$, то есть определить класс фазовых траекторий или интегральных кривых в фазовой плоскости. Согласно теории существования и единства решения исходной задачи для дифференциального уравнения, через каждую точку фазовой плоскости проходит только одна интегральная кривая с наклоном, при котором определяется уравнение (6). Константа C в $\omega = \omega(x, u, C, \varepsilon)$ определяется с помощью начальных условий. Однако не всегда легко найти аналитическое решение уравнения (6) и, таким образом, установить функцию фазового портрета системы по всей плоскости (u, ω) . В этом случае вы можете обратиться к качественному методу построения интегральных кривых, так называемому методу изоклина. Изоклин - это линия, которая разделяет все интегральные кривые в фазовой плоскости под определенным углом и принимает определенное значение $\frac{d\omega}{du} = A$, $A = const$ в каждой точке, где расположена

производная $\frac{d\omega}{du}$.

Уравнение изоклина в фазовой плоскости явно выглядит следующим образом:

$$A = \frac{f(x) - \mathcal{G}_2\omega}{\varepsilon^2(\omega - \mathcal{G}_1u)}. \quad (7)$$

В этом случае класс изоклина представляет собой серию прямых, общее уравнение которых равно фазовой траектории

$$\omega(x, \varepsilon) = \frac{f(x)}{\varepsilon(\varepsilon A - \sqrt{q(x)})} + \frac{A\sqrt{q(x)}u}{\varepsilon A - \sqrt{q(x)}}, \quad (8)$$

где A – значение производной в каждой точке.

Как видно из выражения (8), зависимость $\omega(x, \varepsilon)$ имеет сложный характер: а) согласно первому слагаемому по мере возрастания температуры источника ($f(x)$), плотность потока тепла $\omega(x, \varepsilon)$ в зависимости от параметра A линейно растёт; б) согласно второму слагаемому с увеличением температуры $u(x, \varepsilon)$ плотность потока тепла $\omega(x, \varepsilon)$ в зависимости от параметра A уменьшается. Поэтому для уточнения свойства зависимости $\omega(x, \varepsilon)$ от параметра A проведем численный расчет на основе выражения (8) (см. рис.1).

Теперь мы рассмотрим характеристики системы в фиксированном (стационарном) состоянии и рядом с ним. Для определения координат стационарной (неподвижной) точки специальной задачей так называемый основными изоклинами горизонтальными $\frac{d\omega}{du} = 0$ и вертикальными $\frac{d\omega}{du} = \infty$ или горизонтальными и вертикальными тангенциальными изоклинами. Из выражения (7) легко видно, что формула горизонтального оттока ($A=0$) равна:

$$f(x) + \varepsilon\sqrt{g(x)}\omega^*(x, \varepsilon) = 0, \quad (9)$$

и вертикальная тангенциальная формула ($A = \infty$):

$$\varepsilon \omega^*(x, \varepsilon) - \sqrt{g(x)} u^*(x, \varepsilon) = 0. \quad (10)$$

В точке, где числитель и знаменатель (7) поворачиваются одновременно к нулю (немедленно наклоняясь к нулю) или на пересечении главной изоклины (9) и (10), соответствующее направление может быть неопределенным. Потому что в этом случае производное значение становится неопределенным

$$\frac{d\omega}{du} = \frac{f(x) + \varepsilon \sqrt{q(x)} \omega^*}{\varepsilon^2 \omega^* - \varepsilon \sqrt{q(x)} u^*}. \quad (11)$$

Основная изоклина или точка пересечения изоклин, то есть специальная точка, обладает наиболее важным свойством, при котором начальные значения координат одновременно становятся нулевыми u, ω :

$$\frac{du}{dx} = 0, \quad \frac{d\omega}{dx} = 0. \quad (12)$$

Очевидно, что она соответствует точке $M(u^*, \omega^*)$ стационарного состояния в системе, а ее координаты (u^*, ω^*) соответствуют стационарным значениям переменных u, ω . Следует отметить, что система, конечно, может иметь несколько стационарных состояний, поскольку основные изоклины могут возникать в нескольких точках.

Теперь давайте посмотрим, как определить природу устойчивости конкретных точек на фазовой плоскости по свойствам плоских сечений (4).

Будем исходить из тех же представлений о свойствах устойчивых состояний, что и в [8-10] при изучении стабильности стационарных тепловых явлений конденсированной среды в случае уравнения с одним переменным и при моделировании диффузионной передачи реактивной энергии, связанной с теплопроводностью. Пусть (u^*, ω^*) - координаты определенной (особой) точки системы (4) на фазовой плоскости, и пусть наша система немного отклонится от стационарного положения. Значение этого смещения (отклонения) от точки (u^*, ω^*) определяется следующим образом

$$u - u^* = \eta_1; \quad \omega - \omega^* = \eta_2. \quad (13)$$

где $\|\eta_1\| \ll \|u^*\|, \quad \|\eta_2\| \ll \|\omega^*\|$.

Мы подставляем (11) в системы уравнения (4) и, пользуясь значением малости величин η_1, η_2 , разложим функции $\Theta_1(u, \omega) = \varepsilon \omega(x, \varepsilon) - \sqrt{q(x)} u(x, \varepsilon)$

и $\Theta_2(u, \omega) = f(x) + \varepsilon\sqrt{q(x)}\omega(x, \varepsilon)$ на ряд Тейлора вблизи определенной точки (u^*, ω^*) и ограничиваемся первым членом разложения:

$$\begin{aligned}\Theta_1(u, \omega) &= \left(\varepsilon\omega^* - \sqrt{q(x)}u^*\right) + \left(\frac{\partial\Theta_1}{\partial u}\right)_{u=u^*, \omega=\omega^*}\eta_1 + \left(\frac{\partial\Theta_1}{\partial\omega}\right)_{u=u^*, \omega=\omega^*}\eta_2 + \dots, \\ \Theta_2(u, \omega) &= \left(f(x) + \varepsilon\sqrt{q(x)}\omega^*\right) + \left(\frac{\partial\Theta_2}{\partial u}\right)_{u=u^*, \omega=\omega^*}\eta_1 + \left(\frac{\partial\Theta_2}{\partial\omega}\right)_{u=u^*, \omega=\omega^*}\eta_2 + \dots\end{aligned}\quad (1)$$

4)

Отображение значений частных производных в точке (u^*, ω^*) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Theta_1}{\partial u}\Big|_{u=u^*, \omega=\omega^*} &= -\sqrt{q(x)}; & \frac{\partial\Theta_1}{\partial\omega}\Big|_{u=u^*, \omega=\omega^*} &= \varepsilon; \\ \frac{\partial\Theta_2}{\partial u}\Big|_{u=u^*, \omega=\omega^*} &= 0; & \frac{\partial\Theta_2}{\partial\omega}\Big|_{u=u^*, \omega=\omega^*} &= \varepsilon\sqrt{q(x)};\end{aligned}$$

и используя выражения (14), перепишем ряд Тейлора в виде:

$$\begin{aligned}\Theta_1(u, \omega) &= -\sqrt{q(x)}\eta_1 + \varepsilon\eta_2, \\ \Theta_2(u, \omega) &= \varepsilon\sqrt{q(x)}\eta_2.\end{aligned}\quad (15)$$

Подставляя (13) и (15) в исходные системы уравнения (4), получаем систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\eta_1}{dx} = -\sqrt{q(x)}\eta_1 + \varepsilon\eta_2, \\ \varepsilon^2 \frac{d\eta_2}{dx} = \varepsilon\sqrt{q(x)}\eta_2 + f(x). \end{cases}\quad (16)$$

Следовательно, выражения (16) описывают характер изменения значений η_1, η_2 координат или поведение исходной системы (4) вблизи определенной точки (u^*, ω^*) .

Чтобы определить непрерывный характер конкретной точки, необходимо определить, какие величины η_1, η_2 зависят от значений параметров $\sqrt{q(x)}, \varepsilon, \varepsilon\sqrt{q(x)}$ в правых частях системы (4).

Для решения системы (16) используем процедуру нахождения собственных значений с применением матричного метода. Мы будем искать решение в следующем виде:

$$\eta_1 = C \exp(\mu x), \quad \eta_2 = D \exp(\mu x). \quad (17)$$

где C, D - значения начального изменения η_1, η_2 при $x=0$.

Подставляя выражения (17) в (16) и разделив полученные уравнения на $\exp(\mu x)$, получим систему алгебраических уравнений с неизвестными членами C, D :

$$\begin{cases} \mu C = -\sqrt{q(x)}C + \varepsilon D, \\ \mu D = \varepsilon \sqrt{q(x)}D + f(x). \end{cases} \quad (18)$$

Выражение (18), представляющее согласование части, которая естественным образом расположена и находится во взаимной связи, показывает, что система имеет нулевое решение:

$$\begin{cases} (\mu + \sqrt{q(x)})C - \varepsilon D = 0, \\ (\mu - \varepsilon \sqrt{q(x)})D = f(x). \end{cases} \quad (19)$$

Откуда, имеем:

$$C = \frac{\varepsilon f(x)}{(\mu + \sqrt{q(x)})(\mu - \varepsilon \sqrt{q(x)})}, \quad D = \frac{f(x)}{\mu - \varepsilon \sqrt{q(x)}}.$$

Следовательно, решение системы уравнение (17) имеет вид:

$$\eta_1 = \frac{\varepsilon f(x)}{(\mu + \sqrt{q(x)})(\mu - \varepsilon \sqrt{q(x)})} \exp(\mu x), \quad \eta_2 = \frac{f(x)}{\mu - \varepsilon \sqrt{q(x)}} \exp(\mu x). \quad (20)$$

Таким образом, характер поведения η_1, η_2 в непосредственной близости от конкретной точки (u^*, ω^*) , которая нас интересует, в некотором смысле будет зависеть от значений $\mu = \pm \sqrt{f(x) + \varepsilon q(x)}$.

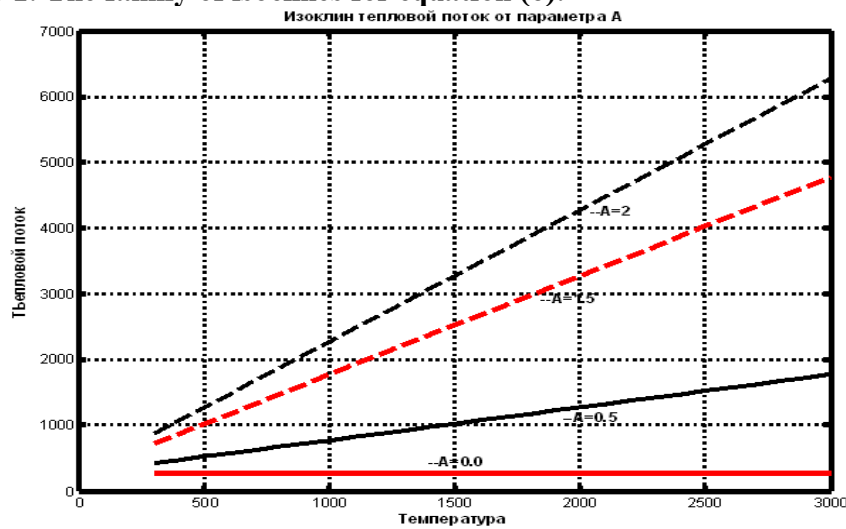
4. Численный расчёт. Для изучения модельного представления решений задачи (1) -(3) ((4) -(5) были взяты параметры конкретной среды из работ [7, 8, 10, 15]. В зависимости от начального распределения стационарных температур и типа краевых условий наблюдаются различные изменения температурного сигнала.

Давайте создадим структуры, которые определяют поведение при решении граничных задач на фазовой плоскости. Задавая значения A и приведём численный расчет, используя выражение (8) относительно теплового потока ω , мы получаем координаты ветвей в зависимости от температуры u .

Численный расчет проведен при следующих значениях A : 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2. Результаты численного расчета представлены на рис.1-4.

Рисунок 1. Семейство изоклин для уравнения (6).

Figure 1. The family of isoclines for equation (6).

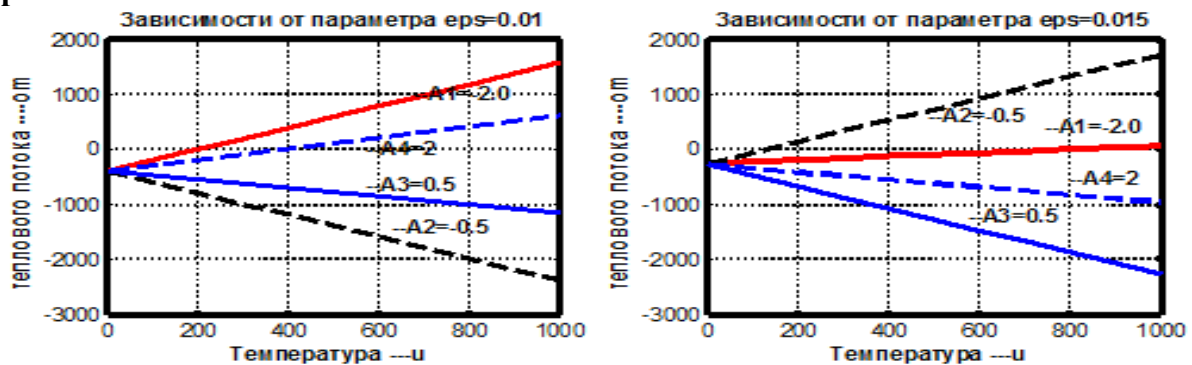


Из рисунка 1 видно, что зависимость ω от u представляет собой семейства изоклин. Изоклин уравнения (6) являются горизонтальной и вертикальной кривой на плоскости (ω, u) , вдоль которой поле, задаваемое поле температуры, имеет координаты стационарной точки. Семейство изоклин представляет собой серию прямых линий, общее решение уравнения вида (8), которое находится в фазовой плоскости.

На рисунке 2 показана структура фазового портрета стационарной системы (4) в зависимости от малого параметров ε .

Рисунок 2. Температурная зависимость теплового потока при разных значениях параметра ε

Figure 2. Temperature dependence of the heat flow at different values of the parameter ε

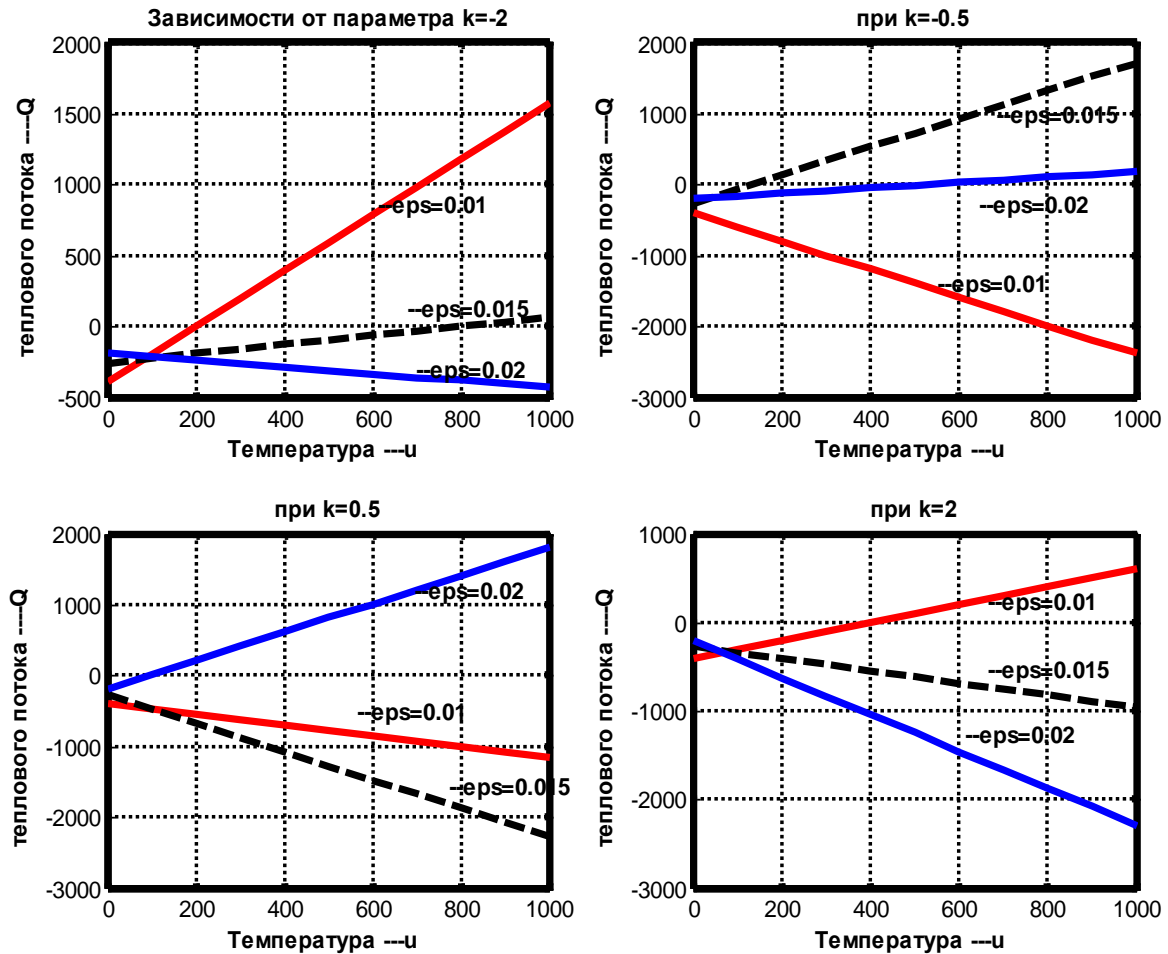


Из рисунка 2 следует, что диапазон возможных решений стационарной задачи (1)-(3) ((4)-(5)) ограничен отрезками прямой линии, начальным распределением переменных с параметрическими выражениями (9) и (10) относительно ε и A , и соответствующими сегментами ω - ветвей теплового потока.

Для рисунка 3 значения A равны -2, -0, 5, 0, 5, 2, он и дискретен по известным малым параметрам ε , а интегральные кривизны получаются путем соединения соответствующих точек изоклина.

Рисунок 3. Температурная зависимость теплового потока при разных значениях параметра A при заданных параметрах $\varepsilon = 0.01; 0.015; 0.02$

Figure 3. Temperature dependence of the heat flow at different values of parameter A for the given parameters $\varepsilon = 0.01; 0.015; 0.02$

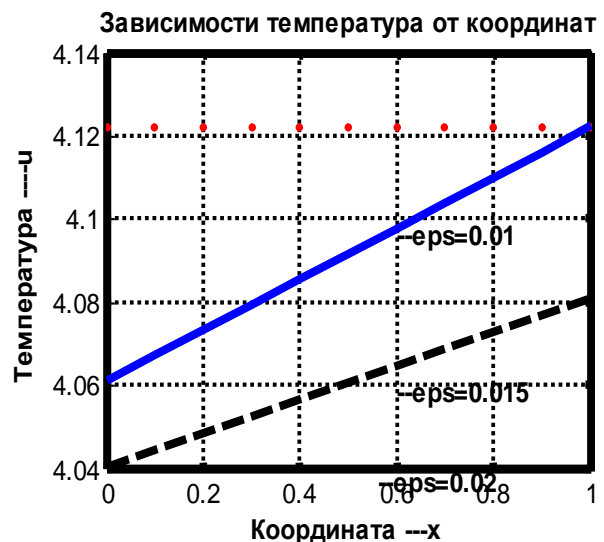
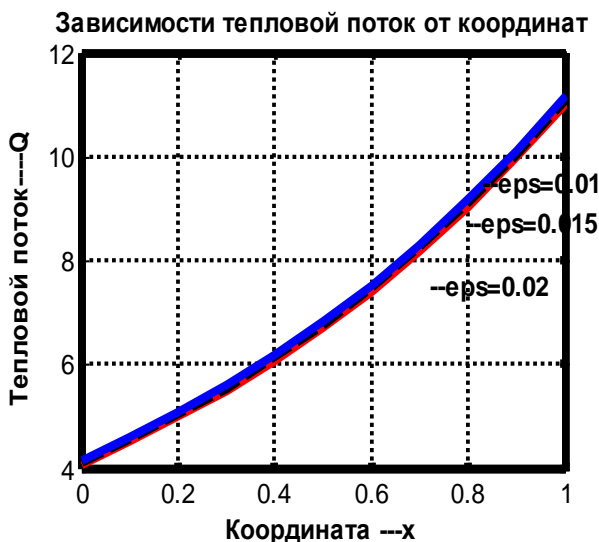
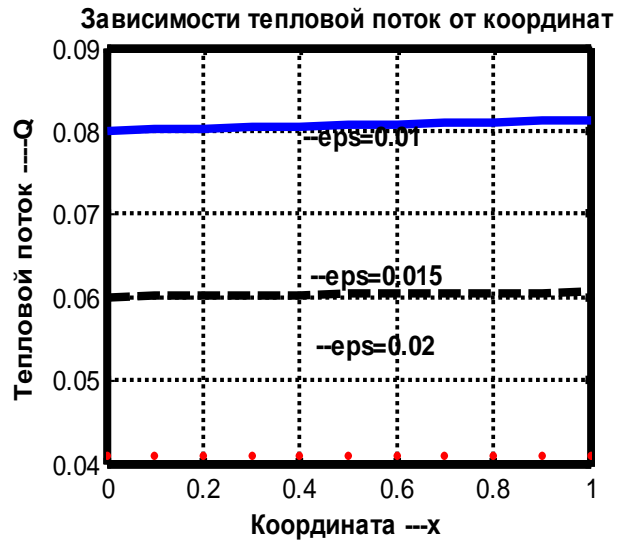
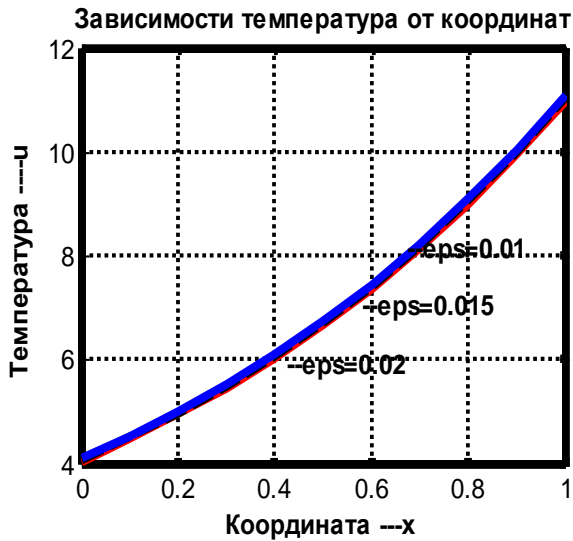


Из рисунка 3 следует, что изоклины являются горизонтальной и вертикальной касательной, можно определить координаты стационарной точки. Класс изоклин представляет собой серию прямых, общее уравнение (4) которых находится в фазовой плоскости.

На рисунке 4 представлено модельное решение вида (20) в зависимости от координаты x при заданных разных значениях малых параметров ε .

Рисунок 4. Зависимости температуры и теплового потока от значения координат x и числа малых параметров ε

Figure 4. Dependences of temperature and heat flow on the value of x coordinates and the number of small parameters ε



На рисунке 4 показано решение стационарной задачи (1) -(3) ((4) -(5)), поскольку он формируется из исходного распределения (20), постоянно заполняйте рассматриваемую область до тех пор, пока она полностью не выровняется с решением проблемы пограничного слоя. Из решений и рисунка следует, что приближенное решение задачи (1) -(3) в виде (20) близко к решению задачи (4) - (5).

5. Заключение. Обычно, когда меняете тип дифференциальных уравнений второго порядка в системы, количество специальных точек изменяется. Следовательно, в целом фазовую плоскость можно разделить на области, поведение которых отличается от стабильных и нестабильных решений системы уравнений. Для задач о тепловом потоке и температуре, обсуждавшийся выше, это происходит, когда небольшой параметр, описывающий поведение температуры и теплового потока (нелинейная функция переменных координат), изменяет свою структуру относительно определенных параметров, включенных в уравнение или систему уравнений.

В большинстве физических задач модельное представление решений стационарных температур является важным. В этом случае простые дифференциальные уравнения второго порядка, то есть стационарные уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной, становятся непосредственно задачей системы простых дифференциальных уравнений первого

порядка с неизвестными функциями температуры и теплового потока. Поскольку краевая задача возникает при преобразовании стационарного уравнения теплопроводности, важным аспектом ее изучения является анализ проведения решения краевой задачи в виде определенных фазовых структур, а не фазовых точек.

Метод модельного представления аналитического решения для анализа проблемы можно рассматривать как своего рода когнитивный график, используемый на этапах технологии компьютерной практики, таких как построение и тестирование модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
2. Luikov, A.V. Thermal conductivity of porous systems / A.V Luikov, A.G. Shashkov, L.L. Vasiliev, Yu.E. Fraiman // International Journal of Heat and Mass Transfer. -1968. -Vol.11. -Issue 2. -Pp. 117-140.
3. Алексеев, В.П. Системное проектирование термоустойчивых радиотехнических устройств и систем /В.П. Алексеев. –Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2004. – 316 с.
4. Петухов, Б.С. Теплообмен в ядерных энергетических установках. /Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалёв. –М: Изд-во МЭИ, 2003. – 470 с.
5. Ачилов, Б.М. Гармонический анализ суточных колебаний температуры наружного воздуха и интенсивности солнечной радиации /Б.М.Ачилов, В.В. Чигунков // Гелиотехника. –1981. –№2. –С.54-59.
6. Стефанюк, Е.В. Обобщенные функции в задачах теплопроводности для многослойных конструкций. /Е.В.Стефанюк, К.В. Кудинов, Е.В.Ларгин // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Математическая». –2008. –№2(8). –С.41-56.
7. Скляр, С.Н. Проекционный метод построения разностных схем для задач с пограничными слоями /С.Н. Скляр, Ж.Ж. Бакиров // Известия НАН Киргизской Республики. Эхо науки. –1997. –№2-3. – С.36-47.
8. Джураев, Х.Ш. О приближенно-аналитическом решении краевых задач для сингулярно-возмущенного уравнения стационарной теплопроводности. / Х.Ш. Джураев, Г.Х. Джураева // Проблемы автоматики и управления. –2021. –№1 (40). – С.31-38.
9. Джураева, Г.Х. О аналитическом решении краевых задач для сингулярно-возмущенного уравнение стационарной теплопроводности /Г.Х. Джураева // Материалы Международной конференции на тему «Роль физики в развитии науки, просвещении и инновации», посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования (2020-2040 годы)» и 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистана, член-корреспондента Национальной академии наук Таджикистана, доктора физико-математических наук, профессора Бобоева Тошбоя Бобоевича. –Душанбе: Изд-во ТНУ, 2022. – С.107-109.
10. Джураева, Г.Х. О аналитическом решении краевых задач для сингулярно-возмущенного уравнение стационарной теплопроводности / Г.Х. Джураева // Материалы республиканской научно-практической конференции (с участием ученых международного уровня) «Внедрение современных технологий электронного правительства в инновационном пространстве образования», посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования (2020-2040 годы)». –Дангери: Файзи Борон, 2022. – С.34-37.
11. Васильева, А.Б. Сингулярно-возмущенные уравнения в критических случаях. /А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. –М.: Изд-во МГУ, 1987. –108 с.
12. Боголюбов, Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. /Н.Н. Боголюбов, Ю.Ф. Митропольский. –М.: Наук, 1974. -410с.
13. Мищенко, Е.Ф. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. / Е.Ф. Мищенко, Н.Х. Розов. –М.: Наука, 1975. -227 с.
14. Бутузов, В.Ф. Сингулярные возмущения. / В.Ф. Бутузов // Математика, кибернетика. – 1988. –№1. –50 с.
15. Скляр, С.Н. Разностные схемы для решения задач теплопереноса в различных системах координат /С.Н. Скляр, О.С. Хлыбов // AUCA Academic Review. Section IV. Natural Science sanding formational Ethnology. -2006. –С.219-229.
16. Крутов, Ю.М. Моделирование горения пылевидной коксовой частицы в присутствии водяного пара /Ю.М. Крутов, Д.В. Решетняк, И.И. Токарев // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. –2013. – №5 (111). –С.47-57.

17. Шепакина, Е.А. Критические условия самовоспламенения в пористой среде. /Е.А. Шепакина // Химическая физика. –2001. – №7. –С.3-9.
18. Джураев, Х.Ш. Явления переноса энергии и массы в конденсированных средах: математическое моделирование, оптимизация. Практические приложения. Монография. / Х.Ш. Джураев. \–Душанбе: ЭР-граф, 2021. –236 с.
19. Джураева, Г.Х. Исследование математических моделей и соответствующих краевых задач с сингулярными коэффициентами. Монография. / Г.Х. Джураева.\–Душанбе: ЭР-граф, 2021. – 100 с.

REFERENCES

1. Luikov, A.V. Theory of thermal conductivity / A.V. Luikov. \– M.: Visshaya shkola, 1967. – 600 p.
2. Luikov, A.V. Thermal conductivity of porous systems / A.V Luikov, A.G. Shashkov, L.L. Vasiliev, Yu.E. Fraiman // International Journal of Heat and Mass Transfer. -1968. -Vol.11. -Issue 2. -Pp. 117–140.
3. Alekseev, V.P. System design of thermally stable radio engineering devices and systems / V.P. Alekseev.\– Tomsk: Publishing House of the Institute of Atmospheric Optics SB RAN, 2004. –316 p.
4. Petukhov, B.S. Heat transfer in nuclear power plants. /B.S. Petukhov, L.G. Genin, S.A. Kovalev.\–Moscow: Publishing House of MEI? 2003. -470 p.
5. Achilov, B.M. Harmonic analysis of daily fluctuations in outdoor air temperature and solar radiation intensity /B.M.Achilov. V.V. Chugunkov // Heliotechnika. –1981. –No.2. –Pp.54-59.
6. Stefanyuk, E.V. Generalized functions in heat conduction problems for multilayer structures. /E.V.Stefanyuk, K.V. Kudinov, E.V.Larin // Bulletin of Samara State Technical University. The series "Mathematical". –2008. –No.2(8). –Pp.41-56.
7. Sklyar, S.N. Projection method for constructing difference schemes for problems with boundary layers /S.N. Sklyar, J.J. Bakirov // Proceedings of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic. Echo of Science. –1997. –No.2-3. –Pp.36-47.
8. Juraev. Kh. Sh. On the approximate-analytical solution of boundary value problems for a singularly perturbed equation of stationary heat conduction. / H. Sh. Juraev, G.Kh. Juraeva // Problems of automation and control. –2021. –No.1(40). –Pp.31-38.
9. Juraeva, G.Kh. On the analytical solution of boundary value problems for a singularly perturbed equation of stationary heat conduction / G.Kh. Juraeva // Proceedings of the International Conference on the topic "The role of physics in the development of science, education and innovation", dedicated to the "Twentieth anniversary of the study and development of natural, exact and mathematical sciences in the field of science and education (2020-2040)" and the 80th anniversary of the memory of the Honored Figure of Science and Technology of Tajikistan, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Tajikistan, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Boboev Toshboy Boboevich. –Dushanbe: Publishing House of TNU, 2022. –Pp.107-109.
10. Juraeva, G.Kh. On the analytical solution of boundary value problems for a singularly perturbed equation of stationary heat conduction / G.Kh. Juraeva // Materials of the republican scientific-practical conference (with the participation of international scientists) "Introduction of modern e-government technologies in the innovative space of education", dedicated to the "Twentieth anniversary of the study and development of natural, exact and mathematical sciences in the field of science and education (2020-2040)". –Dangara: Faizi Boron, 2022. –Pp.34-37.
11. Vasilyeva, A.B. Singularly perturbed equations in critical cases. /A.B. Vasilyeva, V.F. Butuzov // -M.: Publishing House of Moscow State University, 1987. –108 p.
12. Bogolyubov, N.N. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations. / N.N. Bogolyubov, Yu.F. Mitropolsky. –M.: Nauka, 1974. –410 p.
13. Mishchenko, E.F. Differential Equations with a Small Parameter and Relaxation Oscillations. / E.F. Mishchenko, N.Kh. Rozov. –M.: Nauka, 1975. –227 p.
14. Butuzov, V.F. Singular perturbations. /V.F. Butuzov // Mathematics, cybernetics. –1988. – No.1. -50 p.
15. Sklyar, S.N. Difference schemes for solving heat transfer problems in various coordinate systems /S.N. Sklyar, O.S. Khlybov // AUCA Academic Review. Section IV. Natural Science sanding formational Ethnology. –2006. –Pp.219-229.
16. Krutov, Yu. M. Modeling of combustion of pulverized coke particles in the presence of water vapor / Yu. M. Krutov, D.V. Reshetnyak, I.I. Tokarev // Energy saving. Energy. Energy audit. –2013. – No.5(111). –Pp.47-57.
17. Shepakina, E.A. Critical conditions of self-ignition in a porous medium. /E.A. Shepakina // Chemical Physics. –2001. –No.7. –Pp.3-9.

18. Juraev, Kh. Sh. Phenomena of energy and mass transfer in condensed media: mathematical modeling, optimization. Practical Applications. Monograph. / H.Sh. Juraev. –Dushanbe: ER-graph, – 2021. –236 p.

19. Juraeva, G. Kh. Study of mathematical models and corresponding boundary value problems with singular coefficients. Monograph. / G. Kh. Juraeva. –Dushanbe: ER-graph, –2021. –100 p.

ТАҲҚИҚИ МОДЕЛҶИ СТАТСИОНАРИИ РАВАНДИ ТАБАДУЛОТИ ГАРМӢ ДАР МУҲИТИ КОНДЕНСИИ ҲАМВОР

Усули омӯзиши ҳалли тахминии аналитики масъалаҳои сарҳадӣ барои муодилаи ошӯбии статсионарии табадулоти гармӣ дар муҳити конденсии ҳамвор пешниҳод шудааст, ба ҳалли масъалаи мувофиқ, ки аз он ҳангоми ба сифр баробар будани параметр ҳосил мешавад, наздик мебошад. Вазифаи асосие, ки сохтори мақоларо муайян мекунад, таҳияи моделҳои математикӣ ва компютерии ҳодисаи статсионарии интиқоли гармӣ дар муҳити конденсии ҳамвор ва модели интиқоли энергияи диффузию реактивӣ вобаста ба гармигузаронии маводҳо мебошад. Натиҷаҳои таҷрибаҳои адабии вобастагии сели гармӣ аз қимати ҳарорат дар муҳити конденсии ҳамвор шарҳ дода шудаанд. Ҳангоми гузаронидани таҷрибаҳои ҳисоббарорӣ маълумоти шиносномаи дар адабиёт мавҷудбуда барои яке аз масъалаҳои умумӣ истифода шудаанд. Дар асоси натиҷаҳои ба даст овардашуда ба хулосае омадан мумкин аст, ки ҷараёни гармӣ бо баланд шудани сели ҳарорат бетағйир мемонад ва гармигузаронӣ бо қабатҳои сарҳадӣ мавҷуд буда ва бо маълумоти адабиёт сифатан мувофиқ буданро гувоҳӣ медиҳад.

Калидвожаҳо: ҳудуд, сингулярӣ ошӯбӣ, параметри хурд, усули фазавии ҳамвор, қабатҳои сарҳадӣ ва гузариш, сели гармӣ, ҳарорат.

МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА В ПЛОСКОЙ КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Представлен метод исследования приближенных аналитических решений краевых задач сингулярно-возмущенных уравнений стационарных процессов теплообмена в плоской конденсированной среде, близких к решению краевой задачи для краевого (невозмущенного) уравнения. Основной задачей, которой определена структура статьи, является разработка математической и компьютерной моделей стационарного явления теплообмена в плоских конденсированных средах и модели диффузионно-реактивного переноса энергии в зависимости от теплопроводности материалов. Дана интерпретация полученных результатов численных экспериментов зависимости теплового потока от значения температуры в плоской конденсированной среде. При проведении численных экспериментов использовались имеющиеся в литературе паспортные данные для одной из типовых задач. Из полученных результатов можно сделать вывод, что с ростом температуры тепловой поток остается неизменным, а теплопроводность иллюстрируется наличием пограничных слоев и качественным соответствием литературным данным.

Ключевые слова: предел, сингулярной возмущенный, малый параметр, метод фазовой плоскости, пограничные и переходные слои, поток тепла, температуры.

MODEL INVESTIGATION STATIONARY PROCESS HEAT TRANSFER IN A FLAT CONDENSED MEDIUM

A method is presented for studying approximate analytical solutions of boundary value problems for singularly perturbed equations of stationary heat transfer processes in a flat condensed medium that are close to solving a boundary value problem for a boundary (unperturbed) equation. The main task, which defines the structure of the article, is the development of mathematical and computer models of the stationary phenomenon of heat transfer in flat condensed media and a model of diffusion-reactive energy transfer depending on the thermal conductivity of materials. An interpretation is given of the results of numerical experiments on the dependence of the heat flux on the temperature value in a flat condensed medium. When carrying out numerical experiments, the passport data available in the literature for one of the typical problems were used. Based on the results obtained, it can be concluded that the heat flux remains unchanged with increasing temperature, and the thermal conductivity is illustrated by the presence of boundary layers and qualitative agreement with the literature data.

Key words: aisle, singular perturbed, small parameter, phase plane method, boundary and transition layers, heat flux, temperature.

Маълумот дар бораи муаллиф: Ҷӯраева Гулшан Хайруллоевна – Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон номзади илмҳои физика ва математика, кафедраи геометрия ва математикаи олиӣ ба номи Садриддин Айнӣ., дотсент. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рудақӣ, 121. **Телефон:** (+992) 911-11-04-31. **E-mail:** gulshandjuraeva9@gmail.com

Сведение об авторе: Джураева Гулшан Хайруллоевна – Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни. кандидат физико-математических наук, кафедра геометрии и высшей математики, доцент. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 121. Телефон: (+992) 911-11-04-31. E-mail: gulshandjuraeva9@gmail.com

Information about the author: Juraeva Gulshan Khayrulloevna – Tajik State Pedagogic University named after Sadriddin Aini. Candidates of Physical and Mathematical Sciences, dotsent of the Department of Geometric and higlet Mathematics Address: 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 121. Phone: (+992) 911-11-04-31. E-mail: gulshandjuraeva9@gmail.com

УДК 536.46

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА И АНАЛИЗА ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ И ЕЁ СТРУКТУРЫ ПРИ ГОРЕНИИ ВОДОРОДО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

¹Кабилов М.М., ¹Гулбоев Б.Дж., ²Гулбоев Ф.Дж.

¹Российско-Таджикский (Славянский) университет,

²Таджикский национальный университет

Введение. В теории горения под стационарной волной подразумевается волна, которая распространяется с постоянной скоростью относительно неподвижной исходной среды. Под волной понимается профили температур фаз, доли недостающего компонента смеси и давления газа. Следовательно, под структурой стационарной волны имеется в виду движущаяся с постоянной скоростью волна, которая не меняет свою форму, то есть вид вышеперечисленных профилей не изменяется со временем. Поскольку скорость волны находится в зависимости от управляющих и определяющих параметров системы (пористая среда и смеси газов), то пространственно-временная структура волны также зависит от этих параметров. Основными характеристиками стационарной волны являются её скорость и максимальная температура. При горении смеси газов в инертной пористой среде в качестве максимальной температуры часто используется равновесная температура пористой среды и смеси газов, для расчёта которой используется формула, определяемая из интеграла энергии системы дифференциальных уравнений при удовлетворении граничных условий.

Математическая модель. Модельная система, описывающая распространение стационарной волны фильтрационного горения газа (ФГГ) состоит из уравнения сохранения энергии (пористой среды и смеси газов), массы (недостающего компонента газовой смеси) и состояния газа в предположении постоянства давления [1]

$$\begin{aligned} \rho_{10}c_p(v_{10} - U)\frac{dT_1}{dx} &= \frac{d}{dx}\left(\alpha_1\lambda_1\frac{dT_1}{dx}\right) - \alpha_c S_c(T_1 - T_2) + \rho_1 QJ, \\ -\rho_2c_2U\frac{dT_2}{dx} &= \frac{d}{dx}\left(\alpha_2\lambda_2\frac{dT_2}{dx}\right) + \alpha_c S_c(T_1 - T_2), \\ \rho_{10}(v_{10} - U)\frac{dn}{dx} &= \frac{d}{dx}\left(\rho_1 D\frac{dn}{dx}\right) - \rho_1 J, \\ J &= nk_0 \exp(-E/RT_1), \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0, \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} x = -\infty: \quad T_1 &= T_0, \quad T_2 = T_0, \quad n = 1, \\ x = +\infty: \quad \frac{dT_1}{dx} &= 0, \quad \frac{dT_2}{dx} = 0, \quad \frac{dn}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь T_1 , T_2 - температуры газовой и твёрдой фаз, соответственно; n - массовая концентрация недостающего компонента газовой смеси; v_{10} - скорость вдова газа в пористый блок; U - скорость волны, неизвестная константа; ρ_1, c_p - приведённая плотность и теплоёмкость смеси газов, соответственно; ρ_2, c_2 - те же величины для пористой среды; λ_1, λ_2 - коэффициенты теплопроводности газа и пористой среды; α_1, α_2 - объёмные содержания газа и пористой среды; S_c - удельная поверхность пористой среды; α_c - коэффициент поверхностного межфазного теплообмена, Q - тепловой эффект реакции; J - скорость химической реакции; E - энергия

активации; R - универсальная газовая постоянная; k_0 - предэкспонент; T_0 - температура внешней среды; ρ_{10} - приведённая плотность исходной смеси газов; D - коэффициент диффузии недостающего компонента смеси.

Система дифференциальных уравнений (1) с краевыми условиями (2) замкнутая, поскольку для определения пяти неизвестных параметров (T_1, T_2, n, J, ρ_1) имеем пять уравнений. Значения коэффициентов системы (1) определяются в соответствии с работой [1]. При численном решении задачи два члена в системе (1)

$\left(\frac{d}{dx} \left(\alpha_1 \lambda_1 \frac{dT_1}{dx} \right), \frac{d}{dx} \left(\rho_1 D \frac{dn}{dx} \right) \right)$ не учитывается, из-за их незначительности в сравнении

с другими членами системы [2]. Собственное число системы (1)- это неизвестная скорость волны U , определяется методом пристрелки, то есть выбранное значение скорости волны U должно удовлетворять условиям выхода кривых температур из одной особой точки ($T_1 = T_0, T_2 = T_0, n = 1$) и входа в другую особую точку

$\left(\frac{dT_1}{dx} = 0, \frac{dT_2}{dx} = 0, \frac{dn}{dx} = 0 \right)$, что и продемонстрировано в одном из вариантов (рис.1).

С практической точки зрения изучение структуры волны ФГГ является очень важным, поскольку здесь решаются экологические, энергетические, химические, противопожарные и взрывоопасные вопросы [2-9]. В связи с этим в данной работе описывается структура стационарной волны горения при варьировании концентрации водорода в смеси и диаметра частиц инертной пористой среды, а также скорости вдува. Основными параметрами структуры волны являются толщины зон прогрева, горения и внутренней релаксации, а также максимальная и равновесная температура. Обычно эти параметры определяются экспериментально [9, 10], а в частных случаях, теоретически [11], поскольку нахождения аналитического решения системы (1) затруднено сильной нелинейностью системы. Имеются работы по численному исследованию характеристик стационарной волны [12-18]. Следует отметить, что в работе [18, с.49] было проведено численное исследование структуры стационарной волны фильтрационного горения водородовоздушной смеси, однако это исследование в основном было посвящено реализации эффективности алгоритма численного расчёта, которая строилась по схеме Рунге-Кутты 4-го порядка точности. В связи с этим не выводилось значения параметров на каждом шаге интегрирования. В настоящей работе, в частности, этот пробел восполняется и сообщается о результатах численного расчёта характеристик стационарной волны фильтрационного горения водородовоздушной смеси в зависимости от скорости вдува при варьировании диаметра частиц и концентрации водорода в смеси, а также их анализе

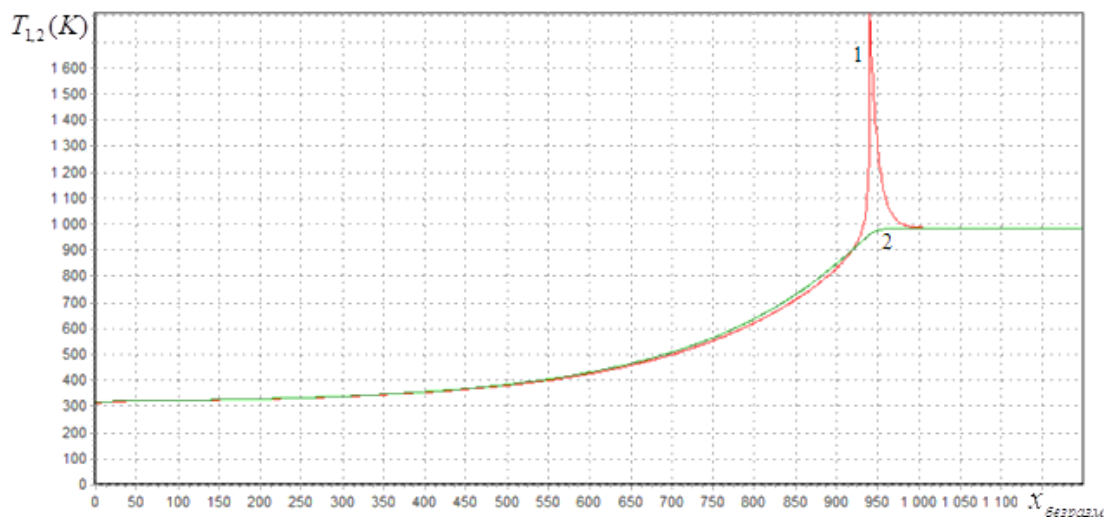
Результаты и обсуждения. На рис. 1 приведён пример из многочисленных вариантов распределения температур, полученных при численном расчёте (кривая 1- это распределение температуры газа, кривая 2- температура пористой среды).

Шаг интегрирования равен $2 \cdot 10^{-6}$, значения температур фаз выводятся на рис.1 через каждые 2000 шагов, при этом характерный размер реального устройства равно 10 см. Следовательно, по многочисленным реализованным вариантам расчёта распределения температур фаз, подобным рис.1, можно провести анализ характеристик структуры стационарной волны. Такими параметрами являются координаты и значения характерных температур (прогрева, максимальная, равновесная), толщины зон прогрева, горения и внутренней релаксации. Для более точного установления значения максимальной температуры газа в зоне горения и

её координаты, проводились повторные расчёты, где количество пропускаемых шагов для вывода на печать значения температур фаз уменьшались.

Рисунок 1. Распределение температур газовой (1) и твёрдой (2) фаз при 65% водорода в смеси, скорости вдува $v_{10} = 0,2 \text{ м/с}$ и диаметра частиц $d = 1 \text{ мм}$

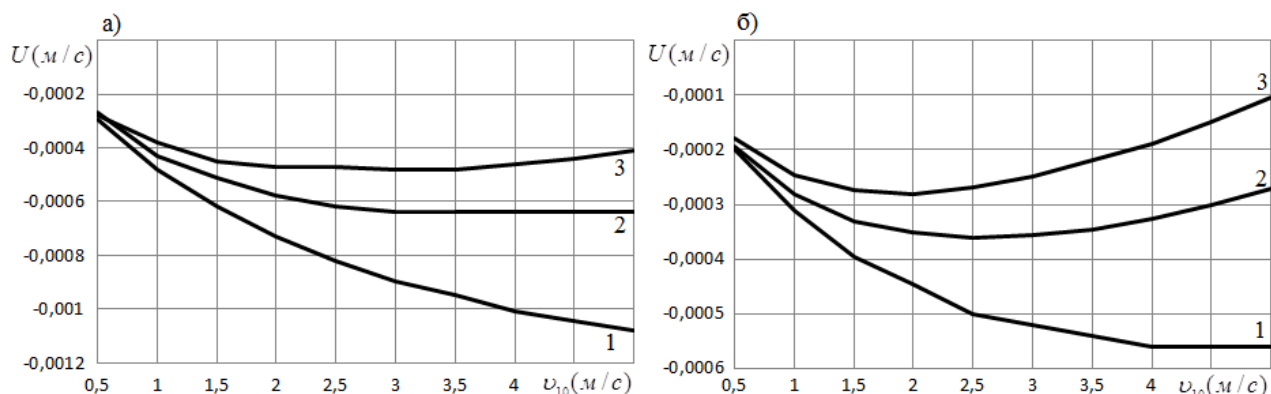
Figure 1. Temperature distributions of gas (1) and solid (2) phases at 65% hydrogen in the mixture, blowing speed $v_{10} = 0,2 \text{ м/с}$ particle diameter $d = 1 \text{ мм}$



На рис. 2 приводятся кривые зависимости скорости волны от скорости вдува при варьировании диаметра частиц пористой среды, которые были получены из системы (1), как отмечалось выше, методом пристрелки. Из рис. 2 видно, что при увеличении концентрации водорода в смеси от 55% до 65% скорость волны уменьшается по модулю. Отметим, что отрицательные значения скорости волны соответствуют встречному распространению волны с потоком свежей вдуваемой смеси. Также заметим, что на уменьшение скорости волны по модулю влияет увеличение диаметра частиц от 1 до 5 мм. При увеличении скорости вдува, как видно из рис. 2, скорость волны имеет минимум при относительно больших диаметрах частиц ($d = 5 \text{ мм}$) и возрастает при малых диаметрах частиц ($d = 1 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$ при 55% и $d = 1 \text{ мм}$ при 65%). В целом, при численном расчете скорости волны было выявлено, что при увеличении концентрации водорода в смеси от 29% до 80% скорость волны уменьшается при всех рассмотренных диаметрах частиц (1 – 6 мм). При этом при увеличении скорости вдува от 0,5 до 5 м/с скорость волны имеет минимум только в случае 55 и 65% водорода в смеси при относительно больших диаметрах частиц (3 и 5 мм). В остальных случаях скорость волны растет по мере увеличения скорости вдува.

Рисунок 2. Кривые зависимости скорости волны от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и варьирования диаметра частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм

Figure 2. Curves of the dependence of the wave velocity on the blowing velocity at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and varying the particle diameter: 1 – 1 mm, 2 – 3 mm, 3 – 5 mm



В таблице 1 приводятся результаты численного расчета толщины зоны горения водородовоздушной смеси в зависимости от скорости вдува и диаметра частиц при различных концентрациях водорода в смеси. Как видно из таблицы 1, скорость вдува и диаметр частиц несущественно влияют на толщину зоны горения и при их варьировании толщина с точностью до одной десятой колеблется от 0,3 до 0,4 мм. За исключением двух случаев, когда толщина зоны горения достаточно узкая – 0,28 мм (55% водорода в смеси и 4,5 м/с скорость вдува) и достаточно широкая – 0,72 мм (65% водорода в смеси и 2 м/с скорость вдува). Отметим, что при предельно высоких концентрациях водорода в смеси (80%) и относительно малых диаметрах частиц (1 мм) толщина зоны горения растягивается приблизительно на 2 мм при малых скоростях вдува (0,5 – 1 м/с).

Таблица 1. Зависимость толщины зоны горения от скорости вдува при различных концентрациях водорода и диаметра частиц пористой среды

Table 1. Dependence of the thickness of the combustion zone on the blowing velocity at various hydrogen concentrations and particle diameters of the porous medium

	$v_{10} (м/с)$	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
29%	$d = 2 мм$								
	$l_g (мм)$	0,44	0,4	0,4	0,36	0,36	0,36	0,4	0,32
	$d = 6 мм$								
	$l_g (мм)$	0,4	0,44	0,44	0,4	0,44	0,36	0,36	0,4
33%	$d = 4 мм$								
	$l_g (мм)$	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,36	0,36
	$d = 6 мм$								
	$l_g (мм)$	0,4	0,36	0,4	0,44	0,44	0,4	0,4	0,4
55%	$d = 1 мм$								
	$l_g (мм)$	0,4	0,4	0,4	0,36	0,36	0,32	0,28	0,32
	$d = 3 мм$								

	l_g (мм)	0,44	0,4	0,4	0,36	0,4	0,4	0,4	0,4
	$d = 5$ мм								
	l_g (мм)	0,44	0,4	0,44	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
65%	$d = 1$ мм								
	l_g (мм)	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,32	0,36	0,32
	$d = 3$ мм								
	l_g (мм)	0,4	0,72	0,44	0,44	0,4	0,44	0,44	0,4
	$d = 5$ мм								
	l_g (мм)	0,52	0,48	0,44	0,44	0,44	0,4	0,4	0,4

Шириной участков прогрева l_w принято считать расстояние [2], где безразмерная температура, e – раз увеличивается от начальной температуры T_0 (e - основание натурального логарифма). В наших расчётах под толщиной зоны прогрева условно принято расстояние от начала координат до координаты точки равенства температур (пористой среды и газа) перед зоной горения. На рис. 3 и 4 приводятся кривые зависимости толщины зоны прогрева от скорости вдува при различных диаметрах частиц и концентрациях водорода в смеси. Как видно из этих рисунков при увеличении скорости вдува толщина зоны прогрева уменьшается во всех рассмотренных концентрациях водорода и диаметрах частиц. При увеличении диаметра частиц и концентрации водорода в смеси от 29% до 65% толщина зоны прогрева увеличивается, изменяясь в пределах от 1,3 до 11,5 мм. Отметим, что при 80% водорода в смеси и 5 мм диаметра частиц толщина волны достигает 17,12 мм при 0,5 м/с скорости вдува.

Рисунок 3. Кривые зависимости толщины зоны прогрева от скорости вдува при 29% (пунктирные линии) и 33% (сплошные линии) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 2 мм, 2 – 4 мм, 3 – 6 мм.

Figure 3. Dependence curves of the thickness of the heating zone on the blowing speed at 29% (dashed lines) and 33% (solid lines) of hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1–2 mm, 2–4 mm, 3–6 mm.

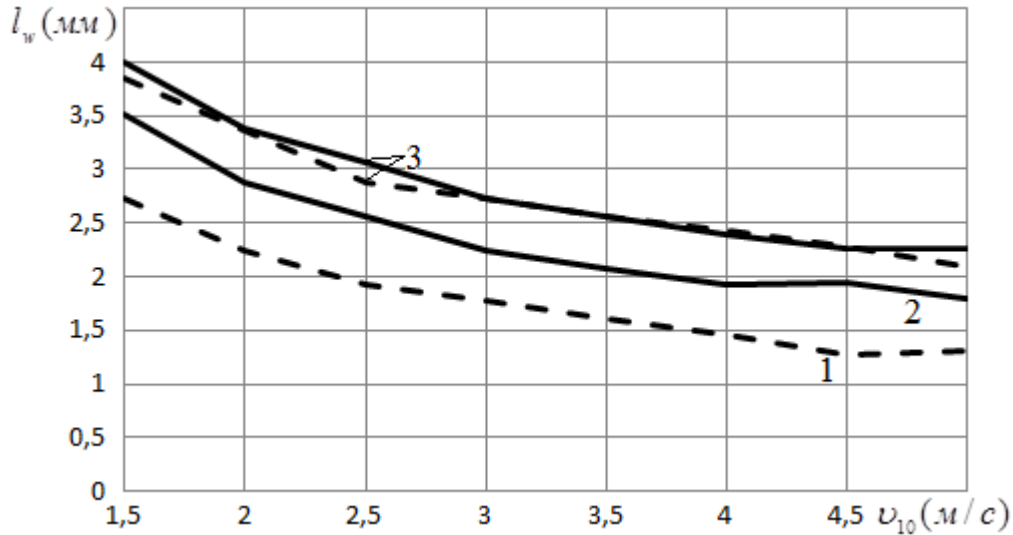
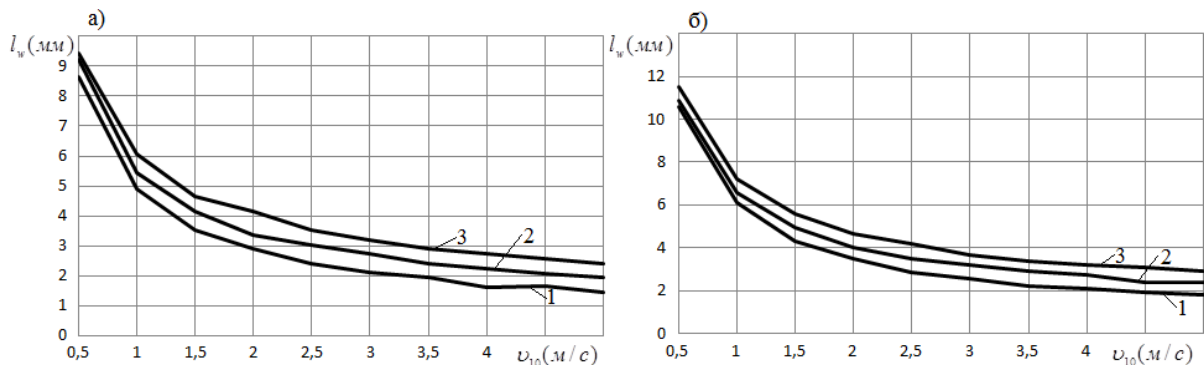


Рисунок 4. Кривые зависимости толщины зоны прогрева от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм.

Figure 4. Dependence curves of the thickness of the heating zone on the **blowing speed** at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1– 1 mm, 2–3 mm, 3–5 mm.



Изменение толщины зоны внутренней релаксации в зависимости от скорости вдува свежей смеси при варьировании концентрации водорода в смеси и диаметра частиц приводятся на рис. 5 и 6. Из рис. 5а видно, что при 29% водорода в смеси при увеличении скорости вдува толщина зоны релаксации несущественно изменяется: 1 мм до 1,4 мм для $d = 1$ мм и приблизительно 3 мм для $d = 6$ мм. Влияние скорости вдува на толщину зоны релаксации наблюдается при увеличении концентрации водорода в смеси. Так, например для 65% водорода в смеси (рис. 6б) при увеличении скорости вдува от 1,5 м/с до 5 м/с толщина изменяется в пределах от 2,16 мм до 3,32 мм для $d = 5$ мм. Как видно из рис. 5 и 6, увеличение диаметра частиц приводит к расширению толщины зоны релаксации для всех рассмотренных процентных содержаний водорода в смеси.

Рисунок 5. Кривые зависимости толщины зоны релаксации от скорости вдува при 29% (а) и 33% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 2 мм, 2 – 6 мм, 3 – 4 мм, 4 – 6 мм.

Figure 5. Curves of the dependence of the thickness of the relaxation zone on the **blowing speed** at 29% (a) and 33% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 2 mm, 2 - 6 mm, 3 - 4 mm, 4 - 6 mm.

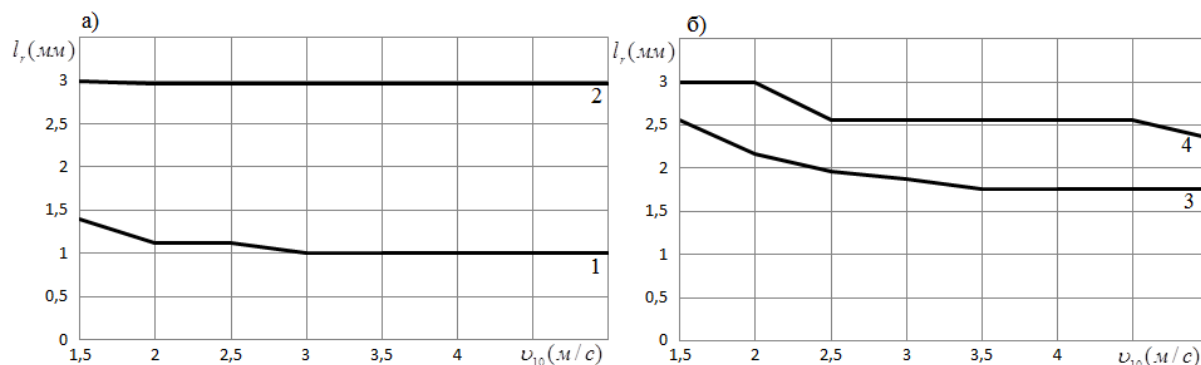
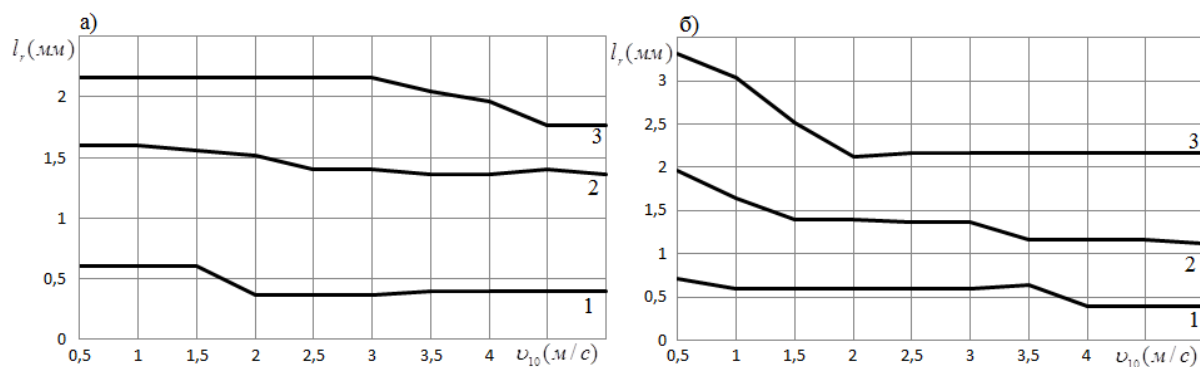


Рисунок 6. Кривые зависимости толщины зоны релаксации от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм

Figure 6. Curves of the dependence of the thickness of the relaxation zone on the **blowing speed** at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 1 mm, 2 - 3 mm, 3 - 5 mm



На рис 7 и 8 приводятся кривые зависимости длины волны от скорости вдува при варьировании концентрации водорода в смеси и диаметра частиц пористой среды. Как видно из этих рисунков, толщина волны горения уменьшается по мере возрастания скорости вдува и становится шире при увеличении диаметра частиц во всех рассмотренных составах водорода в смеси. Заметим, что чем больше концентрация водорода в смеси, тем шире длина волны (рис. 7 и 8). Так, например, если при 29% водорода в смеси толщина волны изменяется от 8,6 мм до 13 мм ($d = 6$ мм), то для 65% этот диапазон составляет 9,8 – 33 мм ($d = 6$ мм).

Рисунок 7. Кривые зависимости толщины волны горения от скорости вдува при 29% (пунктирные линии) и 33% (сплошные линии) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 2 мм, 2 – 4 мм, 3 – 6 мм

Figure 7. Dependence curves of the combustion wave thickness on the **blowing speed** at 29% (dashed lines) and 33% (solid lines) of hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1–2 mm, 2–4 mm, 3–6 mm

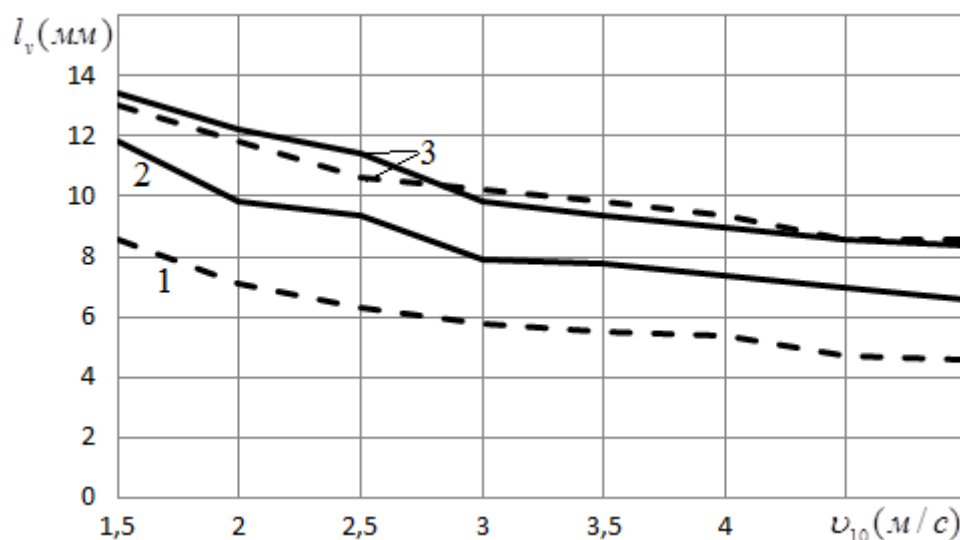
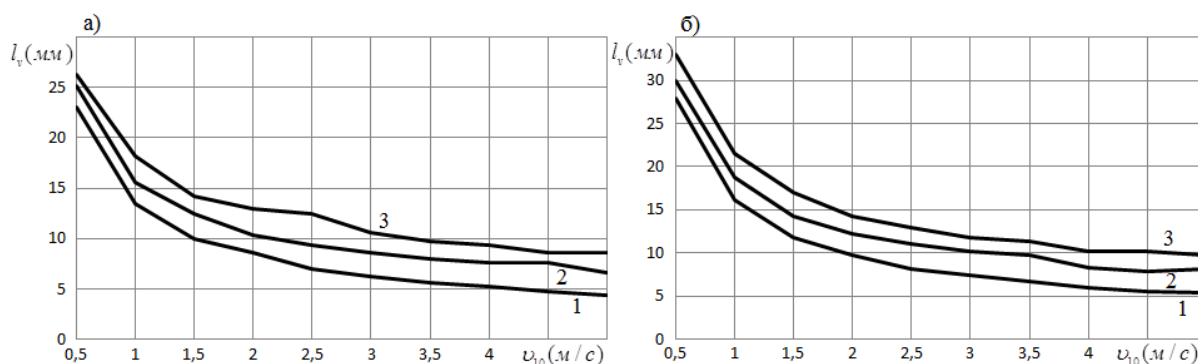


Рисунок 8. Кривые зависимости толщины волны горения от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм

Figure 8. Dependence curves of the combustion wave thickness on **blowing speed** at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 – 1 mm, 2 – 3 mm, 3 – 5 mm



Не мало важным в исследовании структуры волны фильтрационного горения газов является определение координаты равенства температур фаз и максимальной температуры газовой фазы. На рис 9, 10 и 11 приводятся кривые зависимости изменения координаты равенства температуры фаз и максимальной температуры газовой фазы в зависимости от скорости вдува при варьировании концентрации водорода и диаметра частиц пористой среды. Как видно из этих рисунков с возрастанием скорости вдува эти координаты смещаются в сторону начала координат системы отсчета, а с увеличением диаметра частиц, наоборот, отдаляются. Такая тенденция наблюдается во всех рассмотренных составах водородовоздушной смеси. Заметим, что (рис. 9 и 10) чем больше концентрация водорода в смеси, тем дальше расположены координаты равенства температур фаз и максимальной температуры от начала координат системы отсчета.

Рисунок 9. Кривые зависимости изменения координаты равенства температур фаз (а) и максимальной температуры газовой фазы (б) от скорости вдува при 29% (пунктирные линии) и 33% (сплошные линии) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 2 мм, 2 – 4 мм, 3 – 6 мм

Figure 9. Curves of dependence of the change in the coordinates of the equality of phase temperatures (a) and the maximum temperature of the gas phase (b) on the **blowing speed** at 29% (dashed lines) and 33% (solid lines) of hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 2 mm , 2 - 4 mm, 3 - 6 mm

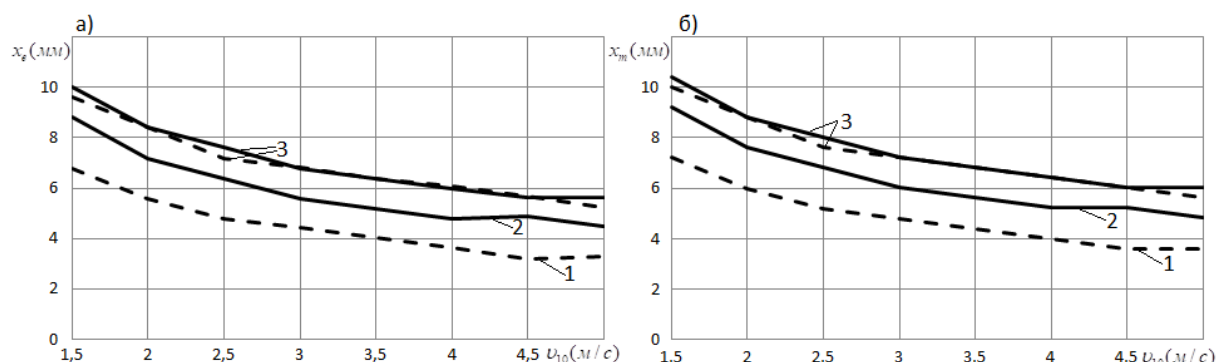


Рисунок 10. Кривые зависимости изменения координаты равенства температур фаз от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм

Figure 10. Curves of the dependence of the change in the coordinates of the equality of phase temperatures on the **blowing speed** at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 1 mm, 2 - 3 mm, 3 - 5 mm

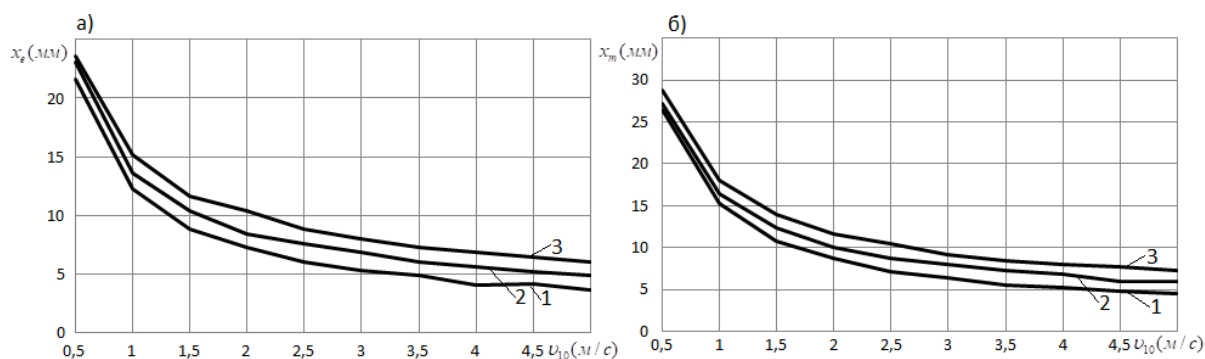
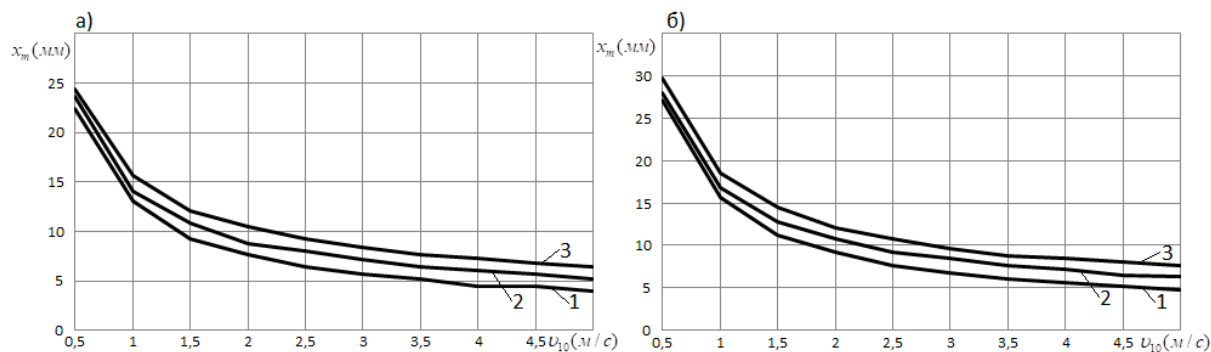


Рисунок 11. Кривые зависимости изменения координаты максимальной температуры газовой фазы от скорости вдува при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц: 1 – 1 мм, 2 – 3 мм, 3 – 5 мм

Figure 11. Dependence curves of the change in the coordinates of the maximum temperature of the gas phase on the **blowing speed** at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 1 mm, 2 - 3 mm, 3 - 5 mm



Как было отмечено выше [5], расчётные значения температур (по схеме Рунге-Кутта 4-го порядка точности на языке программирования Borland Delphi-7) выводились на печать через каждые 2000 точек, поскольку в зонах прогрева и внутренней релаксации градиент температуры газовой фазы относительно мало в сравнении с градиентом температуры в зоне горения. Плавные изменения профилей температур пористой среды и газа на рис.1 этому подтверждение. Однако, в зоне горения, где градиент температур относительно большой, пропуск 2000 точек привело бы к неточному определению значений максимальной температуры газа. В связи с этим после выбора скорости волны с пропуском 2000 точек, что очень эффективно, заново произвели расчёт профилей температур с пропуском 50 точек и обнаружили другие значения максимальной температуры (относительно большие) (рис.12 и 13). Анализируя изменения максимальной температуры газа от расчёта к расчёту, приходим к выводу, что в пределах изменения скорости вдувания (расхода смеси) максимальная температура увеличивается по мере уменьшения доли водорода в смеси.

Рисунок 12. Кривые зависимости максимальной температуры от скорости вдувания при 29% (а) и 33% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц пористой среды: 1 – 0,002 м, 2 – 0,006 м, 3 – 0,004 м, 4 – 0,006 м

Figure 12. Curves of dependence of the maximum temperature on the injection rate at 29% (a) and 33% (b) of hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 0.002 m, 2 - 0.006 m, 3 - 0.004 m, 4 - 0.006 m

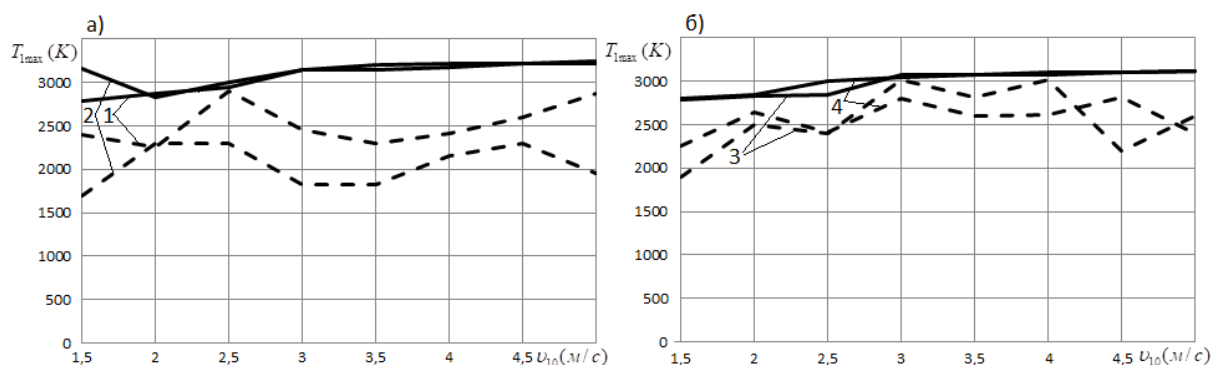
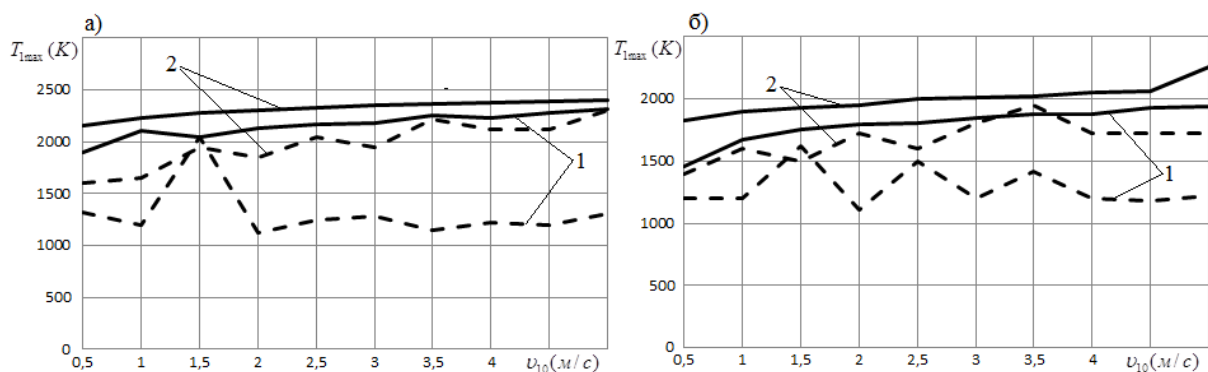


Рисунок 13. Кривые зависимости максимальной температуры от скорости вдувания при 55% (а) и 65% (б) водорода в смеси и различных диаметрах частиц пористой среды: 1 – 0,001 м, 2 – 0,005 м

Figure 13. Curves of dependence of the maximum temperature on the blowing speed at 55% (a) and 65% (b) hydrogen in the mixture and different particle diameters: 1 - 0.001 m, 2 - 0.005 m



Выводы. Таким образом, в результате анализа результатов численного расчёта характеристик стационарной волны фильтрационного горения водорода-воздушной смеси было выявлено:

1. Наблюдается уменьшение скорости волны с увеличением водорода в смеси (от 29% до 80%) и диаметра частиц (от 1 мм до 6мм) для каждой фиксированной скорости вдува; при этом кривые зависимости скорости волны от скорости вдува имеет минимум только в случае 55 и 65% водорода в смеси и при относительно больших диаметрах частиц (3 и 5 мм). В остальных случаях скорость волны монотонно возрастает по мере увеличения скорости вдува.

2. В пределах изменения скорости вдува (расхода смеси) максимальная температура увеличивается по мере уменьшения доли водорода в смеси.

3. С возрастанием скорости вдува координаты равенства температур фаз и максимальной температуры газовой фазы смещаются в сторону начала координат, а с увеличением диаметра частиц, наоборот, отдаляются; такая тенденция наблюдается во всех рассмотренных составах водородовоздушной смеси; кроме того, замечено, что, чем больше концентрация водорода в смеси, тем дальше расположены координаты равенства температур фаз и максимальной температуры от начала координат.

4. Скорость вдува и диаметр частиц влияют на толщину зоны горения несущественно; при их варьировании, в пределах изменения, толщина колеблется от 0,3 до 0,4 мм.

5. При увеличении концентрации водорода в смеси наблюдается влияние скорости вдува на толщину зоны релаксации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаевский Ю.М. К теории фильтрационного горения газов / Ю.М. Лаевский, В.С. Бабкин, В.И. Дробышевич, С.И. Потытняков // Физика горения и взрыва. – 1984. – Т.20. – №6. – С. 3-13.
2. Лаевский Ю.М. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах: сб. тр. науч.-практич. конф./ Ю.М.Лаевский, В.С.Бабкин //– Новосибирск: Наука. СО, 1988. – С. 108-145.
3. Добрега К.В. Физика фильтрационного горения газов / К.В. Добрега, С.А. Жданок. – Мн.: Инт. -тепло-и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2002. – 203 с.
4. Бабкин В.С. Аспекты взрывозащиты закрытых сосудов с использованием пористых сред / В.С. Бабкин, А.А. Коржавин // Материалы третьей конференции по фильтрационному горению газов: сб. тр. науч.-практич. конф. — Черногловка: ИХКГ СО РАН, 2013. – С. 3-6.
5. Babkin V.S., Propagation of premixed explosion flames in porous media / V.S. Babkin, A.A. Korzhavin, V.A. Bunev // Combustion Flame. – 1991. – V.87. – N 2. – P. 182-190.
6. Коржавин А.А., о существовании низкоскоростного режима распространения пламени в инертной пористой среде смоченной углеводородным топливом / А.А. Коржавин, В.А. Бунев, В.С. Бабкин // Доклады РАН. – 1994. – Т.337. – № 3. – С. 342-344.
7. Какуткина Н.А. Особенности фильтрационного горения водородо-, пропано и метановоздушных смесей в инертных пористых средах / Н.А. Какуткина, А.А. Коржавин, М. Мбарова // Физика горения и взрыва. – 2006. – Т.42. – №4. – С. 8-20.
8. Какуткина Н.А. Переходные процессы при фильтрационном горении газов / Н.А. Какуткина, М. Мбарова // Физика горения и взрыва. – 2004. – Т.40. – №5. – С. 62-73.
9. Потытняков С.И. Исследование тепловой структуры волны фильтрационного горения газов / С.И. Потытняков, В.С. Бабкин, Ю.М. Лаевский, В.И. Дробышевич // Физика горения и взрыва. – 1985. – Т. 21. – №2. – С. 19-26.
10. Потытняков С.И. Влияние, теплотеря на распространение стационарных волн при фильтрационном горении газов / С.И. Потытняков, Ю.М. Лаевский, В.С. Бабкин // Физика горения и взрыва. – 1984. – Т. 20. – №1. – С.19-26.
11. Кабилов М.М. Структура стационарных волн фильтрационного горения газов в инертной пористой среде/ М.М. Кабилов // Доклады АН Республики Таджикистан. – 2014. – Т. 57. – №2. – С.109-115.
12. Шебеко Ю.Н. Численное моделирование распространения водородовоздушного пламени с переменными коэффициентами переноса / Ю.Н. Шебеко [и др.] // Физика горения и взрыва. – 1989. – №5. – С. 54-58.

13. Вайнштейн П.Б. К теории фильтрационного горения газов в пористых средах / П.Б. Вайнштейн, М.М. Кабилов // Известия АН Тадж.ССР. Отд. физ.-мат. и хим.-геол. Наук. – 1992. – №3 (3). – С. 55-59.
14. Лаевский Ю.М. Численное моделирование фильтрационного горения газа на основе двухуровневых полунявных разностных схем / Ю.М. Лаевский, Л.В. Яушева // Вычислительные технологии. – 2007. – Т.12. – №2. – С. 90-102.
15. Какуткина Н.А. Закономерности прогорания пористых огнепреградителей с канальным пламегасящим элементом / Н.А. Какуткина, А.А. Коржавин, Д.А. Рычков // Физика горения и взрыва. – 2009. – Т.45. – №3. – С.35-43.
16. Какуткина Н.А. Моделирование нестационарных процессов фильтрационного горения газа / Н.А. Какуткина, Д.А. Рычков // Физика горения и взрыва. – 2010. – Т.46. – №3. – С.44-51.
17. Кабилов М.М., И.Х., Х Численный расчёт характеристик стационарной волны фильтрационного горения метановоздушной смеси / М.М., Кабилов, И.Х., Х // Вестник Таджикского национального университета. – 2013. – №1/1(102). – С. 116-121.
18. Кабилов М.М. Численное определение структуры и характеристики стационарной волны фильтрационного горения газов / М.М. Кабилов, П.Б. Садриддинов, И.Х. Халимов // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отд. физ.-мат., хим., геол. и тех. наук. – 2011. – №1(142). – С. 47-54.

REFERENCES

1. Laevsky Yu.M. On the theory of filtration combustion gases / Yu.M. Laevsky, V.S. Babkin, V.I. Drobyshevich, S.I. Potytnyakov // Physics of combustion and explosion. - 1984. – Vol.20. – No. 6. – Pp. 3-13.
2. Laevsky Yu.M., Propagation of heat waves in heterogeneous media / Yu. M., Laevsky sat. tr. scientific and practical conference – Novosibirsk: Nauka. SO, 1988. – Pp. 108-145.
3. Dobrego K.V. Physics of filtration combustion of gases / K.V. Dobrego, S.A. Zhdanov, – Mn.: Institute of Heat and Mass Transfer named after A.V. Lykov NASB, 2002. – 203 p.
4. Babkin V.S. Aspects of explosion protection of closed vessels using porous media / V.S. Babkin, A.A. Korzhavin // Materials of the third conference on filtration combustion of gases: sat. tr. scientific and practical conf.- Chernogolovka: IHKG SB RAS, 2013. – Pp. 3-6.
5. Babkin V.S., Propagation of premixed explosion flames in porous media / V.S. Babkin, A.A. Korzhavin, V.A. Bunev // Combustion Flame. – 1991. – V.87. – N 2. – Pp. 182-190.
6. Korzhavin A.A., There is a low-speed regime of flame in an inert porous medium in the middle of a smoggy hydrocarbon / A.A., Korzhavin, V.A. Bunev, V.S. Babkin // Reports RAS. – 1994. - T.337. – № 3. - Pp. 342-344.
7. Kakutkina N.A. Features of filtration combustion of hydrogen, propane and methane-air mixtures in inert porous media / N.A. Kakutkina, A.A. Korzhavin, M. Mbarava // Physics of combustion and explosion. - 2006. – Vol. 42. – No. 4. – Pp. 8-20.
8. Kakutkina N.A. Transients in filtration combustion gases / N.A. Kakutkina, M. Mbarava // Physics of combustion and explosion. - 2004. – Vol. 40. – No. 5. – Pp. 62-73.
9. Potytnyakov S.I. Investigation of the thermal structure of the wave of filtration combustion of gases / S.I. Potytnyakov, V.S. Babkin, Yu.M. Laevsky, V.I. Drobyshevych // Physics of combustion and explosion. - 1985. – Vol. 21. – No. 2. – Pp. 19-26.
10. Potytnyakov S.I. Influence of heat loss on the propagation of stationary waves during filtration combustion of gases / S.I. Potytnyakov, Yu.M. Laevsky, V.S. Babkin // Physics of combustion and explosion. - 1984. – Vol. 20. – No. 1. – Pp.19-26
11. Kabilov M.M. Structure of stationary waves of filtration combustion of gases in an inert porous medium / M.M. Kabilov // Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. – 2014. – Volume 57. – No. 2. – Pp.109-115.
12. Shebeko Yu.N. Numerical modeling of hydrogen-air flame propagation with variable transfer coefficients / Yu.N. Shebeko [et al.] // Physics of combustion and explosion. – 1989. – No. 5. – Pp. 54-58.
13. Weinstein P.B. To the theory of filtration combustion of gases in porous media / P.B. Weinstein, M.M. Kabilov // News of the Academy of Sciences Taj.USSR. Otd.phys.-mat. and chem.-geol. Sciences'. – 1992. – №3 (3). – Pp. 55-59.
14. Laevsky Yu.M. Numerical simulation of filtration combustion of gas based on two-level semi-implicit difference schemes / Yu.M. Laevsky, L.V. Yausheva // Computational technologies. -2007. – Vol.12. – No. 2. – Pp. 90-102.
15. Kakutkina N.A. Patterns of burning of porous fire barriers with a channel flame extinguishing element / N.A. Kakutkina, A.A. Korzhavin, D.A. Rychkov // Physics of combustion and explosion. - 2009. – Vol.45. – No. 3. – Pp. 35-43.

16. Kakutkina N.A. Modeling of unsteady processes of filtration combustion of gas / N.A. Kakutkina, D.A. Rychkov // Physics of combustion and explosion. - 2010. – Vol.46. – No. 3. – Pp. 44-51.
17. Kabilov M.M., Khalimov I.H., Gulboev B.J. Numerical calculation of the characteristics of the stationary wave of filtration combustion of a methane-air mixture / M. M., Kabilov I.H., Khalimov B.J.Gulboev// Bulletin of the Tajik National University. –2013. – №1/1(102). – Pp. 116-121.
18. Kabilov M.M. Numerical determination of the structures and characteristics of the stationary column of the filtering gas flow / M.M. Kabilov, P.B. Sadriddinov, I.H. Khalimov // Academic News of Sciences of the Republic of Tajikistan. Ed. FIS. - Matt., chem., geol. I Tech. sciences. – 2011. – №1(142). – Pp. 47-54.

НАТИҶАҶОИ ҲИСОБ ВА ТАҲЛИЛИ ХАРАКТЕРИСТИКАҶОИ АСОСИИ МАВҶИ СТАТСИОНАРИЙ ВА СОҲТОРИ ОН ҲАНГОМИ СУЗИШИ ОМЕХТАИ ГИДРОГЕНУ ҲАВО ДАР МУҲИТИ КОВОКИ ИНЕРТӢ

Дар мақола натиҷаҳои ҳисоби адабии характеристикаҳои мавҷи статсионарии омехтаи гидрогену ҳаво дар муҳити ковоки инертӣ оварда шудааст. Ҳисоби адабии профилҳои ҳароратҳои фазаҳо (муҳити ковок ва газӣ) ва консентратсияи компоненти норасо бо ёрии методи боэтимоди Рунге-Куттаи тартиби чорум сахҳӣ ва бо истифодабарии комплекси барномавие, ки дар забони барномасозии Delphi тартиб дода шудааст, гузаронида шудааст. Суръати мавҷи сӯзиш бо ёрии методи «Пристрелка» муайян карда шудааст. Параметрҳои сохтори мавҷи сӯзиш, ба монанди ҳароратҳои максималӣ ва баробарии фазаҳо, паҳноии қисматҳои гармшавӣ, сӯзиш ва релаксатсияи мавҷи сӯзиш, инчунин координатаҳо ва қиматҳои баробарии ҳароратҳои фазаҳо дар наздикии қисмати сӯзиш вобаста аз суръати ҳаводихӣ, таркиби омехта ва диаметри заррачаҳои муҳити ковок таҳлил карда шудаанд. Натиҷаи таҳлил ба чунин хулосаҳо оварда расонд. Бо зиёдшавии гидроген дар омехта (аз 29% то 80%) ва диаметри заррачаҳо (аз 1 мм то 6 мм) барои ҳар як қимати фиксиронидашудаи суръати ҳаводихӣ пастшавии суръати мавҷи сузиш ба назар мерасад. Дар ҳудуди тағйирёбии суръати ҳаводихӣ ҳарорати максималӣ ба андозаи камшавии ҳиссаи гидроген дар омехта, зиёд мешавад. Бо зиёдшавии суръати ҳаводихӣ координатаҳои баробарии ҳароратҳои фазаҳо ва ҳарорати максималии фазаи газӣ ба тарафи ибтидои координата мекуҷанд, хангоми зиёдшавии диаметри заррачаҳо бошад, баръакс дур мешавад. Ба паҳноии қисмати сузиш суръати ҳаводихӣ ва диаметри заррачаҳо бениҳоят кам таъсир мерасонад. Хангоми тағйир додани ин параметрҳо паҳноии қисмати сузиш аз 0,3 то 0,4 мм иваз мешавад. Таъсири суръати ҳаводихӣ ба паҳноии қисмати релаксатсия хангоми зиёдшавии консентратсияи гидроген дар омехта ба назар мерасад.

Калидвожаҳо: ҳисоби адабӣ, омехтаи гидрогену ҳаво, сохтори мавҷи сузиш, қимати ҳарорати максималии фазаи газӣ, суръати мавҷи сузиш, консентратсияи гидроген, диаметри заррачаҳо, суръати ҳаводихӣ.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРНЫХ УЧАСТКОВ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ ВОДОРОДО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Приводятся результаты расчётов характеристик стационарной волны горения водорода воздушной смеси в инертной пористой среде. Численный расчёт профилей температуры фаз (пористой среды, газа) и концентрации недостающего компонента производился с помощью эффективного метода Рунге-Кутты четвёртого порядка точности и использования программного комплекса, созданного в интегрированной среде Delphi. Скорость волны определялся методом пристрелки. Анализированы параметры структуры волны, такие как, максимальная и равновесная температура, толщины зон прогрева, горения и внутренней релаксации, а также координаты и значения равенства температур фаз перед зоной горения в зависимости от скорости вдува, состава смеси и диаметра частиц пористой среды. В результате расчетов было выявлено следующее. С увеличением водорода в смеси (от 29% до 80%) и диаметра частиц (от 1 мм до 6 мм) для каждой фиксированной скорости вдува наблюдается уменьшение скорости волны. В пределах изменения скорости вдува максимальная температура увеличивается по мере уменьшения доли водорода в смеси. С возрастанием скорости вдува координаты равенства температур фаз и максимальной температуры газовой фазы смешаются в сторону начала координат, а с увеличением диаметра частиц, наоборот отдаляются. На толщину зоны горения скорость вдува и диаметр частиц влияют не существенно; при их варьировании, в пределах изменения, толщина колеблется от 0,3 до 0,4 мм. Влияние скорости вдува на толщину зоны релаксации наблюдается при увеличении концентрации водорода в смеси.

Ключевые слова: численный расчет, водорода-воздушная смесь, структура волны горения, значение максимальной температуры газовой фазы, скорость волны горения, концентрация водорода, диаметр частиц, скорость вдува.

RESULTS OF CALCULATION AND ANALYSIS OF THE MAIN CHARACTERISTICS OF A STATIONARY WAVE AND ITS STRUCTURE DURING COMBUSTION OF A HYDROGEN-AIR MIXTURE IN AN INERT POROUS MEDIUM

The results of calculations of the characteristics of the stationary combustion wave of a hydrogen-air mixture in an inert porous medium are presented. The numerical calculation of the temperature profiles of the phases (porous medium, gas) and the concentration of the missing component was carried out using the effective Runge-Kutta method of the fourth order of accuracy and using a software package created in the Delphi integrated environment. The wave speed was determined by the targeting method. The parameters of the wave structure, such as the maximum and equilibrium temperature, the thickness of the heating, combustion and internal relaxation zones, as well as the coordinates and values of the equality of the phase temperatures before the combustion zone, depending on the injection velocity, the composition of the mixture and the diameter of the porous medium particles, are analyzed. As a result of calculations, the following was revealed. With an increase in the hydrogen in the mixture (from 29% to 80%) and the particle diameter (from 1 mm to 6 mm), a decrease in the wave velocity is observed for each fixed injection velocity. Within the limits of the change in the injection rate, the maximum temperature increases as the proportion of hydrogen in the mixture decreases. With an increase in the injection velocity, the coordinates of the equality of the phase temperatures and the maximum temperature of the gas phase will mix towards the origin, and with an increase in the diameter of the particles, they move away by rotation. The thickness of the combustion zone is not significantly affected by the speed of injection and the diameter of the particles; when they vary, within the limits of change, the thickness ranges from 0.3 to 0.4 mm. The effect of the injection rate on the thickness of the relaxation zone is observed with an increase in the concentration of hydrogen in the mixture.

Keywords: numerical calculation, hydrogen-air mixture, structure of the combustion wave, the value of the maximum temperature of the gas phase, the speed of the combustion wave, hydrogen concentration, particle diameter, blow speed.

Маълумот дар бораи муаллифон: Қобиллов Маруф Маҳмудович – Донишгоҳи Славянии Россия ва Тоҷикистон, номзади илмҳои физикаю математика, мудири кафедраи информатика ва технологияи информатсионии факултаи табию илмӣ, дотсент. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, кучаи Мирзо Турсунзода, 30. **Телефон:** (+992) 939-19-89-60. **E-mail:** maruf1960@mail.ru.

Гулбоев Бахтиёр Чуракулович - Донишгоҳи Славянии Россия ва Тоҷикистон, номзади илмҳои физикаю математика, кафедраи математика ва физикаи факултаи табию илмӣ, дотсент. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, кучаи Мирзо Турсунзода, 30. **Телефон:** (+992) 918-35-34-89. **E-mail:** bakhtiyor-2012@mail.ru.

Гулбоев Фаррух Чуракулович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи информатикаи факултаи механикаю математика, доктор Ph.D-и **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934-14-14-18. **E-mail:** fred_1414@mail.ru.

Сведения об авторах: Кабылов Маруф Махмудович – Славянский университет России и Таджикистана, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой информатики и информационных технологий факультета естественных наук, доцент. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, улица М. Турсунзаде, 30. Телефон: 939-19-89-60. E-mail: maruf1960@mail.ru.

Гулбоев Бахтиёр Джуракулович – Славянский университет России и Таджикистана, кандидат физико-математических наук, кафедра математики и физики факультета естественных наук, доцент. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, улица Мирзо Турсунзаде, 30. Телефон: 918-35-34-89. E-mail: bakhtiyor-2012@mail.ru.

Гулбоев Фаррух Джуракулович – Таджикский национальный университет, кафедра информатики, механико-математический факультет, доктор Ph.D. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934-14-14-18. **E-mail:** fred_1414@mail.ru.

Information about the authors: Kabilov Maruf Makhmudovich - Russian-Tajik (Slavic) University, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, head of the department of computer science and information technologies of the faculty of natural sciences. Address: 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, M. Tursun-zade street, 30. Phone: 939-19-89-60. E-mail: maruf1960@mail.ru.

Gulboev Bakhtiyor Jurakulovich - Russian-Tajik (Slavic) university, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of mathematics and physics of the faculty of natural sciences. Address: 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, M. Tursun-zade street, 30. Phone: 918-35-34-89. E-mail: bakhtiyor-2012@mail.ru.

Gulboev Farrukh Jurakulovich – Tajik national university, of the department of computer science of the faculty of mechanics and mathematics. PhD doctoral student. Address: 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. Phone: (+992) 934-14-14-18. E-mail: fred_1414@mail.ru.

**ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ И ЗАДАЧА
ТИПА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ТИПА С ЛЕВОЙ
ГРАНИЧНОЙ СЛАБОСИНГУЛЯРНОЙ И ДВУМЯ ВНУТРЕННИМИ
СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ**

Олими А.Г., Охунов Н.К.

Худжандский государственный университет им. Б.Г.Гафурова

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^n y = \frac{f(x)}{|x-b_1|^{\alpha_1} \prod_{i=2}^3 |x-b_i|} , A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)} y \equiv y' + \frac{p(x)}{|x-b_1|^{\alpha_1} \prod_{i=2}^3 |x-b_i|} y - \frac{q(x)}{|x-b_1|^{\alpha_1} \prod_{i=2}^3 |x-b_i|} , x \in \Gamma_{(b)} \quad (1)$$

где $\Gamma_{(b)} = \Gamma \setminus (b)$, $\Gamma = (a, b)$, $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$, $a = b_1 < b_2 < b_3 < b$, n - натуральное число, $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^0 y \equiv y$, $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y = A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}(A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^{s-1} y)$, $s = \overline{1, n}$, $0 < \alpha_1 < 1$, то есть, когда b_1 является слабосингулярной точкой уравнения, совпадая с левой граничной точкой интервала Γ , а b_2, b_3 - сингулярные точки, являющиеся внутренними точками этого интервала, считая функции $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ непрерывными на отрезке $\overline{\Gamma_{(b)}}$, кроме, может быть, точек b_i , в которых они могут допустить разрыв первого рода.

Отметим, что изучению обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем с одной и более сингулярными точками разных порядков, посвящён ряд работ, например, [1] - [18].

Нашей целью в этой работе явились следующие моменты: получение интегрального представления общего решения уравнения (1), исследование характеристических свойств представления и применение его для изучения поведения решений в окрестности особых точек, постановка задачи типа линейного сопряжения и нахождение её решения в явном виде.

Множество $\Gamma_{(b)}$ рассмотрим как сумму трёх интервалов $\Gamma_1 = (b_1, b_2)$, $\Gamma_2 = (b_2, b_3)$, $\Gamma_3 = (b_3, b)$, то есть $\Gamma_{(b)} = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$. Под решением уравнения (1) на множестве $\Gamma_{(b)}$ понимаем объединение его решений на промежутках Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 , предполагая их существующими.

На интервале Γ_1 его граничные точки являются особыми точками уравнения (1). Фиксируем произвольную точку x_1^0 интервала Γ_1 и представим его в виде объединения промежутков $\Gamma_1^1 = (b_1, x_1^0]$, $\Gamma_1^2 = [x_1^0, b_2)$. На промежутке Γ_1^1 точка b_1 является единственной левой граничной, слабо-сингулярной точкой уравнения (1). При рассмотрении уравнения в этом промежутке функции $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ в точке b_1 доопределим с помощью их правого предельного значения. Далее, с их помощью вводим новые функции равенствами

$$p_1^1(x) = p(x) \prod_{k=2}^3 (b_k - x)^{-1}, q_1^1(x) = q(x) \prod_{k=2}^3 (b_k - x)^{-1}, f_1^1(x) = f(x) \prod_{k=2}^3 (b_k - x)^{-1},$$

которые тоже будут непрерывными на отрезке $\overline{\Gamma_1^1}$. Тогда по формуле (3) [15, с.143] общее решение уравнения (1) на Γ_1^1 и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него записываются в виде

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y_1^{b_1, +} = \exp[-u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(x)] \left\{ \int_{b_1}^x \left[\sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x-\xi)^j}{j!} q_1^1(\xi) + \frac{(x-\xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} f_1^1(\xi) \right] (\xi - b_1)^{-\alpha_1} \right.$$

$$\cdot \exp[u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(\xi)] d\xi + \sum_{j=s}^{n-1} C_{1j}^1 \frac{(x-b_1)^{j-s}}{(j-s)!} \Big\} \equiv I_{b_1, s}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1],$$

(2) $s = \overline{0, (n-1)}$, $(I_{b_1, 0}^{\alpha_1, +} [\dots] \equiv I_{b_1}^{\alpha_1, +} [\dots])$,

где $u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(x) = \int_{b_1}^x \frac{P_1^1(t)}{(t-b_1)^{\alpha_1}} dt$, а $C_{1j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$ - произвольные постоянные.

Теперь уравнение (1) рассмотрим на промежутке $\Gamma_1^2 = [x_1^0, b_2]$. В этом случае функции $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ в точке b_2 доопределим с помощью их левого предельного значения и с их помощью вводим новые функции $p_1^2(x) = p(x)(x-b_1)^{-\alpha_1} (b_3-x)^{-1}$, $q_1^2(x) = q(x)(x-b_1)^{-\alpha_1} (b_3-x)^{-1}$, $f_1^2(x) = f(x)(x-b_1)^{-\alpha_1} (b_3-x)^{-1}$, непрерывные на $\overline{\Gamma_1^2}$ и, уравнение (1) рассмотрим как уравнение, имеющее единственную правую граничную сингулярную точку b_2 . Предположим функцию $p(x)$ таковой, что функция $p_1^2(x)$ в точке b_2 удовлетворяет условию Гельдера, то есть

$$|p_1^2(b_2-0) - p_1^2(x)| \leq H_1^2 (b_2-x)^{h_1^2}, H_1^2 > 0, 0 < h_1^2 \leq 1 \text{ при } x \rightarrow b_2-0, \quad (3)$$

и выполняется неравенство $p(b_2-0) < 0$, из которого следует неравенство $p_1^2(b_2-0) = p(b_2-0)(b_2-b_1)^{-\alpha_1} (b_3-b_2)^{-1} < 0$. Тогда на основании формул (7), (8) работы [17, с.71, 72], для общего решения уравнения (1) на Γ_1^2 и степеней оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него имеет место следующая формула:

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y_1^{b_2, -} = (b_2-x)^{p_1^2(b_2-0)} \exp[-w_{p_1^2, b_2}^{1, -}(x)] \left\{ (-1)^s \sum_{j=s}^{n-1} C_{1j}^2 \frac{(b_2-x)^{j-s}}{(j-s)!} - \right. \\ \left. - \int_x^{b_2} \left[\sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x-\xi)^j}{j!} q_1^2(\xi) + \frac{(x-\xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} f_1^2(\xi) \right] (b_2-\xi)^{-p_1^2(b_2-0)-1} \exp[w_{p_1^2, b_2}^{1, -}(\xi)] d\xi \right\} \equiv (4) \\ \equiv K_{b_2, s}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2], s = \overline{0, (n-1)}, (K_{b_2, 0}^{1, -} [\dots] \equiv K_{b_2}^{1, -} [\dots]),$$

где $w_{p_1^2, b_2}^{1, -}(x) = \int_x^{b_2} \frac{p_1^2(b_2-0) - p_1^2(t)}{b_2-t} dt$, а $C_{1j}^2, j = \overline{0, (n-1)}$ - произвольные постоянные.

Формула (4) выражает общее решение уравнения (1) и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него и тогда, когда взамен условия $p_1^2(b_2-0) < 0$ выполняется условие $p_1^2(b_2-0) > 0$, а функции $q_1^2(x)$ и $f_1^2(x)$ при $x \rightarrow b_2-0$ стремятся к нулю и подчиняются, соответственно асимптотическому равенству:

$$q_1^2(x) = o[(b_2-x)^{\beta_1^2}], f_1^2(x) = o[(b_2-x)^{\gamma_1^2}], \beta_1^2, \gamma_1^2 > p_1^2(b_2-0) \text{ при } x \rightarrow b_2-0.$$

Функции $p_1^2(x)$, $q_1^2(x)$ и $f_1^2(x)$, как следует из их определения, подчиняются этим требованиям, если взамен неравенства $p(b_2-0) < 0$ имеет место неравенство $p(b_2-0) > 0$ и функции $q(x)$ и $f(x)$ подчиняются, соответственно, асимптотическому равенству

$$q(x) = o[(b_2-x)^{\beta_1^2}], f(x) = o[(b_2-x)^{\gamma_1^2}], \beta_1^2, \gamma_1^2 > p_1^2(b_2-0) \text{ при } x \rightarrow b_2-0. \quad (5)$$

Формулы (2) и (4) совместно определяют общее решение уравнения (1) и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от этой функции на интервале Γ_1 , если выполняется требование определения решения уравнения, то есть, если выполняются предельные равенства

$$I_{b_1, s}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1]_{x=x_1^0-0} = K_{b_2, s}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2]_{x=x_1^0+0},$$

$$s = \overline{0, (n-1)}, \quad (6)$$

совместно образующие неоднородную линейную алгебраическую систему уравнений треугольной формы относительно каждой группы произвольных постоянных C_{1j}^1 , C_{1j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$. Из явного вида выражений, стоящих в левой и правой частях системы (6), следует, что в обоих этих случаях ранг её основной и расширенной матриц равны n . Следовательно, каждая группа из произвольных постоянных C_{1j}^1 и C_{1j}^2 , может быть выражена через другую однозначно из системы (6).

Уравнение (1) рассмотрим на интервале Γ_2 , где обе граничные точки являются его сингулярными точками. В этом случае функции $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ в точках b_2 и b_3 доопределим по непрерывности, соответственно, с помощью их правого и левого предельного значения. Тогда повторяя рассуждения, проведённые для одноименного интервала в работе [17], получим следующую формулу для общего решения уравнения (1) и степеней оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него:

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y = \begin{cases} K_{b_2, s}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1] \text{ при } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3, s}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2] \text{ при } x \in \Gamma_2^2 \end{cases}, \quad (7)$$

$s = \overline{0, (n-1)}$, где

$$K_{b_2, s}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1] \equiv (x - b_2)^{-p_2^1(b_2+0)} \exp[-w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(x)] \left\{ \int_{b_2}^x \left[\sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x-\xi)^j}{j!} q_2^1(\xi) + \frac{(x-\xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} f_2^1(\xi) \right] (\xi - b_2)^{p_2^1(b_2+0)-1} \exp[w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(\xi)] d\xi + \sum_{j=s}^{n-1} C_{2j}^1 \frac{(x-b_2)^{j-s}}{(j-s)!} \right\},$$

$$K_{b_3, s}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2] \equiv (b_3 - x)^{p_2^2(b_3-0)} \exp[-w_{p_2^2, b_3}^{1, -}(x)] \left\{ (-1)^s \sum_{j=s}^{n-1} C_{2j}^2 \frac{(b_3-x)^{j-s}}{(j-s)!} - \right.$$

$$\left. - \int_x^{b_3} \left[\sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x-\xi)^j}{j!} q_2^2(\xi) + \frac{(x-\xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} f_2^2(\xi) \right] (b_3 - \xi)^{-p_2^2(b_3-0)-1} \exp[w_{p_2^2, b_3}^{1, -}(\xi)] d\xi \right\},$$

$s = \overline{0, (n-1)}$,

$$w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(x) = \int_{b_2}^x \frac{p_2^1(t) - p_2^1(b_2+0)}{t - b_2} dt, \quad w_{p_2^2, b_3}^{1, -}(x) = \int_x^{b_3} \frac{p_2^2(b_3-0) - p_2^2(t)}{b_3 - t} dt, \quad \Gamma_2 = \Gamma_2^1 \cup \Gamma_2^2,$$

$\Gamma_2^1 = (b_2, x_2^0]$, $\Gamma_2^2 = [x_2^0, b_3)$, x_2^0 - фиксированная точка на Γ_2 , $p_2^i(x), q_2^i(x), f_2^i(x)$, $i=1,2$ известные функции, определяемые, соответственно, при помощи функций $p(x)$, $q(x)$, $f(x)$ и подчиняющиеся ниже приводимым условиям:

$$p_2^1(x) = p(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-x)^{-1}; \quad q_2^1(x) = q(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-x)^{-1};$$

$f_2^1(x) = f(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-x)^{-1}$, $p_2^1(b_2+0) = p(b_2+0)(b_2-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-b_2)^{-1} > 0$, что имеет место в случае $p(b_2+0) > 0$, а также $p_2^1(x)$ удовлетворяет условию Гельдера

$$\left| p_2^1(x) - p_2^1(b_2+0) \right| \leq H_2^1(x-b_2)^{h_2^1}, \quad H_2^1 > 0, \quad 0 < h_2^1 \leq 1 \quad \text{при } x \rightarrow b_2+0; \quad (8)$$

$$p_2^2(x) = p(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1}; \quad q_2^2(x) = q(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1};$$

$f_2^2(x) = f(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1}$, $p_2^2(b_3-0) = p(b_3-0)(b_3-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-b_2)^{-1} < 0$, что имеет место в случае $p(b_3+0) < 0$, а также функция $p_2^2(x)$ удовлетворяет условию Гельдера

$$\left| p_2^2(b_3-0) - p_2^2(x) \right| \leq H_2^2(b_3-x)^{h_2^2}, \quad H_2^2 > 0, \quad 0 < h_2^2 \leq 1 \quad \text{при } x \rightarrow b_3-0, \quad (9)$$

а C_{2j}^1 и C_{2j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$ - произвольные постоянные.

В формуле (7), если вместо неравенства $p_2^1(b_2+0) > 0$ выполняется неравенство $p_2^1(b_2+0) < 0$, что имеет место в случае $p(b_2+0) < 0$, то дополнительно требуется, чтобы функции $q(x)$, $f(x)$ при $x \rightarrow b_2+0$ стремились к нулю со следующим, соответственно асимптотическим поведением:

$$q(x) = o[(x-b_2)^{\beta_2^1}], \quad f(x) = o[(x-b_2)^{\gamma_2^1}], \quad \beta_2^1, \gamma_2^1 > -p_2^1(b_2+0) \quad \text{при } x \rightarrow b_2+0; \quad (10)$$

если же вместо неравенства $p_2^2(b_3-0) < 0$ выполняется неравенство $p_2^2(b_3-0) > 0$, что имеет место в случае $p(b_3-0) > 0$, то требуется, чтобы функции $q(x)$ и $f(x)$ подчинялись, соответственно, асимптотическому равенству

$$q(x) = o[(b_3-x)^{\beta_2^2}], \quad f(x) = o[(b_3-x)^{\gamma_2^2}], \quad \beta_2^2, \gamma_2^2 > p_2^2(b_3-0) \quad \text{при } x \rightarrow b_3-0. \quad (11)$$

Также нужно учесть, что в формуле (7) произвольные постоянные C_{2j}^1 и C_{2j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$, согласно определению решения уравнения (1), связаны следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$K_{b_2, s}^{1,+} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1]_{x=x_2^0-0} = K_{b_3, s}^{1,-} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2]_{x=x_3^0+0},$$

$$s = \overline{0, (n-1)}. \quad (12)$$

Система (12) относительно каждой группы этих произвольных постоянных, если другую группу считать известной, имеет треугольную форму с равным n рангом основной и расширенной матриц. Это даёт возможность с её помощью каждую группу произвольных постоянных C_{2j}^1 ,

C_{2j}^2 , выразить однозначно через другую.

Теперь уравнение (1) рассмотрим на интервале Γ_3 , где уравнение имеет единственную левую граничную сингулярную точку b_3 . В этом случае функции $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ в точке b_3 доопределим с помощью их правого предельного значения. Далее, повторяя рассуждения проведённые выше для случая промежутка Γ_2^1 , приходим к

следующей формуле для общего решения и степеней оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него на промежутке Γ_3 :

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y_3^{b_3, +} = (x - b_3)^{-p_3^1(b_3+0)} \exp[-w_{p_3^1, b_3}^{1,+}(x)] \left\{ \int_{b_3}^x \left[\sum_{j=0}^{n-s-1} \frac{(x-\xi)^j}{j!} q_3^1(\xi) + \frac{(x-\xi)^{n-s-1}}{(n-s-1)!} f_3^1(\xi) \right] \cdot (\xi - b_3)^{p_3^1(b_3+0)-1} \exp[w_{p_3^1, b_3}^{1,+}(\xi)] d\xi + \sum_{j=s}^{n-1} C_{3j}^1 \frac{(x-b_3)^{j-s}}{(j-s)!} \right\} \equiv K_{b_3, s}^{1,+} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_3^1(x), C_{3s}^1, C_{3(s+1)}^1, \dots, C_{3(n-1)}^1],$$

$$s = \overline{0, (n-1)}, \quad (13)$$

где $p_3^1(x) = p(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1}$; $q_3^1(x) = q(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1}$;

$f_3^1(x) = f(x)(x-b_1)^{-\alpha_1}(x-b_2)^{-1}$, выполняется неравенство $p_3^1(b_3+0) = p(b_3+0)(b_3-b_1)^{-\alpha_1}(b_3-b_2)^{-1} > 0$, что имеет место в случае $p(b_3+0) > 0$, функция $p_3^1(x)$ подчиняется условию Гельдера:

$$\left| p_3^1(x) - p_3^1(b_3+0) \right| \leq H_3^1 (x-b_3)^{h_3^1}, \quad H_3^1 > 0, 0 < h_3^1 \leq 1 \text{ при } x \rightarrow b_3+0, \quad (14)$$

$w_{p_3^1, b_3}^{1,+}(x) = \int_{b_3}^x \frac{p_3^1(t) - p_3^1(b_3+0)}{t-b_3} dt$, а $C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$ - произвольные постоянные.

Формула (13) выражает общее решение и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него и в случае, когда вместо условия $p(b_3+0) > 0$ выполняется условие $p(b_3+0) < 0$ при условии, что функции $q(x), f(x)$ стремятся к нулю со следующим, соответственно, асимптотическим поведением:

$$q(x) = o[(x-b_3)^{\beta_3^1}], \quad f(x) = o[(x-b_3)^{\gamma_3^1}], \quad \beta_3^1, \gamma_3^1 > -p_3^1(b_3+0) \text{ при } x \rightarrow b_3+0. \quad (15)$$

Формулы (2), (4), (7), (13) в совокупности выражают общее решение уравнения (1) и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ от него на множестве $\Gamma_{(b)}$, которое записывается в виде

$$A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y = \begin{cases} I_{b_1, s}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1] \text{ при } x \in \Gamma_1^1 \\ K_{b_2, s}^{1,-} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2] \text{ при } x \in \Gamma_1^2 \\ K_{b_2, s}^{1,+} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1] \text{ при } x \in \Gamma_2^1, s = \overline{0, (n-1)}. \\ K_{b_3, s}^{1,-} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2] \text{ при } x \in \Gamma_2^2 \\ K_{b_3, s}^{1,+} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_3^1(x), C_{3s}^1, C_{3(s+1)}^1, \dots, C_{3(n-1)}^1] \text{ при } x \in \Gamma_3 \end{cases} \quad (16)$$

Рассуждения, дословно повторяющие доказательства, проведённые в пунктах 1) - 4) работы [17, с.73], позволяют рассмотреть формулу (16) в четырёх равносильных формах в зависимости от расположения произвольных постоянных в первой, второй и третьей, четвёртой парах её строк, используя их связь, выражаемую системами (6) и (12). Также заключаем, что формула (16) для общего решения уравнения (1) и степеней оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ остаётся верной при всевозможных сочетаниях знаков чисел $p(b_i-0)$ и

$p(b_i + 0), i = 2, 3$. При этом нужно дополнительно требовать, чтобы функции $q(x)$ и $f(x)$ стремились к нулю, когда $x \rightarrow b_i - 0$ и подчинялись, соответственно, условиям (5) и (11), в случае $p(b_i - 0) > 0$; стремились к нулю при $x \rightarrow b_i + 0$ и удовлетворяли, соответственно, асимптотическим равенствам (10) и (15), в случае $p(b_i + 0) < 0, i = 2, 3$.

Таким образом, получим следующее итоговое утверждение:

Теорема 1. Пусть, в уравнении (1) слабо-сингулярная точка b_1 и сингулярные точки b_2 и b_3 расположены в виде $a = b_1 < b_2 < b_3 < b$. Далее $\Gamma_{(b)} = \bigcup_{i=1}^3 \Gamma_i, \Gamma_i = (b_i, b_{i+1})$ $i = 1, 2, \Gamma_3 = (b_3, b)$, а x_i^0 - обозначает фиксированную точку интервала Γ_i , которая разделяет этот интервал на промежутки

$\Gamma_i^1 = (b_i, x_i^0], \Gamma_i^2 = [x_i^0, b_{i+1})$. Пусть выполняются следующие условия:

1) функции $p(x), q(x)$ и $f(x)$ непрерывны на отрезке $\overline{\Gamma}$, за исключением, быть может, точек $b_i, i = 1, 2, 3$. В самих этих точках они могут иметь лишь разрыв первого рода и для функции $p(x)$ выполняются условия $p(b_i + 0) \neq 0, i = 1, 2, 3, p(b_i - 0) \neq 0, i = 2, 3$;

2) функции $p_i^1(x), i = 2, 3, p_i^2(x), i = 1, 2$ определяемые с помощью функции $p(x)$ удовлетворяют условию Гельдера (8), (14), (3) и (9) соответственно;

3) имеет место следующее сочетание знаков чисел $p(b_i \pm 0)$: $p(b_i + 0) > 0, p(b_i - 0) < 0, i = 2, 3$;

4) могут выполняться любые другие комбинации знаков чисел $p(b_i \pm 0), i = 2, 3$. При этом если для одного или обоих значений $i = 2, 3$ взамен условия $p(b_i + 0) > 0$ выполняется условие $p(b_i + 0) < 0$, тогда требуется, чтобы функции $q(x)$ и $f(x)$ при $x \rightarrow b_i + 0$ стремились к нулю и удовлетворяли, соответственно, условиям (10), (15). Если же для одного или обоих значений $i = 2, 3$ взамен условия $p(b_i - 0) < 0$ выполняется условие $p(b_i - 0) > 0$, то требуется, чтобы эти функции при $x \rightarrow b_i - 0$ обращались в нуль и подчинялись, соответственно, условиям (5), (11).

Тогда общее решение уравнения (1) и степени оператора $A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}$ на множестве $\Gamma_{(b)}$ выражается при помощи формулы (16), где $C_{ij}^1, C_{ij}^2, i = 1, 2, C_{3j}^1, j = 0, (n-1)$ - произвольные постоянные, группы из которых относящиеся к промежутку $\Gamma_i, i = 1, 2$, однозначно связаны, соответственно, системой алгебраических уравнений (6) и (12).

Следствие 1. Непосредственными вычислениями на основании формулы (16) получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} [A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y]_{x=b_1+0} &= C_{1s}^1 ; \\ [(b_2 - x)^{-p_1^2(b_2-0)} A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y]_{x=b_2-0} &= (-1)^s C_{1s}^2 ; \\ [(x - b_2)^{p_2^1(b_2+0)} A_{\{\alpha_1, 1, 1\}, (b)}^s y]_{x=b_2+0} &= C_{2s}^1 ; \end{aligned} \quad (17)$$

$$[(b_3 - x)^{-p_2^2(b_3-0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^s y]_{x=b_3-0} = (-1)^s C_{2s}^2 ;$$

$$[(x - b_3)^{p_3^1(b_3+0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^s y]_{x=b_3+0} = C_{3s}^1,$$

где нужно положить $s = \overline{0, (n-1)}$. Эти равенства дают возможность однозначно найти значение произвольных постоянных, соответствующее любому известному решению уравнения (1), которое выражается с помощью формулы (16), то есть служат формулами обращения для этого представления. Нахождение значения произвольных постоянных, входящих в первые четыре строки формулы (16) можно провести с использованием систем (6), (12) и следующими четырьмя способами, которые понадобятся нам при постановке и решении граничных задач. Берём две группы из четырёх первых равенств (17), одно относящееся к Γ_1 , другое к Γ_2 , и однозначно находим две группы произвольных постоянных, по одному относящиеся к этим интервалам, далее подставляем их в системы (6), (12) и находим однозначно другие группы постоянных, относящиеся к указанным интервалам.

Следствие 2. Из представления (16) вытекает, что все решения уравнения (1) и степени оператора $A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}$ от него в окрестности слабо- сингулярной точки b_1 остаются ограниченными, а в окрестности сингулярных точек b_i , $i = 2,3$ их поведение зависит от знака предельных чисел $p(b_i \pm 0)$. Как и в работе [17], справедливы следующие выводы:

когда $x \rightarrow b_i + 0$, в случае $p(b_i + 0) > 0$, все решения уравнения и степени оператора от них стремятся к бесконечности и подчиняются асимптотическому равенству $y(x) = O[(x - b_i)^{-p_i^1(b_i+0)}]$, в случае же $p(b_i + 0) < 0$, стремятся к нулю с поведением $y(x) = o[(x - b_i)^{-p_i^1(b_i+0)}]$;

когда $x \rightarrow b_i - 0$, в случае $p(b_i - 0) < 0$, все решения данного уравнения и степени оператора от них стремятся к бесконечности и подчиняются асимптотическому равенству $y(x) = O[(b_i - x)^{p_i^2(b_i-0)}]$, в случае же $p(b_i - 0) > 0$, стремятся к нулю с поведением $y(x) = o[(b_i - x)^{p_i^2(b_i-0)}]$.

Каждое из этих заключений может выполняться для одного или обоих значений $i = 2,3$ или чередоваться произвольным порядком, так что общая картина поведения решений уравнения (1) в окрестности сингулярных точек характеризуется сочетанием знаков четырёх чисел $p(b_i \pm 0)$.

Полученное представление общего решения уравнения (1) в виде (16), а также характеристические равенства (17) для него дают возможность поставить следующую задачу и найти её решение в явном виде.

Задача 1 (задача типа линейного сопряжения). Найти решение уравнения (1) таким образом, чтобы выполнялась следующая система условий:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{n-1} b_{kj} [A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^j y]_{x=b_1+0} + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(n+j)} [(b_2 - x)^{-p_i^2(b_2-0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^j y]_{x=b_2-0} + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(2n+j)} [(x - b_2)^{p_2^1(b_2+0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^j y]_{x=b_2+0} + \\ & + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(3n+j)} [(b_3 - x)^{-p_2^2(b_3-0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^j y]_{x=b_3-0} + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(4n+j)} [(x - b_3)^{p_3^1(b_3+0)} A_{\{\alpha_1,1,1\},(b)}^j y]_{x=b_3+0} = \varepsilon_k, \end{aligned} \quad (18)$$

$k = \overline{1, 3n}$, где b_{kj} и ε_k , $j = \overline{0, (4n-1)}$ - заданные вещественные числа.

Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда для решения данной задачи представление (16) общего решения уравнения (1) подчиним условиям (18). Используя

характеристические равенства (17), получим следующую систему $3n$ линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=0}^{n-1} b_{kj} C_{1j}^1 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(n+j)} (-1)^j C_{1j}^2 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(2n+j)} C_{2j}^1 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(3n+j)} (-1)^j C_{2j}^2 + \sum_{j=0}^{n-1} b_{k(4n+j)} C_{3j}^1 = \varepsilon_k, \quad (19)$$

$k = \overline{1, 3n}$, с $5n$ неизвестными $C_{ij}^1, C_{ij}^2, i = 1, 2, C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$.

В полученной системе группы неизвестных C_{ij}^1, C_{ij}^2 , соответствующие значениям $i = 1, 2$, связаны следующими системами алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} I_{b_1, s}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), C_{1s}^1, C_{1(s+1)}^1, \dots, C_{1(n-1)}^1]_{x=x_1^0-0} &= K_{b_2, s}^{1, -} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_1^2(x), C_{1s}^2, C_{1(s+1)}^2, \dots, C_{1(n-1)}^2]_{x=x_1^0+0}, \\ K_{b_2, s}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), C_{2s}^1, C_{2(s+1)}^1, \dots, C_{2(n-1)}^1]_{x=x_2^0-0} &= K_{b_3, s}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), C_{2s}^2, C_{2(s+1)}^2, \dots, C_{2(n-1)}^2]_{x=x_2^0+0}, \\ s &= \overline{0, (n-1)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Используя эту связь, четырьмя способами, систему (19) можно преобразовать к эквивалентной системе со следующими $3n$ неизвестными: две группы из C_{ij}^1, C_{ij}^2 , относящихся к разным промежуткам $\Gamma_i, i = 1, 2$ и $C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$. Рассмотрим эти способы и займемся определением условий, обеспечивающих существование и единственность решения задачи 1.

Случай 1. В системе (19) неизвестные C_{1j}^2 и C_{2j}^2 , заменим их

выражениями через неизвестные C_{1j}^1 и $C_{2j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$, определяемыми из систем (20). Тогда система (19), после некоторых элементарных преобразований, приводится к системе $3n$ линейных неоднородных алгебраических уравнений с $3n$ неизвестными $C_{ij}^1, i = 1, 2, C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$. Полученную систему обозначим через (1.1), а её основной определитель как Δ_{11} . Для определённости системы (1.1) необходимо и достаточно, чтобы Δ_{11} был отличен от нуля. Пусть в условиях задачи 1 числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1, 3n}, j = \overline{0, (5n-1)}$ такие, что определитель Δ_{11} не равен нулю. Тогда из системы (1.1) находим значение переменных $C_{ij}^1, i = 1, 2, C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$. Теперь значение переменных C_{ij}^1 вносим в системы (20) и из полученных в результате систем однозначно определим переменные C_{1j}^2 и $C_{2j}^2, j = \overline{0, (n-1)}$. Таким образом, все переменные входящие в систему (19) однозначно определяем, подставляя значение которых в представление (16) находим единственное решение $y(x)$ задачи 1.

Убедимся в единственности полученного решения и следующими подробными рассуждениями. Предположим, что кроме решения $y(x)$, существует и другое решение $y^*(x)$ задачи. Ясно, что эта функция тоже охватывается представлением (16). Постоянные соответствующие ей по формулам (17) обозначим с теми же индексами, как и выше, только со значком *, то есть в виде $C_{ij}^{1*}, C_{ij}^{2*}, i = 1, 2, C_{3j}^{1*}, j = \overline{0, (n-1)}$. Эти постоянные обращают в тождества систему (19), а также постоянные $C_{ij}^{1*}, C_{ij}^{2*}, i = 1, 2$ связаны при помощи систем (20). Из этого следует, что постоянные $C_{ij}^{1*}, i = 1, 2, C_{3j}^{1*}, j = \overline{0, (n-1)}$ образуют решение системы (1.1) и поэтому совпадают с числами $C_{ij}^1, i = 1, 2, C_{3j}^1, j = \overline{0, (n-1)}$, соответственно. Тогда, в силу систем (20) и числа C_{ij}^{2*} тоже

совпадают, соответственно, с числами C_{ij}^2 . Из этих рассуждений следует, что решению $y^*(x)$ в представлении (16) соответствуют те же постоянные, которые определяют решение $y(x)$. Значит, эти две функции тождественно равны.

Случай 2. В системе (19) неизвестные C_{1j}^2 и C_{2j}^1 заменим, соответственно, их выражениями через неизвестные C_{1j}^1 и C_{2j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$, определяемыми из систем (20). Тогда, как и выше, имеем систему $3n$ линейных неоднородных алгебраических уравнений относительно $3n$ неизвестных $C_{1j}^1, C_{2j}^2, C_{3j}^1$, $j = \overline{0, (n-1)}$. Полученную систему обозначим через (1.2), а её основной определитель как Δ_{12} . Пусть, в условиях задачи 1 числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1, 3n}$, $j = \overline{0, (5n-1)}$ такие, что Δ_{12} отлично от нуля. Тогда, из системы (1.2) находим значение переменных $C_{1j}^1, C_{2j}^2, C_{3j}^1$, $j = \overline{0, (n-1)}$. Далее, по известному значению переменных C_{1j}^1, C_{2j}^2 из систем (20) определяем однозначно переменные C_{1j}^2 и C_{2j}^1 , $j = \overline{0, (n-1)}$. Подставляя найденное значение всех переменных в представление (16), находим единственное решение $y(x)$ задачи 1.

Случай 3. На этот раз из систем (20) неизвестные C_{1j}^1 и C_{2j}^2 выразим с помощью неизвестных C_{1j}^2 и C_{2j}^1 , $j = \overline{0, (n-1)}$, соответственно, и полученные выражения подставляем в систему (19). Тогда получим систему $3n$ линейных алгебраических уравнений для $3n$ неизвестных $C_{1j}^2, C_{2j}^1, C_{3j}^1$, $j = \overline{0, (n-1)}$. Эту систему обозначим как (2.1), а её основной определитель как Δ_{21} . Пусть, в условиях задачи 1 числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1, 3n}$, $j = \overline{0, (5n-1)}$ такие, что определитель Δ_{21} не равен нулю. Тогда решая систему (2.1) находим значение переменных $C_{1j}^2, C_{2j}^1, C_{3j}^1$, $j = \overline{0, (n-1)}$. Далее, подставляя полученные значения переменных C_{1j}^2, C_{2j}^1 в соответствующее из систем (20), приходим к треугольным системам неоднородных линейных алгебраических уравнений с неизвестными C_{1j}^1, C_{2j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$, из которых последние находим однозначно. Далее, действуя, как и выше, по формуле (16) находим единственное решение $y(x)$ задачи 1 в рассматриваемом случае.

Случай 4. В этом случае из систем (20) неизвестные C_{1j}^1 и C_{2j}^1 выразим через неизвестные C_{1j}^2 и C_{2j}^2 , $j = \overline{0, (n-1)}$ и, полученные выражения подставляем в систему (19). Тогда для определения $3n$ неизвестных $C_{1j}^2, C_{2j}^2, C_{3j}^1$, $j = \overline{0, (n-1)}$ имеем систему $3n$ линейных неоднородных алгебраических уравнений, которую обозначим как (2.2), а её основной определитель через Δ_{22} . Если в условиях задачи 1 числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1, 3n}$, $j = \overline{0, (5n-1)}$ такие, что $\Delta_{22} \neq 0$, то решая систему (2.2), однозначно находим последние неизвестные. Далее, по известным значениям переменных C_{1j}^2, C_{2j}^2 из соответствующих систем (20) однозначно определяем значение неизвестных C_{1j}^1, C_{2j}^1 , $j = \overline{0, (n-1)}$. Таким образом, все переменные входящие в систему (19), однозначно определяются. Подставляя их значение в формулу (16), находим единственное решение $y(x)$ задачи 1.

Отметим, что полученные выше системы (1.1), (1.2), (2.1), (2.2), вместе с системой (20) эквивалентны системе (19), (20), поэтому все они эквивалентны между собой.

Подытоживая проведённые выше рассуждения, приходим к следующему общему заключению:

Теорема 2. Пусть выполнены все условия теоремы 1. Пусть в условиях задачи 1 известные числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1, 3n}, j = \overline{0, (5n-1)}$ такие, что определитель $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{21}$ или Δ_{22} отличен от нуля. Тогда задача типа линейного сопряжения имеет единственное решение, которое получается из формулы (16) заменой соответствующих трёх групп произвольных постоянных, их значением, из системы (1.1), (1.2), (2.1) или (2.2), а остальные, соответствующие, две группы их значением из систем (20).

Продолжим обсуждение выше рассмотренных случаев решения задачи 1 при $n = 2$.

Отметим, что в случае $n = 2$ системы (20), связывающие произвольные постоянные, относящиеся к промежуткам Γ_i^1 и Γ_i^2 при $i = 1, 2$, в формуле (16) можно записать в едином виде

$$\begin{cases} d_i(\mu_i + C_{i0}^1 + k_i C_{i1}^1) = e_i(\lambda_i + C_{i0}^2 + r_i C_{i1}^2) \\ d_i(\nu_i + C_{i1}^1) = e_i(\eta_i - C_{i1}^2) \end{cases}, \quad i = 1, 2, \quad (21)$$

где

$$d_1 \equiv d_1(x_1^0) = \exp[-u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(x_1^0)], \quad d_2 \equiv d_2(x_2^0) = (x_2^0 - b_2)^{-p_2^1(b_2+0)} \exp[-w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(x_2^0)],$$

$$e_i \equiv e_i(x_i^0) = (b_{i+1} - x_i^0)^{p_i^2(b_{i+1}-0)} \exp[-w_{p_i^2, b_{i+1}}^{1, -}(x_i^0)] ,$$

$$k_i \equiv k_i(x_i^0) = x_i^0 - b_i, \quad r_i \equiv r_i(x_i^0) = b_{i+1} - x_i^0, \quad d_i, e_i, k_i, r_i > 0 ,$$

$$\mu_1 \equiv \mu_1(x_1^0) = \int_{b_1}^{x_1^0} [(1 + x_1^0 - \xi)q_1^1(\xi) + (x_1^0 - \xi)f_1^1(\xi)] (\xi - b_1)^{-\alpha_1} \exp[u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(\xi)] d\xi ,$$

$$\mu_2 \equiv \mu_2(x_2^0) = \int_{b_2}^{x_2^0} [(1 + x_2^0 - \xi)q_2^1(\xi) + (x_2^0 - \xi)f_2^1(\xi)] (\xi - b_2)^{p_2^1(b_2+0)-1} \exp[w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(\xi)] d\xi ,$$

$$\lambda_i \equiv \lambda_i(x_i^0) = - \int_{x_i^0}^{b_{i+1}} [(1 + x_i^0 - \xi)q_i^2(\xi) + (x_i^0 - \xi)f_i^2(\xi)] (b_{i+1} - \xi)^{-p_i^2(b_{i+1}-0)-1} \exp[w_{p_i^2, b_{i+1}}^{1, -}(\xi)] d\xi ,$$

$$\nu_1 \equiv \nu_1(x_1^0) = \int_{b_1}^{x_1^0} [q_1^1(\xi) + f_1^1(\xi)] (\xi - b_1)^{-\alpha_1} \exp[u_{p_1^1, b_1}^{\alpha_1, +}(\xi)] d\xi ,$$

$$\nu_2 \equiv \nu_2(x_2^0) = \int_{b_2}^{x_2^0} [q_2^1(\xi) + f_2^1(\xi)] (\xi - b_2)^{p_2^1(b_2+0)-1} \exp[w_{p_2^1, b_2}^{1, +}(\xi)] d\xi ,$$

$$\eta_i \equiv \eta_i(x_i^0) = - \int_{x_i^0}^{b_{i+1}} [q_i^2(\xi) + f_i^2(\xi)] (b_{i+1} - \xi)^{-p_i^2(b_{i+1}-0)-1} \exp[w_{p_i^2, b_{i+1}}^{1, -}(\xi)] d\xi - \text{известные числа.}$$

Случай 1¹. Здесь мы конкретизируем суждения, проведённые в случае 1 и результаты, полученные там при $n = 2$. Из систем (21) неизвестные C_{ij}^2 выразим при помощи неизвестных $C_{ij}^1, i = 1, 2, j = 0, 1$ так:

$$\left\{ C_{i0}^2 = \frac{d_i}{e_i} [C_{i0}^1 + (k_i + r_i) C_{i1}^1] + A_i, C_{i1}^2 = -\frac{d_i}{e_i} C_{i1}^1 + \bar{A}_i, \quad i=1,2. \right. \quad (22)$$

где $A_i = \frac{d_i}{e_i} (\mu_i + r_i v_i) - r_i \eta_i - \lambda_i$, $\bar{A}_i = \eta_i - \frac{d_i}{e_i} v_i$.

Результат подставляем в систему (19), которая в случае $n=2$ имеет вид

$$b_{k0} C_{10}^1 + b_{k1} C_{11}^1 + b_{k2} C_{10}^2 - b_{k3} C_{11}^2 + b_{k4} C_{20}^1 + b_{k5} C_{21}^1 + b_{k6} C_{20}^2 - b_{k7} C_{21}^2 + b_{k8} C_{30}^1 + b_{k9} C_{31}^1 = \varepsilon_k, \quad (23)$$

$$k = \overline{1,6}.$$

В полученном результате произведём некоторые элементарные преобразования и приходим к следующей системе относительно неизвестных $C_{i0}^1, C_{i1}^1, i=1,2, C_{30}^1, C_{31}^1$, равносильной (23) вместе с системой (22):

$$m_{k0}^1 C_{10}^1 + m_{k1}^1 C_{11}^1 + n_{k0}^1 C_{20}^1 + n_{k1}^1 C_{21}^1 + b_{k8} C_{30}^1 + b_{k9} C_{31}^1 = l_k^1, \quad k = \overline{1,6}, \quad (24)$$

где $m_{k0}^1 = b_{k0} + b_{k2} \frac{d_1}{e_1}$, $m_{k1}^1 = b_{k1} + \frac{d_1}{e_1} [b_{k2}(k_1 + r_1) + b_{k3}]$, $n_{k0}^1 = b_{k4} + b_{k6} \frac{d_2}{e_2}$,

$$n_{k1}^1 = b_{k5} + \frac{d_2}{e_2} [b_{k6}(k_2 + r_2) + b_{k7}], \quad l_k^1 = \varepsilon_k - b_{k2} A_1 + b_{k3} \bar{A}_1 - b_{k6} A_2 + b_{k7} \bar{A}_2 \quad - \quad \text{известные}$$

вещественные числа. Пусть в условиях (18) ($n=2$) числа b_{kj} и $\varepsilon_k, k = \overline{1,6}, j = \overline{0,9}$ такие, что детерминант

$$\begin{vmatrix} m_{10}^1 & m_{11}^1 & n_{10}^1 & n_{11}^1 & b_{18} & b_{19} \\ m_{20}^1 & m_{21}^1 & n_{20}^1 & n_{21}^1 & b_{28} & b_{29} \\ m_{30}^1 & m_{31}^1 & n_{30}^1 & n_{31}^1 & b_{38} & b_{39} \\ m_{40}^1 & m_{41}^1 & n_{40}^1 & n_{41}^1 & b_{48} & b_{49} \\ m_{50}^1 & m_{51}^1 & n_{50}^1 & n_{51}^1 & b_{58} & b_{59} \\ m_{60}^1 & m_{61}^1 & n_{60}^1 & n_{61}^1 & b_{68} & b_{69} \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} m_{k0}^1 & m_{k1}^1 & n_{k0}^1 & n_{k1}^1 & b_{k8} & b_{k9} \\ k = \overline{1,6} \end{vmatrix} = \Delta_{11}$$

не равен нулю. Тогда единственное решение системы алгебраических уравнений (24) находим формулами

$$C_{i0}^1 = \frac{\Delta_{11}^{i0}}{\Delta_{11}}, \quad C_{i1}^1 = \frac{\Delta_{11}^{i1}}{\Delta_{11}}, \quad i=1,2,3, \quad (25)$$

где Δ_{11}^j - есть детерминант, который получается из основного детерминанта Δ_{11} , если вместо столбца, соответствующего неизвестному $C_{ij}^1, i=1,2,3, j=0,1$, поставить столбец правой части системы (24). Теперь значение неизвестных $C_{ij}^1, i=1,2$ из (25) поставим в соответствующее равенство (22), откуда находим значение неизвестных $C_{ij}^2, i=1,2, j=0,1$ в виде:

$$C_{i0}^2 = \frac{d_i}{e_i} \frac{\Delta_{11}^{i0}}{\Delta_{11}} + (k_i + r_i) \frac{d_i}{e_i} \frac{\Delta_{11}^{i1}}{\Delta_{11}} + A_i, \quad C_{i1}^2 = -\frac{d_i}{e_i} \frac{\Delta_{11}^{i1}}{\Delta_{11}} + \bar{A}_i, \quad i=1,2. \quad (26)$$

Значение произвольных постоянных из равенств (25) и (26), поставив в

представление (16), получим единственное решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям сопряжения (18) при $n = 2$, в виде:

$$y(x) = \begin{cases} I_{b_1}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), \frac{\Delta_{11}^{10}}{\Delta_{11}}, \frac{\Delta_{11}^{11}}{\Delta_{11}}] \text{ при } x \in \Gamma_1^1 \\ K_{b_2}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{11}^{10}}{\Delta_{11}} + (k_1 + r_1) \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{11}^{11}}{\Delta_{11}} + A_1, -\frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{11}^{11}}{\Delta_{11}} + \bar{A}_1] \\ K_{b_2}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), \frac{\Delta_{11}^{20}}{\Delta_{11}}, \frac{\Delta_{11}^{21}}{\Delta_{11}}] \text{ при } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), \frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{11}^{20}}{\Delta_{11}} + (k_2 + r_2) \frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{11}^{21}}{\Delta_{11}} + A_2, -\frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{11}^{21}}{\Delta_{11}} + \bar{A}_2] \\ \text{при } x \in \Gamma_2^2 \\ K_{b_3}^{1, +} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_3^1(x), \frac{\Delta_{11}^{30}}{\Delta_{11}}, \frac{\Delta_{11}^{31}}{\Delta_{11}}] \text{ при } x \in \Gamma_3. \end{cases} \quad (27)$$

Случай 2¹. В этом случае систему (21) запишем в равносильном виде

$$\begin{cases} C_{10}^2 = \frac{d_1}{e_1} C_{10}^1 + \frac{d_1}{e_1} (k_1 + r_1) C_{11}^1 + A_1, C_{11}^2 = -\frac{d_1}{e_1} C_{11}^1 + \bar{A}_1, \\ C_{20}^1 = \frac{e_2}{d_2} C_{20}^2 + \frac{e_2}{d_2} (k_2 + r_2) C_{21}^2 + B_2, C_{21}^1 = -\frac{e_2}{d_2} C_{21}^2 + \bar{B}_2, \end{cases} \quad (28)$$

где $B_i = \frac{e_i}{d_i} (\lambda_i - k_i \eta_i) + k_i \nu_i - \mu_i$, $\bar{B}_i = \frac{e_i}{d_i} \eta_i - \nu_i$. Далее, в системе (23) неизвестные

$C_{10}^2, C_{11}^2, C_{20}^1, C_{21}^1$ заменим их выражениями через неизвестные $C_{10}^1, C_{11}^1, C_{20}^2, C_{21}^2$ из равенств (28). Преобразуя тождественно полученный результат, имеем следующую, обозначенную выше в случае 2 как (1.2) систему алгебраических уравнений для определения неизвестных $C_{1j}^1, C_{2j}^2, C_{3j}^1, j = 0, 1$:

$$m_{k0}^1 C_{10}^1 + m_{k1}^1 C_{11}^1 + n_{k0}^2 C_{20}^2 + n_{k1}^2 C_{21}^2 + b_{k8} C_{30}^1 + b_{k9} C_{31}^1 = l_k^2, \quad k = \overline{1, 6}, \quad (29)$$

где m_{k0}^1, m_{k1}^1 - известные вещественные числа из предыдущего случая 1¹, а

$$n_{k0}^2 = b_{k4} \frac{e_2}{d_2} + b_{k6}, \quad n_{k1}^2 = \frac{e_2}{d_2} [b_{k4} (k_2 + r_2) - b_{k5}] - b_{k7}, \quad l_k^2 = \varepsilon_k - A_1 b_{k2} + b_{k3} \bar{A}_1 - b_{k4} B_2 - b_{k5} \bar{B}_2.$$

Пусть в системе (29) числа $b_{kj}, \varepsilon_k, k = \overline{1, 6}, j = \overline{0, 9}$ такие, что основной

определитель системы (29) $\left| \begin{matrix} m_{k0}^1 & m_{k1}^1 & n_{k0}^2 & n_{k1}^2 & b_{k8} & b_{k9} \\ k = \overline{1, 6} \end{matrix} \right| = \Delta_{12}$ отличен от нуля. Тогда эта

система определённа и её решение выражается формулами

$$C_{1j}^1 = \frac{\Delta_{12}^{1j}}{\Delta_{12}}, C_{2j}^2 = \frac{\Delta_{12}^{2j}}{\Delta_{12}}, C_{3j}^1 = \frac{\Delta_{12}^{3j}}{\Delta_{12}}, j = 0,1. \quad (30)$$

Здесь детерминанты Δ_{12}^{1j} , Δ_{12}^{2j} , Δ_{12}^{3j} $j = 0,1$ находятся из детерминанта Δ_{12} заменой его столбца, соответствующего в системе (29) переменным C_{1j}^1 , C_{2j}^2 , C_{3j}^1 , $j = 0,1$, столбцом правой части этой системы. Теперь, используя значение неизвестных C_{1j}^1 , C_{2j}^2 , $j = 0,1$ из формул (30), по формулам (28) находим значение остальных неизвестных в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{10}^2 &= \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{10}}{\Delta_{12}} + \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{11}}{\Delta_{12}} (k_1 + r_1) + A_1, C_{11}^2 = -\frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{11}}{\Delta_{12}} + \overline{A_1}, \\ C_{20}^1 &= \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{20}}{\Delta_{12}} + \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{21}}{\Delta_{12}} (k_2 + r_2) + B_2, C_{21}^1 = -\frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{21}}{\Delta_{12}} + \overline{B_2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Таким образом, все десять неизвестных, входящих в систему (23), однозначно определены. Подставляя их значение из формул (30) и (31) в представление (16), находим решение единственное задачи 1 при $n = 2$ в следующем виде:

$$y(x) = \begin{cases} I_{b_1}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), \frac{\Delta_{12}^{10}}{\Delta_{12}}, \frac{\Delta_{12}^{11}}{\Delta_{12}}] \text{ при } x \in \Gamma_1^1 \\ K_{b_2}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{10}}{\Delta_{12}} + \frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{11}}{\Delta_{12}} (k_1 + r_1) + A_1, -\frac{d_1}{e_1} \frac{\Delta_{12}^{11}}{\Delta_{12}} + \overline{A_1}] \\ \text{при } x \in \Gamma_1^2 \\ K_{b_2}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{20}}{\Delta_{12}} + \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{21}}{\Delta_{12}} (k_2 + r_2) + B_2, -\frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{12}^{21}}{\Delta_{12}} + \overline{B_2}] \text{ при } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), \frac{\Delta_{12}^{20}}{\Delta_{12}}, \frac{\Delta_{12}^{21}}{\Delta_{12}}] \text{ при } x \in \Gamma_2^2 \\ K_{b_3}^{1, +} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_3^1(x), \frac{\Delta_{12}^{30}}{\Delta_{12}}, \frac{\Delta_{12}^{31}}{\Delta_{12}}] \text{ при } x \in \Gamma_3. \end{cases} \quad (32)$$

Случай 3¹. Здесь в случае $n = 2$ конкретизируем суждения, проведённые выше в случае 3, и приводим окончательные результаты. Для этого систему (21) записываем в следующем, разрешённом относительно переменных C_{1j}^1 , C_{2j}^2 , $j = 0,1$ виде

$$\begin{cases} C_{10}^1 = \frac{e_1}{d_1} C_{10}^2 + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) C_{11}^2 + B_1, C_{11}^1 = -\frac{e_1}{d_1} C_{11}^2 + \overline{B_1} \\ C_{20}^2 = \frac{d_2}{e_2} C_{20}^1 + \frac{d_2}{e_2} (k_2 + r_2) C_{21}^1 + A_2, C_{21}^2 = -\frac{d_2}{e_2} C_{21}^1 + \overline{A_2} \end{cases} \quad (33)$$

и их значение из этих равенств подставим в систему (23). Тогда после некоторых упрощений приходим к следующей системе алгебраических уравнений относительно переменных C_{1j}^2 , C_{2j}^1 , C_{3j}^1 , $j = 0,1$:

$$m_{k0}^2 C_{k0}^2 + m_{k1}^2 C_{k1}^2 + n_{k0}^1 C_{k0}^1 + n_{k1}^1 C_{k1}^1 + b_{k8} C_{k0}^1 + b_{k9} C_{k1}^1 = l_k^3, k = \overline{1,6}, \quad (34)$$

где $m_{k0}^2 = b_{k0} \frac{e_1}{d_1} + b_{k2}$, $m_{k1}^2 = \frac{e_1}{d_1} [b_{k0}(k_1 + r_1) - b_{k1}] - b_{k3}$, n_{k0}^1 , n_{k1}^1 - известные числа, введенные в случае 1¹, а $l_k^3 = \varepsilon_k - b_{k0} \overline{B_1} - b_{k1} \overline{B_1} - b_{k6} \overline{A_2} + b_{k7} \overline{A_2}$.

Пусть в условиях (18) ($n=2$) числа b_{kj} , ε_k , $k = \overline{1,6}$, $j = \overline{0,9}$ такие, что основной

детерминант системы (34) $\left| \begin{matrix} m_{k0}^2 & m_{k1}^2 & n_{k0}^1 & n_{k1}^1 & b_{k8} & b_{k9} \\ k = \overline{1,6} \end{matrix} \right| = \Delta_{21}$ не равен нулю. Тогда ее

единственное решение даётся формулами

$$C_{1j}^2 = \frac{\Delta_{21}^{1j}}{\Delta_{21}}, C_{2j}^1 = \frac{\Delta_{21}^{2j}}{\Delta_{21}}, C_{3j}^1 = \frac{\Delta_{21}^{3j}}{\Delta_{21}}, j = \overline{0,1}, \quad (35)$$

где определители Δ_{21}^{1j} , Δ_{21}^{2j} , Δ_{21}^{3j} находятся из определителя Δ_{21} заменой его столбца, относящегося в системе (34), соответственно, неизвестным C_{1j}^2 , C_{2j}^1 , C_{3j}^1 , $j = \overline{0,1}$, столбцом правой части этой системы. Теперь подставляя найденное значение C_{1j}^2 , C_{2j}^1 , $j = \overline{0,1}$ из равенств (35) в равенства (33), для нахождения значения неизвестных C_{1j}^1 , C_{2j}^2 , $j = \overline{0,1}$ имеем следующие равенства:

$$\begin{aligned} C_{10}^1 &= \frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{21}^{10}}{\Delta_{21}} + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) \frac{\Delta_{21}^{11}}{\Delta_{21}} + B_1, C_{11}^1 = -\frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{21}^{11}}{\Delta_{21}} + \overline{B_1}, \\ C_{20}^2 &= \frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{21}^{20}}{\Delta_{21}} + \frac{d_2}{e_2} (k_2 + r_2) \frac{\Delta_{21}^{21}}{\Delta_{21}} + A_2, C_{21}^2 = -\frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{21}^{21}}{\Delta_{21}} + \overline{A_2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Таким образом, все десять неизвестных входящих в систему (23) определены однозначно по формулам (35) и (36), подставляя значение которых в формулу общего решения (16) уравнения (1) получим единственное решение задачи 1 ($n=2$) в виде:

$$y(x) = \begin{cases} I_{b_1}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), \frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{21}^{10}}{\Delta_{21}} + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) \frac{\Delta_{21}^{11}}{\Delta_{21}} + B_1, -\frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{21}^{11}}{\Delta_{21}} + \overline{B_1}] \text{ при } x \in \Gamma_1^1 \\ K_{b_2}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), \frac{\Delta_{21}^{10}}{\Delta_{21}}, \frac{\Delta_{21}^{11}}{\Delta_{21}}] \text{ при } x \in \Gamma_1^2 \\ K_{b_2}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), \frac{\Delta_{21}^{20}}{\Delta_{21}}, \frac{\Delta_{21}^{21}}{\Delta_{21}}] \text{ при } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), \frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{21}^{20}}{\Delta_{21}} + \frac{d_2}{e_2} (k_2 + r_2) \frac{\Delta_{21}^{21}}{\Delta_{21}} + A_2, -\frac{d_2}{e_2} \frac{\Delta_{21}^{21}}{\Delta_{21}} + \overline{A_2}] \\ \text{при } x \in \Gamma_2^2 \\ K_{b_3}^{1, +} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_{23}^1(x), \frac{\Delta_{21}^{30}}{\Delta_{21}}, \frac{\Delta_{21}^{31}}{\Delta_{21}}] \text{ при } x \in \Gamma_3. \end{cases} \quad (37)$$

Случай 4¹. Здесь, при $n=2$ приведём конкретные результаты по рассуждениям, проведённым выше в случае 4. Для этого систему (21) перепишем в виде

$$\begin{cases} C_{10}^1 = \frac{e_1}{d_1} C_{10}^2 + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) C_{11}^2 + B_1, & C_{11}^1 = -\frac{e_1}{d_1} C_{11}^2 + \overline{B_1} \\ C_{20}^1 = \frac{e_2}{d_2} C_{20}^2 + \frac{e_2}{d_2} (k_2 + r_2) C_{21}^2 + B_2, & C_{21}^1 = -\frac{e_2}{d_2} C_{21}^2 + \overline{B_2}, \end{cases} \quad (38)$$

Используя равенства (38), подобно выше рассмотренным случаям, систему (23) преобразуем, тогда для нахождения неизвестных $C_{1j}^2, C_{2j}^2, C_{3j}^1, j = 0,1$ получим систему

$$m_{k0}^2 C_{10}^2 + m_{k1}^2 C_{11}^2 + n_{k0}^2 C_{20}^2 + n_{k1}^2 C_{21}^2 + b_{k8} C_{30}^1 + b_{k9} C_{31}^1 = l_k^4, \quad k = \overline{1,6}, \quad (39)$$

где m_{k0}^2, m_{k1}^2 и n_{k0}^2, n_{k1}^2 известные числа, введённые выше, соответственно в

случаях 3^1 и 2^1 , а $l_k^4 = \varepsilon_k - B_1 b_{k0} - \overline{B_1} b_{k1} - b_{k4} B_2 - b_{k5} \overline{B_2}$.

Допустим, что основной детерминант системы (39) $\left| \begin{matrix} m_{k0}^2 & m_{k1}^2 & n_{k0}^2 & n_{k1}^2 & b_{k8} & b_{k9} \\ k = \overline{1,6} \end{matrix} \right| = \Delta_{22}$

отличен от нуля. Тогда система имеет единственное решение, записываемое в виде

$$C_{1j}^2 = \frac{\Delta_{22}^{1j}}{\Delta_{22}}, \quad C_{2j}^2 = \frac{\Delta_{22}^{2j}}{\Delta_{22}}, \quad C_{3j}^1 = \frac{\Delta_{22}^{3j}}{\Delta_{22}}, \quad j = 0,1, \quad (40)$$

где определители $\Delta_{22}^{1j}, \Delta_{22}^{2j}, \Delta_{22}^{3j}$ находятся из определителя Δ_{22} путем замены его столбцов, соответствующих в системе (39) неизвестным $C_{1j}^2, C_{2j}^2, C_{3j}^1, j = 0,1$, столбцом правой части этой системы. Известное значение переменных $C_{1j}^2, C_{2j}^2, j = 0,1$ из равенств (40) подставим в равенства (38) и, находим неизвестные $C_{1j}^1, C_{2j}^1, j = 0,1$ следующим образом:

$$\begin{cases} C_{10}^1 = \frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{22}^{10}}{\Delta_{22}} + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) \frac{\Delta_{22}^{11}}{\Delta_{22}} + B_1, & C_{11}^1 = -\frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{22}^{11}}{\Delta_{22}} + \overline{B_1} \\ C_{20}^1 = \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{22}^{20}}{\Delta_{22}} + \frac{e_2}{d_2} (k_2 + r_2) \frac{\Delta_{22}^{21}}{\Delta_{22}} + B_2, & C_{21}^1 = -\frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{22}^{21}}{\Delta_{22}} + \overline{B_2}, \end{cases} \quad (41)$$

Значение неизвестных из формул (40) и (41), подставляя в формулу (16) общего решения уравнения (1), находим решение задачи линейного сопряжения в виде

$$y(x) = \begin{cases} I_{b_1}^{\alpha_1, +} [p_1^1(x), q_1^1(x), f_1^1(x), \frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{22}^{10}}{\Delta_{22}} + \frac{e_1}{d_1} (k_1 + r_1) \frac{\Delta_{22}^{11}}{\Delta_{22}} + B_1, -\frac{e_1}{d_1} \frac{\Delta_{22}^{11}}{\Delta_{22}} + \overline{B_1}] \text{ при } x \in \Gamma_1^1 \\ K_{b_2}^{1, -} [p_1^2(x), q_1^2(x), f_1^2(x), \frac{\Delta_{22}^{10}}{\Delta_{22}}, \frac{\Delta_{22}^{11}}{\Delta_{22}}] \text{ при } x \in \Gamma_1^2 \\ K_{b_2}^{1, +} [p_2^1(x), q_2^1(x), f_2^1(x), \frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{22}^{20}}{\Delta_{22}} + \frac{e_2}{d_2} (k_2 + r_2) \frac{\Delta_{22}^{21}}{\Delta_{22}} + B_2, -\frac{e_2}{d_2} \frac{\Delta_{22}^{21}}{\Delta_{22}} + \overline{B_2}] \text{ при } x \in \Gamma_2^1 \\ K_{b_3}^{1, -} [p_2^2(x), q_2^2(x), f_2^2(x), \frac{\Delta_{22}^{20}}{\Delta_{22}}, \frac{\Delta_{22}^{21}}{\Delta_{22}}] \text{ при } x \in \Gamma_2^2 \\ K_{b_3}^{1, +} [p_3^1(x), q_3^1(x), f_3^1(x), \frac{\Delta_{22}^{30}}{\Delta_{22}}, \frac{\Delta_{22}^{31}}{\Delta_{22}}] \text{ при } x \in \Gamma_3. \end{cases} \quad (42)$$

Таким образом, получим следующее утверждение:

Теорема 3. Пусть в уравнении (1) $n = 2$ и выполняются условия

теоремы 1. В условиях сопряжения (18) числа b_{kj} , ε_k , $k = \overline{1,6}$, $j = \overline{0,9}$ такие, что детерминант $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{21}$ или Δ_{22} не равен нулю. Тогда, задача типа линейного сопряжения 1 имеет единственное решение, которое выражается, соответственно, формулой (27), (32), (37) и (42).

ЛИТЕРАТУРА

1. Rajabov N. Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients. - Dushanbe: TSNU, 1998. - 160pp.
2. Кадиров Г.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с одной внутренней сверхсингулярной точкой / Г.М. Кадиров, Н. Раджабов // Материалы международной научной конференции «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения», посвящённой 100 - летию со дня рождения академика И.Н. Векуа. - Новосибирск, 2007. - С. 171-172.
3. Раджабов Н. Интегральные представления и задачи типа линейного сопряжения для модельной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с одной внутренней сверхсингулярной точкой/ / Н.Раджабов, О.И. Меликов // Вестник Таджикского Государственного Национального Университета. – Душанбе, 2008, №1(48). - С. 19 - 31.
4. Архипов В.П. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с вырождающимся коэффициентом при старшей производной/ В.П.Архипов // Дифференциальные уравнения. - 2011. - Т. 47. - №10. - С. 1383 - 1393.
5. Дадоджонова М.Ё. Интегральное представление решений и задача типа линейного сопряжения для одного уравнения, полученного итерированием обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с внутренней сингулярной точкой/ М.Ё.Дадоджонова, А.Г.Олимов // Вестник педагогического университета. Издание Таджикского государственного педагогического университета им. Садриддина Айни. - Душанбе. - 2014. - №5(60). - С. 23-28.
6. Олимов А.Г. Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка общего вида с сингулярной точкой/ А.Г.Олимов, М.Я.Дадоджанова // Учёные записки Худжандского государственного университета имени академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки.- Худжанд: Нури маърифат. - 2016. - №3(38).- С.24-31.
7. Гришанин Г.Э. Об особенности задачи Коши для дифференциального уравнения Эйлера второго порядка в сингулярной точке/ Г.Э. Гришанин , Э.М Мухамадиев, А.Н.Наимов // В сборнике: Вузовская наука - региону. Материалы XV Всероссийской научной конференции с международным участием. - 2017.- С. 62 - 72.
8. Олими А.Г. Представление общего решения в интегральном виде и задачи типов Коши и линейного сопряжения для линейного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка со сверхсингулярной точкой/ А.Г. Олими// Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. - Душанбе: Сино. - 2021. - №1. - С.60 - 77.
9. Rajabov N. Higher order ordinary differential equation with super-singular points / N.Rajabov// Partial Differential and Integral Equations. – London: Kluwer Academic Publishers. - 1999. - Pp. 347-357.
10. Раджабов Н. Задачи типов линейного сопряжения для линейного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с тремя внутренними сингулярными точками/ Н.Раджабов, Е.Шишкина// Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и её приложения». - Худжанд, 2003. - С. 119 - 122.
11. Раджабов Н. К теории одного класса немодельного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка с двумя граничными сингулярными точками / Н. Раджабов, С.К. Зарипов // Известия АН Республики Таджикистан. - 2010.- №2 (139). - С. 7 - 17.
12. Михайлов Л.Г. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с двумя сингулярными точками/ Л.Г.Михайлов, Х.С. Хидиров // Доклады АН Республики Таджикистан. - 2009. -Т. 52. - №7. - С.507 - 512.
13. Хидиров Х.С. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с тремя сингулярными точками/Х.С. Хидиров// Доклады АН Республики Таджикистан. - 2010. - Т. 53. - №1.- С. 20 – 24.
14. Кигурадзе И.Т. Двухточечные краевые задачи для существенно сингулярных линейных дифференциальных уравнений второго порядка/ И.Т.Кигурадзе//Дифференциальные уравнения. - 2019. - Т.55. - №5. - С.607 - 624
15. Олими А.Г. Представление общего решения в интегральном виде и граничные задачи для одного обыкновенного операторно - дифференциального уравнения с тремя слабо сингулярными точками/ А.Г.Олими, Н.К.Охунов // Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино. – 2022. - №3.- С.141-159.

16. Олими А.Г. Задача типа линейного сопряжения для операторно - дифференциального уравнения с двумя граничными и одной внутренней сингулярными точками/ А.Г.Олими, Н.К.Охунов// Учёные записки Худжандского государственного университета им. академика Б.Г.Гафурова. Естественные и экономические науки. -Худжанд: Нури маърифат, 2022 (63). – С. 12 - 20.

17. Раджабов Н.Р. Представление общего решения в интегральном виде и задачи Коши-Рикье для обыкновенного дифференциального уравнения специального типа с тремя сингулярными точками/ Н.Р.Раджабов, А.Г.Олими, Н.К.Охунов // Вестник Таджикского Национального Университета. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино. – 2023. - №1.- С.69-81.

18. Олими А.Г. Интегральное представление общего решения и граничные задачи для обыкновенного дифференциального уравнения специального типа с тремя слабо-сингулярными точками/ А.Г.Олими, Н.К.Охунов// Уфимская осенняя математическая школа: Материалы международной научной конференции. Том 1. - Уфа: Аэтерна, 2021. – С. 205 - 207.

REFERENCES

1. Rajabov N. Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients. - Dushanbe: TSNU, 1998. - 160pp.

2. Kadirov G.M. Ordinary differential equations of the second order with one internal super singular point / G.M. Kadirov, N. Rajabov // Proceedings of the international scientific conference "Differential equations, theory of functions and applications" dedicated to the 100-th anniversary of the birth of Academician I.N. Vekua. – Novosibirsk, 2007. – Pp. 171-172.

3. Rajabov N. Integral representations and linear conjugation type problems for a model system of linear ordinary differential equations of the first order with one internal supersingular point/ N.Rajabov, O.I. Melikov // Bulletin of the

Tajik State National University. – Dushanbe. - 2008. - No.1(48). - Pp. 19-31.

4. Arkhipov V.P. Linear differential equations of the second order with a degenerate coefficient at the highest derivative/ V.P.Arkhipov // Differential equations. - 2011. - Vol. 47. - No. 10. - Pp. 1383 - 1393.

5. Dadojonova M.E. Integral representation of solutions and a linear conjugation type problem for one equation obtained by iterating an ordinary first-order differential operator with an internal singular point/ M.E.Dadojonova, A.G.Olimov //Bulletin of the Pedagogical University. Publication of the Tajik State Pedagogical University named after Sadridin Aini. - Dushanbe. - 2014. - No.5(60). - Pp. 23 - 28.

6. Olimov A.G. Linear ordinary differential equation of the second order of a general form with a singular point/ A.G.Olimov, M.Ya. Dadodzhanova // Scientific notes of the Khujand State University named after academician B. Gafurov. Series: Natural and Economic Sciences-Khujand: Nuri marifat. - 2016. - No.3(38).- Pp.24-31.

7. Grishanin G.E. On the features of the Cauchy problem for the second-order Euler differential equation at a singular point/ G.E. Grishanin , E.M. Mukhamadiev, A.N.Naimov // In the collection: University Science to the Region. Materials of the XV-th All-Russian Scientific Conference with international participation. - 2017. – Pp. 62 - 72.

8. Olimi A.G. Representation of the general solution in integral form and problems of Cauchy types and linear conjugation for a linear ordinary differential equation of the third order with a supersingular point/ A.G. Olimi// Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. - Dushanbe: Sino. - 2021. - No. 1. – Pp.60 - 77.

9. Rajabov N. Higher order ordinary differential equation with super-singular points/ N.Rajabov// Partial Differential and Integral Equations. – London: Kluwer Academic Publishers. - 1999. - Pp. 347 - 357.

10. Rajabov N. Linear conjugation type problems for linear ordinary differential equations of first order with three internal singular point/ N. Rajabov, E. Shishkina // Materials of the international scientific conference "Actual problems of mathematics and its applications". - Khujand, 2003. - Pp. 119 - 122.

11. Rajabov N. To the theory of one class of a non-model linear ordinary differential equation of the n-th order with two boundary singular points / N. Rajabov, S.K. Zaripov // News of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2010.- №2 (139). – Pp. 7 - 17.

12. Mikhailov L.G. Linear systems of ordinary differential equations with two singular points/ L.G.Mikhailov, H.S. Khidirov // Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2009. -Vol. 52. - No. 7. – Pp. 507 - 512.

13. Khidirov H.S. Linear systems of ordinary differential equations with three singular points/ H.S. Khidirov// Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. - 2010. - Vol. 53. - No. 1. – Pp. 20 - 24.

14. Kiguradze I.T. Two-point boundary value problems for essentially singular linear differential equations of the second order/ I.T.Kiguradze//Differential Equations. - 2019. - Vol.55. - No. 5. – Pp. 607 - 624.

15. Olimi A.G. Representation of the general solution in integral form and boundary value problems for one ordinary operator-differential equation with three weakly singular points/ A.G.Olimi, N.K.Okhunov // Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – Dushanbe: Sino. – 2022. - No. 3. – Pp.141 - 159.

16. Olimi A.G. The problem of the type of linear conjugation for an operator-differential equation with two boundary and one internal singular points/ A.G.Olimi, N.K.Okhunov // Scientific notes of Khujand State University named after academician B.G.Gafurov. Natural and economic sciences.- Khujand: Nuri marifat. - 2022(63). - Pp. 12 - 20.

17. Rajabov N.R. Representation of the general solution in integral form and the Cauchy-Riquier problem for an ordinary differential equation of a special type with three singular points/ N.R. Rajabov, A.G.Olimi, N.K.Okhunov // Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences. – Dushanbe: Sino. – 2023. - No. 1. – Pp.69 - 81.

18. Olimi A.G. Integral representation of a general solution and boundary value problems for an ordinary differential equation of a special type with three weakly singular points/ A.G. Olimi, N.K.Okhunov// Ufa Autumn Mathematical school: Materials of an international scientific conference. Volume 1. - Ufa: Aeterna, 2021. – Pp. 205 - 207.

ТАСВИРИ ИНТЕГРАЛИИ ҲАЛЛИ УМУМӢ ВА МАСЪАЛАИ ХАТӢ - ҲАМРОҶШАВӢ БАРОИ МУОДИЛАИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДӢ БО НУҚТАИ ЧАПИ САРҲАДИИ СИНГУЛЯРНОКИИ ПАСТ ВА ДУ НУҚТАҶОИ ДОХИЛИИ СИНГУЛЯРӢ

Дар ин кор муодилаи дар натиҷаи n - маротиба итеронидани оператори дифференсиалии одии тартиби якум бо нуқтаи сарҳадии дорои сингулярнокии паст ва ду нуқтаи дохилии сингулярӣ ҳосилшуда омӯхта шудааст. Тасвири интегралӣ ҳалли умумӣ муодила ёфта шудааст, ки аз n доимиҳои ихтиёрӣ вобаста мебошад. Нишон дода шудааст, ки тасвири ҳосилшударо вобаста ба ҷойгиршавии доимиҳои ихтиёрӣ дар чор намуди баробарқувва дида баромадан мумкин аст. Баробарҳои характеристикӣ ёфта шудаанд, ки барои тасвир формулаҳои баргардонӣ мебошанд. Рафтори ҳалҳо дар атрофи нуқтаҳои махсус омӯхта шудааст. Исбот карда шудааст, ки ҳалҳои муодила ва дараҷаҳои оператори $A_{\alpha_1,1,1,(b)}$ аз онҳо дар атрофи нуқтаи дорои сингулярнокии паст маҳдуд ҳастанд, дар атрофи нуқтаҳои сингулярӣ бошад, рафтори онҳо аз аломати қиматҳои худудии коэффитсиенти $p(x)$ дар ин нуқтаҳо вобаста буда, ҳамаи онҳо ба беохир ё нол майл мекунанд. Бо ёрии тасвири ҳосилкардашуда гузориши дурусти масъалаи хатӣ - ҳамроҳшавии ҳалҳо дар нуқтаҳои махсус муайян карда шудааст. Масъала дар чор ҳолати имконпазир тадқиқ гардидааст. Дар ҳамаи ин ҳолатҳо шартҳои кофӣ мавҷудият ва ягонагии ҳал ёфта, имконияти дар намуди ошкор тасвир кардани ҳал исбот гардида, дар аснои $n = 2$ будан формулаи ошкорои ҳал ҳосил карда шудааст.

Калидвожаҳо: муодилаи дифференсиалии одии намуди махсус, нуқтаи дорои сингулярнокии паст, нуқтаи сингулярӣ, формулаи тасвири ҳалли умумӣ, формулаҳои баргардонӣ, рафтори ҳалҳо дар атрофи нуқтаҳои махсус, масъалаи намуди хатӣ - ҳамроҳшавӣ.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ И ЗАДАЧА ТИПА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ТИПА С ЛЕВОЙ ГРАНИЧНОЙ СЛАБОСИНГУЛЯРНОЙ И ДВУМЯ ВНУТРЕННИМИ СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ

В работе изучается уравнение, полученное n -кратной итерацией обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с граничной слабо сингулярной и двумя внутренними сингулярными точками. Получено интегральное представление общего решения уравнения, зависящее от n произвольных постоянных. Показано, что представление, в зависимости от расположения произвольных постоянных, можно рассмотреть в четырёх равносильных формах. Установлены характеристические равенства, которые служат формулами обращения представления. Изучено поведение решений в окрестности особых точек. Доказано, что в окрестности слабо сингулярной точки все решения, а также степени оператора $A_{\alpha_1,1,1,(b)}$ от них ограничены, а в окрестности сингулярных точек их поведение зависит от знака предельных значений коэффициента $p(x)$ в этих точках и все они стремятся к бесконечности или нулю. С помощью полученного представления общего решения выяснена правильная постановка задачи линейного сопряжения решений в особых точках. Задача исследована в четырёх возможных

случаях. Во всех этих случаях, в общем случае, выявлено достаточное условие существования и единственности решения, доказана возможность нахождения его явного представления, а в случае $n = 2$ получена явная формула для решения задачи.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение специального типа, слабо сингулярная точка, сингулярная точка, формула представления общего решения, формулы обращения, поведение решений в окрестности особых точек, задача типа линейного - сопряжения.

INTEGRAL REPRESENTATION OF A GENERAL SOLUTION AND A LINEAR CONJUGATION TYPE PROBLEM FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION OF A SPECIAL TYPE WITH A LEFT BOUNDARY WEAKLY SINGULAR AND TWO INNER SINGULAR POINTS

In this paper we study the equation obtained by an n -fold iteration of an ordinary first-order differential operator with a weakly singular boundary and two inner singular points. An integral representation of the general solution of the equation depending on n arbitrary constants is obtained. It is shown that the representation depending on the location of arbitrary constants, can be considered in four equivalent forms. Characteristic equalities which serve as formulas for the reversal of the representation are established. The behavior of solutions in the vicinity of singular points is studied. It is proved that in the vicinity of a weakly singular point all solutions, as well as the degrees of the operator $A_{\alpha_1, 1, 1, (b)}$ from them, are bounded, and in the vicinity of singular points their behavior depends on the sign of the limiting values of the coefficient $p(x)$ at these points and they all tend to infinity or zero. With the help of the obtained representation of the general solution, the correct formulation of the problem of linear conjugation of solutions at singular points is clarified. The problem is investigated in four possible cases. In all these cases, in the general case, a sufficient condition for the existence and uniqueness of the solution is revealed, a possibility of finding its explicit representation is proved, and in the case $n = 2$ an explicit formula for solving the problem is obtained.

Keywords: ordinary differential equation of special type, weakly singular point, singular point, general solution representation formula, inversion formulas, behavior of solutions in the vicinity of singular points, linear-conjugation type problem.

Маълумот дар бораи муаллифон: Олими Абдуманон Гафорзода - Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б. Гафуров, номзади илмҳои физика-математика, дотсенти кафедраи анализи математикӣ ба номи профессор А. Мухсинов. **Суроға:** 735700, ш. Хучанд, Ҷумҳурии Тоҷикистон, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **Телефон:** +99292 6235074. **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru,

Охунов Нозимҷон Қобилович - Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б. Гафуров, унвонҷӯй, сармуаллими кафедраи анализи математикӣ ба номи профессор А. Мухсинов. **Суроға:** 735700, ш. Хучанд, Ҷумҳурии Тоҷикистон, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **Телефон:** +992928500453. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

Сведения об авторах: Олими Абдуманон Гафорзода - Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа имени профессора А.Мухсинова. **Адрес:** 735700, г. Худжанд, Республика Таджикистан, проезд Мавлонбекова 1. **Телефон:** +992926235074. **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru.

Охунов Нозимҷон Қобилович - Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова, соискатель, старший преподаватель кафедры математического анализа имени профессора А.Мухсинова. **Адрес:** 735700, г. Худжанд, Республика Таджикистан, проезд Мавлонбекова 1. **Телефон:** +992928500453. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

Information about the authors: Olimi Abdumanon Gaforzoda – Khujand State University named after academician B.G.Gafurov, candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the mathematical analysis Department named after Professor A. Muksinov. **Address:** 735700, Khujand, Tajikistan, Mavlonbekov's passage 1. **Phone:** +99292 6235074. **E-mail:** Abdumanon1950@mail.ru.

Okhunov Nozimjon Kobilovich - Khujand State University named after academician B.G.Gafurov, applicant, Senior lecturer of the mathematical analysis Department named after Professor A. Muksinov. **Address:** 735700, Khujand, Tajikistan, Mavlonbekov's passage 1. **Phone:** +992928500453. **E-mail:** okhunov_73@mail.ru.

UDC: 004.414.23

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PROPERTY ASSET THRESHOLD MODEL WITH THE POVERTY LINE MODEL

Pejman Jafari

Tajik National University

Background Research. The initial idea on asset threshold started from connecting 2 points in 2D geometric space. If we connect these two points, we get a line. This line can be used in various sciences. In geography as a border, in transportation as a traffic privacy, in engineering as a part of a map.... In this article, this line is known as the poverty line traditionally. This article intends to criticize the poverty line as an old belief or knowledge. The “poverty line” was then defined in strictly economic terms, independent of social aspects. Measurability and quantification were crucial for the success of this approach.

A poverty line helps focus the attention of governments and civil society on the living conditions of the poor. In practice, there is typically not one monetary poverty line but many, reflecting the fact that poverty lines serve two distinct roles. One role is to determine what the minimum level of living is before a person is no longer deemed to be "poor". The other role is to make interpersonal comparisons; poverty lines for families of different sizes and compositions, living in different places, or for different dates, tell us what expenditures are needed in each set of circumstances to ensure that the minimum level of living needed to escape poverty is reached [1, p.10]. *Poverty line has the monetary cost to a given person, at a given place and time, of a reference level of welfare. People who do not attain that level of welfare are deemed poor, and those who do are not* [1, p.14].

The easiest characterization is by means of current income y_c . A threshold value y_p^ is defined, which is called the poverty line, and an individual is identified as poor if his current income $y_c < y_p^*$.* One of the drawbacks of this method is that we know of cases where people have sufficient income but are nevertheless restricted to such an extent that they do not feel well-off at all. It may be that such people have bad health, suffer from a lack of democratic freedom, or that their income can only be earned by making extremely long working weeks [2, p.1].

In the past, many methods have been developed with a view to constructing a poverty line in terms of income. Those methods may be divided into two groups: *the absolute measurement methods and the relative measurement methods.* In the first category, *the poverty lines are determined regardless of the general welfare level and the welfare distribution in the society concerned.* In the second category, *poverty is seen as a purely relative phenomenon. People are considered poor if their financial conditions are below the average level of wealth in society.* Thus, according to these methods, poverty is considered as a phenomenon of inequality. In the absolute approach it is possible that nobody is poor in a specific society according to the absolute definition. In the relative approach there will always be an 'underclass', the members of which are poor by definition.

Rowntree (1901) suggested adding the costs of other indispensable needs to survive to the minimum cost diet such as clothes and housing. If these other costs are represented by oc_0 , the poverty line is simply,

$$y_\delta = c_0 + oc_0$$

The general principle $y_\delta = c_0 + oc_0 = \delta$ now results in the choice of a linear function $U(y) = y$, and δ is chosen to be $c_0 + oc_0$. This poverty line is obviously absolute; the elasticity of this line with respect to median income is zero. The percentage of poor in the population, given this poverty line definition (which we will denote by z_1 , hereafter) is,

$$\Pi_1 = \int_{-\infty}^{\ln z_1} dF(\ln y; \mu_y, \sigma_y)$$

As an illustration we consider the situation where incomes are log normally distributed, so that,

$$F(\ln y; \mu_y, \sigma_y) = N(\ln y; \mu_y, \sigma_y)$$

We now have,

$$\Pi_1 = N\left(\frac{\ln z - \mu_y}{\sigma_y}; 0, 1\right) = N\left(\frac{\ln(c_0 + oc_0) - \mu_y}{\sigma_y}; 0, 1\right)$$

It is seen that this percentage decreases if μ_y increases; it also holds that for $\ln(c_0 + oc_0) < \mu_y$ the poverty percentage decreases if income inequality decreases [11, pp. 3-4].

Orshansky's (1965) proposed to multiply the poverty line based on the above mentioned food parcel with the reciprocal of the average Engel coefficient *i.e.* the reciprocal of the average food-income ratio (c/y) [2, p.2].

$$(1) \quad \ln c = a_0 + a_1 \ln y$$

The average food-income ratio (c/y), used to transform expenditures on food into a poverty line, is chosen to be the geometric average in the population, that is,

$$(2) \quad \begin{aligned} \left(\frac{c}{y}\right) &= \exp E_y \left(\ln \frac{c}{y} \right) \\ &= \exp E_y (\ln c - \ln y) \\ &= \exp E (a_0 + (a_1 - 1) \ln y) \\ &= \exp \int_{-\infty}^{+\infty} (a_0 + (a_1 - 1) \ln y) dF(\ln y; \mu_y, \sigma_y) \\ &= \exp(a_0 + (a_1 - 1)\mu_y) \end{aligned}$$

Where $E_y(\mathbf{0})$ stands for the mathematical expectation with expectation with respect to y . The poverty line corresponding to a specific food basket c_0 is now found to be,

$$(3) \quad y_\delta = c_0 \left[\left(\frac{c}{y}\right) \right]^{-1} = c_0 \exp(-a_0 + (1 - a_1) \mu_y)$$

This poverty line may be seen to result from the general principle with,

$$U(y) = y \text{ and } \delta = c_0 \left[\left(\frac{c}{y}\right) \right]^{-1}$$

It appears that the resulting poverty line depends on mean log-income in society. The elasticity of this poverty line with respect to median income, $\exp(\mu_y)$, equals $(1 - a_1)$. The percentage of poor in the population, given this poverty line definition denoted by z_2 is,

$$\Pi_2 = \int_{-\infty}^{\ln z_2} dF(\ln y, \mu_y, \sigma_y)$$

If another indicator of the average food-income ratio is used, (2) will become slightly more complicated. For any specific functional form of the income distribution, however, the poverty line may again be derived [11, p. 4].

An example of a relative poverty concept (e.g. Townsend (1974)) is the definition of a certain fixed percentile; say 25%, of the income distribution as the poverty borderline. But the problem then is that 'the poor are always with us [2, p.2].

Watts considers poverty to be "a property of the individual's situation, rather than a characteristic of the individual or of his pattern of behavior". The less command one has over resources, the less welfare one enjoys; that is, the poorer one is. *Poverty is then defined as a situation where command over resources falls below a certain level, the poverty line* [6, p.321].

The assessment of a poverty line involves some kind of political decision, for, from the perspective of social policy, the poverty line represents a criterion by which it can be decided which citizens need special benefits from the government to supplement their own incomes. Atkinson's defined people are poor when they are eligible for supplementary benefits from the government. This approach seems to involve no measurement problems whatever. The amount of interpersonal welfare comparison is almost maximal [7].

The other approach is to inquire what a "representative citizen" considers to be the minimum level of command over resources. Here the analyses by Kilpatrick [8] and Rainwater [9] are of interest. They analyze a number of Gallup polls in which respondents were asked "What is the smallest amount of money a family of four (husband, wife, and two children) needs each week to get along in this community?" The average of the answers to this question can be viewed as the respondents' perception of what the level of the poverty line should be [10, p.5].

As a welfare measure, Van Praag used the so-called individual welfare; he introduced function of income and elaborated upon by. This function describes the welfare evaluation of income levels by an individual and is measured by questionnaire as follow:

Table. 1- income-evaluation question
Таблица 1- вопрос об оценке дохода
Чадвал. 1-савол оид ба арзёбиш даромад

Excellent	If it were above		
Gppd	If it were above	and
AmPLY sufficient	If it were above	and
Sufficient	If it were above	and
Barely sufficient	If it were above	and
Insufficient	If it were above	and
Very insufficient	If it were above	and
Bad	If it were above	and
Very bad	If it were above		

An alternative poverty line definition has been introduced by Goedhart, Halberstadt, Kapteyn and Van Praag [12]. That poverty line has been called Leyden Poverty Line (LPL) after its place of origination. This definition, elaborated upon in e.g. Van Praag, Goedhart and Kapteyn [13] and Van Praag, Hagenaars and Van Weeren [14] is based on the relationship $U(y)$ between welfare U and income y , as derived from a specific set of attitude questions in a survey. In a similar way as before the poverty line y_δ is specified as the income level y_δ , for which holds $U(y_\delta) = \delta$. The cardinal utility function chosen in that context is the individual Welfare Function of Income (WFI), introduced by Van Praag [15] and elaborated upon in e.g. Kapteyn [16], Van Praag [17], Kapteyn and Wansbeek [18], Van Praag and Spit [19]. In Van Praag [20] a theoretical framework has been developed suggesting that the WFI can be approximately described by a lognormal distribution function [11, p.7],

$$(4) \quad U(y) = \Lambda(y; \mu, \sigma) = N(\ln y; \mu, \sigma;)$$

Where, $\Lambda(0; \mu, \sigma)$ and $N(0; \mu, \sigma)$ are the lognormal and normal distribution function, respectively. For each individual the location and shape of this function, determined by its parameters μ and σ^2 is estimated from the following composite survey question, called the Income Evaluation Question (IEQ):

- About £ Very bad
- About £ Bad
- About £ Insufficient
- About £ Sufficient
- About £ Good
- About £ Very god

On the assumption that people try to maximize the information given by their responses to the stimuli, offered by the verbal qualifications "very bad", "bad," etc. up to "very good," the answers are set equal to the means of equal quintiles of the finite interval [0, 1]. This method is comparable to the procedure used by Jasso and Rossi (1977) in a similar context [11, p. 4].

Criteria of Model. As a form, suppose that poverty does not have a linear form and each class of poverty has a limitation we call threshold. In the middle of figure find asset threshold, poverty threshold, relative poverty threshold, absolute poverty threshold and valley of poverty downward (figure 1).

Poverty in its essence has parts that must be separated. Poverty should classify in terms of basic needs, income and poverty (wealth), medical needs (health), education, social needs (family formation). This classification needs to attention as follow,

Basic needs: It includes all the basic vital needs of life such as the needs of food, clothing, and safe drinking water.

Income and asset (wealth): Wealth is seen as a collection of income and assets, not just income in one period. Income includes fixed income and all types of hidden income such as bank interest, investment interest, dividends, etc. Assets include all movable properties, future claims and future ownership.

Medical needs (health): Health needs include quick access to a variety of medical treatment and health equipments for a healthier life.

Education: Education includes individual status in terms of illiteracy, low literacy, middle school, higher education, access to World Wide Web, and possibility to study.

Social needs (family formation): It includes social acceptance, possibility of forming family, participating in member groups and following desired social groups and feeling safe and secure.

So,

“A person is poor if he fined a rank of one criterion (hidden poverty) or total criterions (General Poverty) less than asset threshold”.

You may assess the model for one, more or all criterions by following impact factors.

Table 1: Poverty criterion

Index	Basic needs (α_1)	Income / asset (α_2)	Medical needs (α_3)	Education (α_4)	Social needs (α_5)
Criterion	Food (x_1)	Income (x_1)	Medical center (x_1)	Illiterate (x_1)	Marriage (x_1)
	Water (x_2)	Asset (x_2)	Medicine (x_2)	Literate (x_2)	Children (x_2)
	Clothing (x_3)	-	-	Secondary Edu. (x_3)	-
	-	-	-	Higher Edu. (x_4)	-
Impact factor	$\lambda \forall x_{i=1, \dots, 3}$	$\lambda \forall x_{i=1, 2}$	$\lambda \forall x_{i=1, 2}$	$\lambda \forall x_{i=1, \dots, 4}$	$\lambda \forall x_{i=1, 2}$

In regards of mentioned basics, poverty as an adjective belongs a person who his rank is less than Asset threshold generally. The following situations are considered at the threshold of poverty.

$$1- \prod_{i=1}^4 \lambda x_i \leq \mu \forall \alpha_{j=1, \dots, 5} = \text{Poverty in all areas}$$

Where, λ = impact factor of criterion,

x = rank of criterion $i = 1, 5$

μ = asset threshold.

$$2- \prod_{i=1}^4 \lambda x_i \leq \mu_1 (\alpha_{j=1, \dots, 5}) = \text{poverty in one criterion (hidden poverty)}$$

Person may have a rank less than Asset threshold in the one or more criterion. So, person is poor (Hidden poverty) in that criterion.

$$3- \prod_{i=1}^4 \lambda x_{1, \dots, 4} \leq \mu_1 (\alpha_1) = \text{poverty, relative poverty, absolute poverty}$$

On the other, person may find a rank less than Asset threshold. These gaps make a situation which called poverty, relative poverty or absolute poverty.

Comparison of two models. According to the mentioned ambiguities, in this article, the following recommendations are proposed for draw a schematic model.

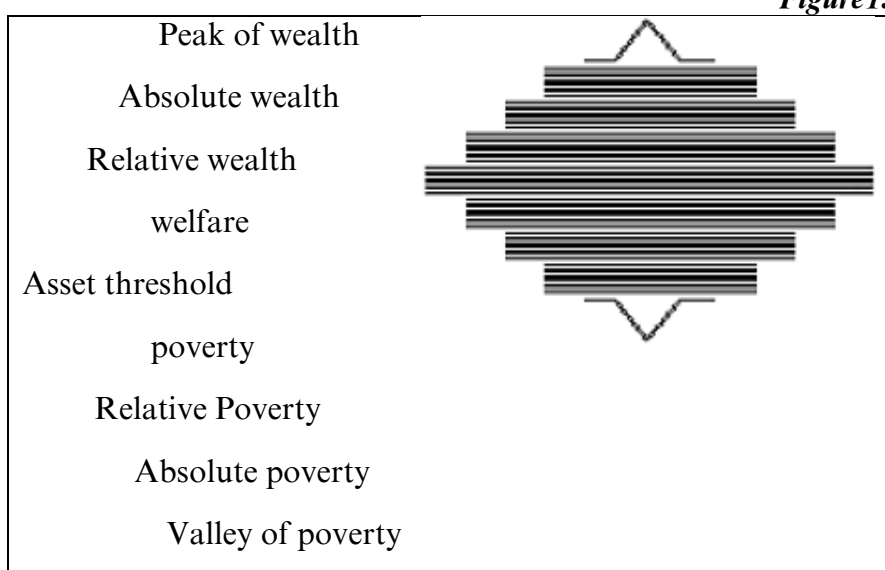
- From now on, the term **Asset Threshold** (AT) is used instead of the poverty line. Because the poverty lines no designed as an indicator for summation up income and assets.

-Asset Threshold is a **fuzzy logic band** where assets gradually gain or lose. The Asset threshold is not an absolute number that moves from poverty to wealth or vice versa with one more/less unit. The central point of this band is theoretically considered the neutral point of the asset.

-The Asset threshold surveys individual, not household, although the results can be generalized to the family with the help of technical coefficients.

- According to Figure S1, the model is divided into four parts on both sides of the asset threshold.
- Asset threshold situated in the core of model. In this area, the acquisition of wealth or the loss of wealth begins. That is, over time, the movement towards minimum welfare or minimum poverty begins.
- As the process continues, the movement towards relative wealth or relative poverty begins. In this region, the situation of property and individual income has improved or become more critical than in the past.
- People gradually move to the area of absolute poverty, if the same process continues over time and with regard to gaining more wealth or losing it,
- In the strains of absolute wealth and absolute poverty, the two terms peak of wealth and valley of poverty have been added to the model to limit the amount. These two areas of the model have the characteristic of strong adhesion. In these parts, wealth has an endogenous birth and poverty also destroys assets and money.

Figure1. Main model



The obvious feature of the model is the lack of precise lines to separate the parts of the model. Each region defined as a band. Each band includes both the section and the input and output boundaries of that section. Since the exact boundaries have been lost in separating the parts of the property threshold model, the fuzzy logic technique is used to calculate the threshold of each part.

For the global use of the asset threshold model, according to the divisions of countries in terms of development, population, wealth, technology, etc., adjustment coefficients can be used to equalize the results.

For more understanding Asset threshold model, the following definitions are provided.

Peack of Wealth is a rank more than absolute wealth with hyper adhesion. There is lack of entropy.

Absolute Wealth is a rank more than relative wealth threshold.

Relative Wealth is a rank more wealth threshold in classification.

Welfare is a rank more than asset threshold.

Asset threshold is core of model where person begin to find or lose incomes and assets.

Poverty is a rank less than asset threshold.

Relative poverty is a rank under poverty threshold in classification.

Absolute poverty is a rank less than relative poverty threshold.

Valley Poverty is a rank less than absolute poverty with hyper adhesion. There is full of entropy.

It is better to get acquainted with another meaning of research literature.














Hidden Poverty is a rank less than asset threshold just in one criterion.

Hidden Income is any income other than the main income such as bank deposit, dividends, inheritance, etc.

Hidden asset includes any type of property outside of government and registration documents.

In order to know more about the asset threshold model, a comparison table of the model with the traditional model is presented.

Figure2. Comparison of Models

Asset threshold model		
Peak of wealth		
Absolute wealth		
Relative wealth		
At least welfare		
Asset threshold		
At least poverty		
Relative poverty		
Absolute poverty		
Valley of poverty		
Traditional model		
	Absolute wealth	
	Relative wealth	
	At least welfare	
Poverty line		
	At least poverty	
	Relative poverty	
	Absolute poverty	

Simple asset threshold model measurement

-Poverty indicates the difference of wealth [income (net) + types of assets] with the cost of each period, not just the comparison of income (net) with the costs of the same period.

-The poverty refers to a person whose maximum income + property/properties do not meet the minimum needs of subsistence, education, treatment, etc.

$$Poverty = Max. \left(\sum_{i=1}^n I_i + \sum_{j=1}^m A_j \right) \leq Min. \left(\sum_{k=1}^l C_k \right)$$

Where:

I = Income / All kinds of income,

A = Asset / All kinds of assets,

C = Cost / All cost of subsistence, education, treatment, etc.

-Earning net income and property as well as loss of property and decrease in income also starts from the core of the asset threshold.

-Total income is equal to income (net) + other incomes [bank deposit + investment interest + government subsistence allowances + hidden incomes (inheritance, bank loan ...) and ...] are the bases of income,

$$\text{Total } \textit{Income} = I_{\text{net}} + I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

- Total cost is equal to costs are summarized to the minimum living costs, education, and treatment.

$$\text{Total } \textit{Cost} = C_L + C_E + C_T$$

-Wealth has a closed range due to the limitation of resources and absolute poverty, and it is not possible to imagine a positive or negative tendency towards infinity.

- The asset threshold classification for every section defined as a band not geometric line. The suitable mathematical model for determining the asset threshold is the fuzzy logic method. It is better to use multi-criteria linear techniques to calculate the technical coefficients of the model.

Conclusion. Research has shown that there are various different foundations for calculating the poverty line. These foundations have different definitions and methods of measurement in different countries. In addition to the poverty line being considered only as a boundary for separating poverty from wealth, it should be acknowledged that in different computational methods. The poverty line lacks the necessary attention to both tangible and intangible assets. Therefore, the first problem with the poverty line is the lack of consideration for individuals' assets. Furthermore, the poverty line cannot be a geometric boundary that separates poverty and wealth stages, as poverty and wealth gradually change over time.

Therefore, this line should be considered as a band (threshold). The center of this band is the peak of the band's property. As wealth and assets are gained and lost over time, the two edges of this band will move towards poverty or wealth.

Due to the negative connotation and the author's perspective, the poverty line is referred to as the asset threshold. Additionally, a general agreement should be considered regarding the measurement input. The inputs presented in this article have provided measurements for the asset threshold. Since each input has its own asset band for measurement. The final answer for measuring the asset band will be a model that combines the measurements of each input.

The author of the article recommends using the fuzzy logic model to measure bandwidth assets. Multiple-criteria decision-making methods can be used to determine the technical coefficients of the model.

The next article will study and research about fuzzy logic modeling and its methods.

Literature

1. Ravallion, M. Poverty lines in Theory and Practice, Living Standards Measurement Study\ M Ravallion\ (LSMS) No. 133, (1998), World Bank (Washington D.C.), ISBN: 0-8213-4226-6, ISSN: 0253-4517.
2. Robert, J., ET, Al, Subjective Poverty Line Definitions, DE ECONOMIST 139, NR.\ J., Robert\ 3, (1991), pp. 311-330.
3. Rowntree, B.S., Poverty, a Study of Town Life, \ B.S.,Rowntree\ London, (1901).
4. Orshansky, M. Counting the Poor, Another Look at the Poverty Profile, Social Security Bulletin, \ M. Orshansky\ No. 28, (1965), pp. 3-29.
5. Townsend, P., 'Poverty as Relative Deprivation: Resources and Style of Living,' in: D. Wedderburn (ed.), \ P., Townsend\ Poverty, Inequality and Class Structure, London, (1974).

6. Watts, H.W., an Economic Definition of Poverty, In Daniel P. Moynihan, On Understanding Poverty, New York: Basic Books, (1968).
7. Atkinson, A. B., Poverty in Britain and the Reform of Social Security, Cambridge, England \ A. B., Atkinson \ Cambridge University Press, (1969).
8. Kilpatrick, R. W., The Income Elasticity of the Poverty Line, Review of Economics and Statistics, \ R. W., Kilpatrick \ No. 55, (1973), pp. 327-32.
9. Rainwater, L., What Money Buys: Inequality and the Social Meanings of Income. \ L., Rainwater \ New York: Basic Books, (1974).
10. Goedhart, T., ET. Al, the Poverty Line: Concept and Measurement, the Journal of Human Resources, \ T., ET. Al, \ Goedhart, Vol. 12, No. 4. (1977), pp. 503-520.
11. Aldi J.M., ET. Al, a Synthesis of Poverty Line Definitions, Leyden University, \ J.M., ET.AL \ Center for Research in Public Economics, (1982).
12. Goedhart, Th., ET. Al, the Poverty Line: Concept and Measurement, *Journal of Human Resources*, \ Th., ET.AL Goedhart \ Vol. 12, (1977), pp. 503-520.
13. Kapteyn, A., ET. Al, Family Composition and Family Welfare, in: Simon, J. and J. DaVanzo (eds), Research in Population Economics, 11, JAI-Press, Greenwich, \ A., ET.AL \ (1980), pp. 77-97.
14. Van Praag, B.M.S., a Comparison of Objective and Subjective Measures of Poverty, published in G. Sarpellon \ B.M.S., Van Praag \ (1982-1984).
15. Van Praag, B.M.S., Individual Welfare Functions and Consumer Behavior, North-Holland Publishing \ B.M.S., Van Praag., \ Company, Amsterdam, (1968).
16. Van Praag, B.M.S. The Welfare of Income in Belgium: An Empirical Investigation European Economic Review, \ B.M.S. Van Praag \ Vol. 2, (1971), pp. 337-369.
17. Kapteyn, A., a Theory of Preference Formation, Ph.D. thesis, Leyden University, A., Kapteyn \ (1977).
18. Van Praag, B.M.S., Reflections on the Theory of Individual Welfare Functions, published in the Proceedings of the American Statistical Association, Detroit, \ B.M.S. Van Praag \ 1981.
19. Kapteyn, A., ET. Al, the Individual Welfare Function: Measurement, Explanation and Policy Applications, Statistical Studies, \ A., ET. Al, Kapteyn \ Vol. 32, (1982), Staatsuitgeverij, The Hague.
20. Van Praag, B.M.S., a Comparison Between the Food Ratio Poverty Line and the Leyden Poverty Line, The Review of Economics and Statistics, \ B.M. S., Van Praag \ Vol. 64, (1982), pp. 69 1-694.
21. Van Praag, B.M.S., Individual Welfare Functions and Consumer Behavior, North-Holland \ B.M.S. Van Praag \ Publishing Company, Amsterdam, (1968).
22. Jasso, G., Et Al, Distributive Justice and Earned Income, American Sociological Review, \ G., Et Al, Jasso \ vol. 42, (1977), pp. 639-651.

ТАҲЛИЛИ МУҚОИСАВИИ МОДЕЛИ ҲАДДИ МОЛИКИЯТ БО ХАТТИ КАМБИЗОАТӢ

Таҳқиқотҳо нишон доданд, ки барои ҳисоб кардани хатти камбизоатӣ якҷанд асос вучуд дорад. Ин асосҳо дар ҳар кишвар таъриф ва усулҳои андозагирии гуногун доранд. Илова бар ин, бояд эътироф кард, ки хатти камбизоатӣ танҳо ҳамчун сарҳади ҷудоқунандаи камбизоатӣ ва сарват ҳисобида мешавад ва усулҳои гуногуни ҳисоббарорӣ ба назар гирифта намешаванд: 1) таваҷҷуҳи зарурӣ ба дороиҳои моддӣ ва ғайримоддӣ; 2) хатти камбизоатӣ наметавонад сарҳади геометрӣ бошад, ки марҳилаҳои камбизоатӣ ва сарватро ҷудо кунад. Ин хат бояд ҳамчун диапазон ҳисоб карда шавад. Аз сабаби мафҳуми манфии худ ва нуқтаи назари муаллиф, хатти камбизоатӣ ҳадди дороиҳо номида мешавад. Муаллифи мақола тавсия медиҳад, ки модели мантиқи номуайяно барои чен кардани доираи дороиҳо истифода барад. Барои муайян кардани коэффисиентҳои техникӣ модел усулҳои қабули қарори бисёркритериявӣ метавонанд истифода шаванд.

Калидожаҳо: камбизоатӣ, камбизоатии нисбӣ, камбизоатии мутлақ, хатти камбизоатӣ, андозагирии камбизоатӣ, модели мантиқи номуайян, усулҳои бисёркритерӣ, нобаробарии иқтисодӣ, нишондиҳандаҳои камбизоатӣ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПОРОГА ИМУЩЕСТВА С МОДЕЛИ ЧЕРТОЙ БЕДНОСТИ

Исследования показали, что существует несколько различных оснований для расчета черты бедности. Эти основания имеют разные определения и методы измерения в разных странах. Кроме того, следует признать, что черту бедности рассматривают только как границу, разделяющую бедность и богатство, и в разных вычислительных методах не учитываются: 1) необходимое внимание как к материальным, так и к нематериальным активам; 2) черта бедности не может быть геометрической границей, разделяющей стадии бедности и богатства, эту черту следует рассматривать как диапазон (порог). Из-за негативной коннотации и авторской перспективы, черта бедности называется порогом имущества. Автор статьи рекомендует использовать модель

нечеткой логики для измерения диапазона активов. Методы многокритериального принятия решений могут использоваться для определения технических коэффициентов модели.

Ключевые слова: бедность, относительная бедность, абсолютная бедность, черта бедности, измерение бедности, нечеткая логическая модель, мультикритериальные методы, экономическое неравенство, индикаторы бедности

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PROPERTY ASSET THRESHOLD MODEL WITH THE POVERTY LINE MODEL

Research has shown that there are various different foundations for calculating the poverty line. These foundations have different definitions and methods of measurement in different countries. In addition to the poverty line being considered only as a boundary for separating poverty from wealth, it should be acknowledged that in different computational methods. The poverty line lacks 1- the necessary attention to both tangible and intangible assets. 2-the poverty line cannot be a geometric boundary that separates poverty and wealth stages, this line should be considered as a band (threshold). Due to the negative connotation and the author's perspective, the poverty line is referred to as the asset threshold. The author of the article recommends using the fuzzy logic model to measure bandwidth assets. Multiple-criteria decision-making methods can be used to determine the technical coefficients of the model.

Key words: poverty, relative poverty, absolute poverty, poverty line, poverty measurement, fuzzy logic model, multi-criteria methods, economic inequality, indicators of poverty

Маълумот дар бораи муаллиф: Пежмон Джафари - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, докторант. **Сурога:** 734025, ш. Душанбе, Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)001016655. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com.

Сведения об авторе: Пежман Джафари-Таджикский национальный университет, докторант. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992)001016655. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com.

Information about the author: Pejman Jafari – Tajik National University, post doctoral. **Address:** 734025, Dushanbe, Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **Phone:** (+992)001016655. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com.

УДК: 519.31

МОДЕЛСОЗЌИ ВА ҲИСОББАРОРИҲОИ АДАДИИ ТАҒЙИРЁБИИ ҲАРОРАТИ ХОК

Садуллоев Р.И., Насруллоев Қ.Н.

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Маълум аст, ки ҳосилнокии хок бо равандҳои физикӣ, химикӣ, биологӣ ва дигар равандҳои дар хок ҷоришаванда муайян карда мешавад. Суръати ҷоришавии ин равандҳо, асосан, аз намӣ ва ҳарорати хок вобаста буда, қимати оптималии онҳо барои сабзиши растанӣ шароити муътадилро фароҳам меоварад. Бинобар ин, речаи ҳарорати хок якҷоя бо речаи намии хок барои сабзиши растанӣ мавқеи муҳим дорад. Тағйирёбии ҳарорати хок ба суръати равандҳои химиявии дар хок ҷоришаванда ва фаъолияти микроорганизмҳои хок таъсир расонида, ҳамзамон, ба сабзиши решаҳои растанӣ таъсири калон мерасонад. Аз ин лиҳоз, амсиласозии речаи ҳарорати хок яке аз қисмҳои асосии амсиласозии раванди сабзиш ва ҳосилнокии растанӣ мебошад. Амсилаи речаи намии хок дар мақолаи [1] сохта, таҳқиқ карда шудааст. Амсилаи фотосинтези растанӣ ва сабзиши узвҳои он бошад, дар қори [2] баррасӣ шудааст.

Дар қори мазкур амсилаи математикии тағйирёбии ҳарорати хок сохта шудааст. Барои тавсифи ин раванд муодилаи хаттии гармигузаронии

$$G(x) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Q(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad x \in [0; 1], \quad t \in [0; t_k] \quad (1)$$

бо шартҳои аввалаи

$$T(x, 0) = \varphi(x) \quad (2)$$

ва шартҳои канории

$$Q(x) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = f(t), \quad (3)$$

$$T(1, t) = g(t) \quad (4)$$

истифода шудааст, ки дар ин ҷо $T=T(x, t)$ – ҳарорати хок дар лаҳзаи вақти t , дар нуқтаи x мебошад. Вақти ба охир расонидани ҳисобкунӣ бо t_k ишора шудааст. Функсияҳои $G(x)$ ва $Q(x)$ хосиятҳои физикии гарминигӯдорӣ ва гармигузаронии хокро тавсиф мекунанд. Маълум аст, ки $Q(x)$ – гармигузаронии хок ин қобилияти хок барои гузаронидани миқдори гармӣ дар як сония, аз масоҳати як сантиметри квадратӣ, аз қабати як сантиметраи хок мебошад. Инчунин, $G(x)$ – гарминоғдорӣи хок ин қобилияти ниғӯдорӣи миқдори гармӣ, ки барои гарм кардани як грамм хоки хушк, то як градус селсия сарф мешавад. Дар ҳолати умумӣ ин функсияҳо аз омилҳои бисёр вобаста мебошанд. Масалан, онҳо аз таркиби химиявӣ ва механикии хок, намии хок, миқдори ҳаво дар хок, зичи ва ҳарорати хок вобаста мебошанд [3,4,6].

Таҳқиқотҳои таҷрибавӣ нишон медиҳанд, ки гармигузаронии хок бо зиёд шудани намии хок афзуда, қимати максималии худро дар ҳолати зиёд будани намии хок соҳиб мешавад. Дар ҳолати хусусӣ, алоқаи байни гармигузаронӣ ва намии хокро бо вобастагии квадратии зерин хуб аппроксиматсия кардан мумкин аст [7]:

$$Q(w) = G(w)(\lambda_1(w - \lambda_4)^2 + \lambda_2\rho + \lambda_3),$$

ки дар ин ҷо w -намии хок, ρ -зичии хок буда, коэффитсиентҳои $\lambda_i (i = 1, 4)$ барои баъзе намудҳои хок, масалан дар [6] оварда шудаанд.

Дар амсилаи сохташуда бошад, ин функсияҳо танҳо аз тағйирёбандаи координатии x вобаста мебошанд. Албатта барои намудҳои гуногуни хок

қиматҳои ин функцияҳо хеле фарқ мекунад. Азбаски ҳокҳои Тоҷикистон асосан хокиранг(серозем) мебошанд, пас дар амсилаи сохташуда қиматҳои ин функцияҳо аз натиҷаҳои таҷрибаҳои дар чунин намуди ҳок гузаронидашуда истифода шудааст. Натиҷаҳои чунин таҷрибаҳо дар кори [6] оварда шудаанд. Ин натиҷаҳо ва дигар маълумотҳои аз адабиётҳо датсрасшударо истифода бурда, барои гарминигордорӣ ва гармигузаронии ҳокҳои хокиранг қиматҳои дар ҷадвали 1 овардашуда ҳосил карда шудааст.

Ҷадвали 1. Қиматҳои таҷрибавии гарминигордорӣ ва гармигузаронии ҳокҳои хокиранг мувофиқи [6]

Таблица 1. Экспериментальные значения теплоемкости и теплопроводности сероземных почв по работе [6]

Table 1. Experimental values of a thermal capacity and heat conductivity soils on work [6]

Чуқурии ҳок (см.)	Гарминигордорӣ, (10^6 Дж/м ³ К)	Гармигузаронӣ, (Вт/м К)
10	1,00	0,22
30	1,63	0,52
50	2,26	0,60
100	3,00	1,00

Дар асоси ҷадвали овардашуда, усули квадратҳои хурдтаринро истифода бурда [15], формулаҳои вобастагӣҳои хаттии гарминигордорӣ ва гармигузаронӣ аз чуқурии ҳок ҳосил карда шудаанд. Коэффитсиентҳои ин вобастагӣҳо бо формулаҳои зерин ҳисоб карда шудаанд:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (5)$$

Барои гарминигордорӣ

$$a = \frac{4 \cdot 4,619 - 1,8 \cdot 7,89}{4 \cdot 1,34 - 3,24} = 2,016; \quad b = \frac{1,34 \cdot 7,89 - 1,8 \cdot 4,619}{4 \cdot 1,34 - 3,24} = 1,0653.$$

Дар натиҷа

$$G(x) = 2,016x + 1,0653. \quad (6)$$

Ҳисобкуниҳои мобайнӣ дар ҷадвали 2 оварда шудаанд.

Ҷадвали 2. Ҳисобкуниҳои мобайнӣ барои муайян кардани коэффитсиентҳои формулаи (6)

Таблица 2. Промежуточные вычисления для нахождения коэффициентов формулы (6)

Table 2. Intermediate calculations for a finding of factors of the formula (6)

i	x_i	G_i	x_i^2	$x_i G_i$
1	0	1,00	0	0
2	0,3	1,63	0,09	0,489
3	0,5	2,26	0,25	1,130
4	1,0	3,00	1,00	3,00
Σ	1,8	7,89	1,34	4,619

$$\text{Барои гармигузаронӣ} \\ a = \frac{4 \cdot 1,456 - 1,8 \cdot 2,34}{4 \cdot 1,34 - 3,24} = 0,7604; \quad b = \frac{1,34 \cdot 2,34 - 1,8 \cdot 1,456}{4 \cdot 1,34 - 3,24} = 0,2428$$

Дар натиҷа

$$Q(x) = 0,7604x + 0,2428. \quad (7)$$

Ҳисобкуниҳои мобайнӣ дар ҷадвали 3 оварда шудаанд.

Ҷадвали 3. Ҳисобкуниҳои мобайнӣ барои муайян кардани коэффитсиентҳои формулаи (7)

Таблица 3. Промежуточные вычисления для нахождения коэффициентов формулы (7)

Table 3. Intermediate calculations for a finding of factors of the formula (7)

i	x_i	Q_i	x_i^2	$x_i Q_i$
1	0	0,22	0	0
2	0,3	0,52	0,09	0,156
3	0,5	0,60	0,25	0,300
4	1,0	1,00	1,00	1,000
Σ	1,8	2,34	1,34	1,456

Тақсимооти аввалаи ҳарорати қабатҳои хок бо функсияи зерин дода мешавад:

$$\varphi(x) = Kx + M,$$

ки дар ин ҷо K, M – ададҳои доимӣ мебошанд.

Табиист, ки дар қабати болоии хок шартҳои канорӣ бояд бо чунин вобастагӣ навишта шавад, ки «дӯхтани» ҳалли масъаларо дар хок ва дар ҳавои назди замин таъмин намояд. Дурусттараш бояд ба сифати чунин вобастагӣ шартҳои мувозинати гармӣ дар сатҳи хок (шартҳои канорӣ чинси сеюм) истифода шавад. Дар ин ҳолат гармиивазкунӣ дар сатҳи хок мувофиқи қонуни Нютон гузаронида мешавад [11], яъне

$$Q(x) \frac{\partial T}{\partial x} + k(T(0, t) - f_1(t)) = q(x, t),$$

ки дар ин ҷо $f_1(t)$ – ҳарорати ҳаво дар лаҳзаи вақти t , k - коэффитсиенти гармиивазкунӣ бо муҳити атроф мебошанд. Функсияи $q(x, t)$ сели гармиро ба хок, хароҷоти гармиро ба кӯчониши турбулентӣ ба атмосфера, ба бухоршавӣ ва ғайраҳо ифода мекунад.

Дар модели мазкур $q(x, t) = 0$ ҳисобидашуда, тарафи рости баробарии (3) дар намуди зерин муайян карда шудааст:

$$f(t) = k(T(0, t) - f_1(t)), \quad (8)$$

Барои муайян кардани функсияи $f_1(t)$, дар асоси маълумотҳои Маркази обу ҳавосанҷии Ҷумҳурии Тоҷикистон, ҷадвали қиматҳои миёнаи ҳарорати ҳар даҳрӯза, аз моҳи март то август соли 2020, тартиб дода шудааст.

Ҷадвали 4. Қиматҳои миёнаи ҳарорати ҳар даҳрӯза, аз моҳи март то августи соли 2020

Таблица 4. Среднедекадные значения температуры воздуха с марта по август, 2020 года

Table 4. Middle ten-day period values of temperature of air from march till august, 2020

моҳҳо	март	апрел	май	июн	июл	август
-------	------	-------	-----	-----	-----	--------

даҳо	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
кӯшиши ҳарорат	7, 9	11, 3	13, 6	1, 2, 5	1, 5, 8	1, 9, 8	20, 7	19, 9	22, 0	20, 7	24, 0	27, 4	2, 7, 1	2, 8, 9	2, 4, 7	2, 5, 8	2, 5, 4	2, 3, 4

Дар асоси ҷадвали 4, усули квадратҳои хурдтаринро истифода бурда, вобастагии ҳарорати ҳаво аз вақт, дар намуди муодилаи парабола ҳосил карда шудааст. Ҳисобкунии мобайнӣ дар ҷадвали 5 оварда шудаанд. Системаи муодилаҳои нормализиро ҳал карда, коэффитсиентҳои параболаро муайян карда, вобастагии зерини ҳарорати ҳаво аз вақт ҳосил карда шудааст:

$$f_1(t) = -0,0987t^2 + 2,86t + 5,1387 \quad (9)$$

Ҷадвали 5. Ҳисобкунии мобайнӣ барои муайян кардани коэффитсиентҳои формулаи (9)

Таблица 5. Промежуточные вычисления для нахождения коэффициентов формулы (9)

Table 5. Intermediate calculations for a finding of factors of the formula (9)

t_j	y_j	t_j^2	t_j^3	t_j^4	$t_j^2 y_j$	$t_j y_j^2$
1	7,9	1	1	1	7,9	7,9
2	11,3	4	8	16	45,2	22,6
3	13,6	9	27	81	122,4	40,8
4	12,5	16	64	256	200	50
5	15,8	25	125	625	395	79
6	19,8	36	216	1296	712,8	118,8
7	20,7	49	343	2401	1014,3	144,9
8	19,9	64	512	4096	1273,6	159,2
9	22,0	81	729	6561	1782	198
10	20,7	100	1000	10000	2070	207
11	24,0	121	1331	14641	2904	264
12	27,4	144	1728	20736	3945,6	328,8
13	27,1	169	2197	28561	4579,9	352,3
14	28,9	196	2744	38416	5664,4	404,6
15	24,7	225	3375	50625	5557,5	370,5
16	25,8	256	4096	65536	6604,8	412,8

	17	25,4	289	4913	83521	7340,6	431,8
	18	23,4	324	5832	104976	7581,6	421,2
Σ	171	370,9	2109	29241	432345	51801,6	4014,2

Дар чуқурии якметраи хок, шарти канории дигар, бо вобастагии (4) дода мешавад, ки дар ин чо

$$g(t) = Lt + N, \quad (10)$$

ки дар ин чо L, N - ададҳои доимӣ мебошанд.

Дар бисёр ҳолатҳо $g(t) = C$ қабул кардан мумкин аст (C – бузургии доимӣ).

Масъалаи омехтаи (1) – (4) бо усули тӯрӣ [8,10,14] ҳал карда шудааст. Соҳаи муайянии ҳалли он $A = \{x \in [0; 1], t \in [0; t_k]\}$ бо тӯри росткунҷаи параметрҳои $h = 0,1\text{м.}$ ва $\tau = 1$ шабонарӯз иваз карда шудааст. Дар гирехҳои дохилии тӯр муодилаи (1) бо схемаи фарқии зерин аппроксиматсия карда шудааст:

$$\frac{\tau Q_i}{G_i h^2} T_{i-1,j+1} - \frac{G_i \tau h^2 + \tau^2 (Q_{i+1} + Q_i)}{G_i \tau h^2} T_{i,j+1} + \frac{\tau Q_{i+1}}{G_i h^2} T_{i+1,j+1} = -T_{i,j} \quad (11)$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, 9).$$

Дар гирехҳои сарҳадии тӯр қимати ҳарорат бо шарти аввалин

$$T_{i,0} = \varphi(x_i) = Kx_i + M \quad (12)$$

ва шартҳои канории

$$T_{0,j} = \left(\frac{Q(0)}{Q(0)+hk} \right) T_{1,j} + \frac{hk}{Q(0)+hk} f_{1,j} \quad (13)$$

$$T_{10,j} = g(t_j) = N \quad (14)$$

дода мешавад, ки дар ин чо K, M, L ва N – доимиҳо мебошанд.

Схемаи фарқии ҳосилкардашудаи (11) муодилаи (1) – ро нисбат ба τ бо тартиби як ва нисбат ба h бо тартиби ду аппроксиматсия мекунад. Схемаи фарқии ношқори (11) мутлақ устувор мебошад. Бинобар ин дар асоси теоремаи маълуми назарияи схемаҳои фарқӣ [1] тасдиқ кардан мумкин аст, ки ҳалли схемаи фарқии (11) ба ҳалли муодилаи (1) наздикшаванда мебошад.

Ишораҳои зеринро қабул карда,

$$a_i = \frac{\tau Q_i}{G_i h^2}; \quad c_i = \frac{G_i \tau h^2 + \tau^2 (Q_{i+1} + Q_i)}{G_i \tau h^2} = 1 + \frac{\tau (Q_{i+1} + Q_i)}{G_i h^2};$$

$$b_i = \frac{\tau Q_{i+1}}{G_i h^2}; \quad d_i = T_{i,j}, \quad \mu_1 = \frac{Q(0)}{Q(0)+hk}, \quad \mu_2 = 0, \quad \lambda_1 = \frac{hk}{Q(0)+hk} f_{1,j}, \quad \lambda_2 = Lt_j + N$$

схемаи фарқии (11) – ро ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$a_i T_{i-1,j+1} - c_i T_{i,j+1} + b_i T_{i+1,j+1} = -d_i, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 9) \quad (15)$$

$$T_{i,0} = \varphi(x_i), \quad (16)$$

$$T_{0,j} = \mu_1 T_{1,j} + \lambda_1, \quad T_{10,j} = \mu_2 T_{9,j} + \lambda_2 \quad (17)$$

Схемаи фарқии седигоналии (15) - (17) бо усули гузарониши фарқӣ ҳал карда шудааст. Коэффитсиентҳои гузарониширо бо формулаҳои

$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - \alpha_i a_i}; \quad \alpha_1 = \mu_1; \quad \beta_{i+1} = \frac{\alpha_i \beta_i + d_i}{c_i - \alpha_i a_i}; \quad \beta_1 = \lambda_1$$

ҳисоб карда, қимати ҳарорат дар қабати i – юми хок, дар лаҳзаи қайдкардашудаи $j + 1$ – уми вақт бо формулаи

$$T_i = \alpha_{i+1} \cdot T_{i+1} + \beta_{i+1}; \quad i = 9, 8, \dots, 1, 0$$

ҳисоб карда мешавад, ки дар ин ҷо $h = 0,1\text{м}$; $x_i = x_0 + ih$; $x \in [0; 1]$; $\tau = 1$ шабонарӯз; $t_j = t_0 + j\tau$.

Дар расм натиҷаи ҳисобкуниҳо бо шарти аввалии

$$T_{i,0} = -4x_i + 5,1387$$

ва шарҳи канории

$$T_{0,j} = T_{1,j} - \frac{h}{Q(x_i)} \cdot (-0,0987t_j^2 + 2,86t_j + 5,1387)$$

$$T_{n,j} = 4$$

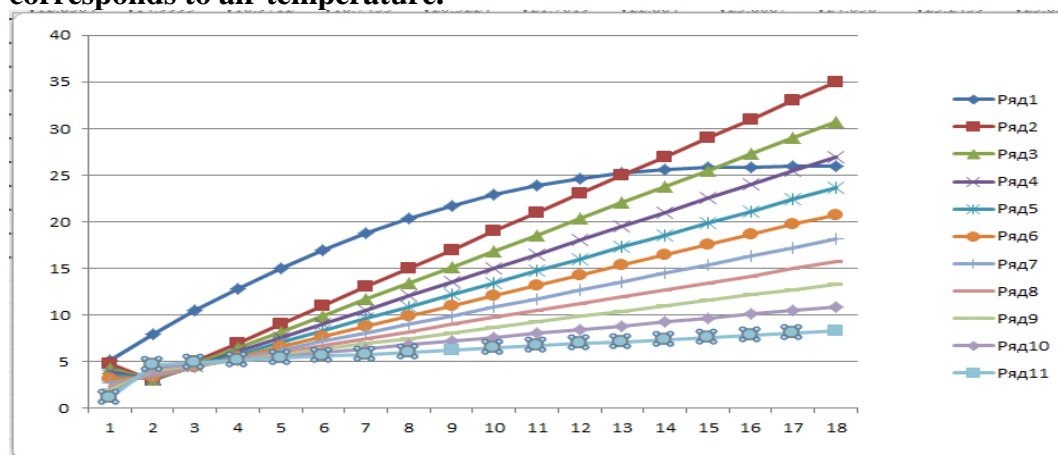
нишон дода шудааст.

Бо амсилаи сохташуда таҷрибаҳои компютерӣ гузаронида шудааст. Нишон дода шудааст, ки амсилаи сохташуда раванди тағйирёбии ҳарорати хокро дуруст инъикос мекунад. Натиҷаҳои ҳисобкунӣ бо компютер дар расм зерин нишон дода шудааст.

Расм. Графики паҳншавии ҳарорат дар қабатҳои хок; “Ряд 1” ба ҳарорати ҳаво мувофиқат мекунад.

Рисунок . График распространение температуры по профилю почвы; Ряд 1 соответствует температуре воздуха.

Figs. The schedule temperature distribution on a soil profile; “Ряд 1” corresponds to air temperature.



АДАБИЁТ

1. Садуллоев, Р.И. Модели математики ҳаракати об дар қабати хок / Р.И. Садуллоев, С.Ф. Ҳақимӣ //: Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2019. – №4. - С. 53 - 59.
2. Садуллоев, Р.И. Модели имитатсионии сабзиши растани / Р.И. Садуллоев //: Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2017. – №2. - С. 17 - 20.
3. Воронин, А.Д. Основы физики почв / А.Д. Воронин // . – М.: МГУ, 1986. – 210 с.
4. Шульгин, А.М. Температурный режим почвы / А.М. Шульгин // . – Л.: ЛГУ, 1957. – 259 с.
5. Рыжова, И.М. Математическое моделирование почвенных процессов / И.М. Рыжова // . – М.: МГУ, 1987. – 86 с.
6. Мазиров, М.А. Изменение теплофизических свойств сероземных почв под влиянием длительного орошения / М.А. Мазиров, С.В. Макарычев //: Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2017. – №1 (147). - С. 37 - 41.
7. Полуэктов, Р.А. Динамические модели агроэкосистемы / Р.А. Полуэктов // . – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 312 с.
8. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский // . – М.: Наука, 1983. – 616 с.
9. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров // . – М.: Наука, 1976. – 198 с.
10. Вазов, В. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных / В. Вазов, Дж. Форсайт // . – М.: ИЛ, 1963. – 456 с.

11. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский // – М.: Наука, 1972. – 325 с.
12. Ладыженская, О. А. Краевые задачи математической физики / О. А. Ладыженская // – М.: Наука, 1973. – 453 с.
13. Рябенский, В. С., Об устойчивости разностных уравнений / В. С. Рябенский, А. Ф. Филиппов // – М.: Гостехиздат, 1956. – 316 с.
14. Демидович, Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова // – М.: Наука, 1966. – 520 с.
15. Садуллоев, Р.И. Асосҳои назарияи эҳтимолият ва омори риёзӣ / Р.И. Садуллоев, Ҳ.Р. Шукуров // – Душанбе: Ирфон, 2009. – 336 с.

REFERENCES

1. Sadulloev, R.I., Hakimiyon S.F. Mathematical model of water movement in the soil cover / R.I. Sadulloev, S.F. Hakimiyon //: Bulletin of the Tajik National University. A series of natural sciences. – 2019. No.4. - PP. 53 - 59.
2. Sadulloev, R.I. Imitation model of plant germination / R.I. Sadulloev //: Bulletin of the Tajik National University. A series of natural sciences. – 2017. No.2. - PP. 17 - 20.
3. Voronin, A.D. Fundamentals of soil physics / A.D. Voronin // – М: MGU, 1986. – 210 p.
4. Shulgin, A.M. Soil temperature regime / A.M. Shulgin // – L.: LGU, 1957. – 259 p.
5. Ryzhova, I. M. Mathematical modeling of soil processes / I. M. Ryzhova // – М.: MGU, 1987. – 86p.
6. Mazirov, M.A. Change of thermophysical properties of gray-earth soils under the influence of long-term irrigation / M.A. Mazirov, S.V. Makarychev. //: Bulletin of the Altai State Agrarian University. – 2017. – No.1 (147). - PP. 37 - 41.
7. Poluektov, R.A. Dynamic models of agroecosystem / R.A. Poluektov // – L.: Hydrometeoizdat, 1991. – 312 p.
8. Samarskiy, A. A. Theory of difference schemes / A. A. Samarskiy // – М.: Nauka, 1983. – 616 p.
9. Vladimirov, V. S. Equations of mathematical physics / V. S. Vladimirov // – М.: Nauka, 1976. – 198 p.
10. Vazov, V. Difference methods for solving partial differential equations / V. Vazov, J. Foresight // – М.: IL, 1963. – 456 p.
11. Tikhonov, A. N. Equations of mathematical physics / A. N. Tikhonov, A. A. Samarskiy // – М.: Nauka, 1972. – 325 p.
12. Ladyzhenskaya, O. A. Boundary value problems of mathematical physics / O. A. Ladyzhenskaya // – М.: Nauka, 1973. – 453 p.
13. Ryabenky, V. S. On the stability of difference equations / V. S. Ryabenky, A. F. Filippov // – М.: Gostekhizdat, 1956. – 316 p.
14. Demidovich, B. P. Numerical methods of analysis / B. P. Demidovich, I. A. Maron, E. Z. Shuvalova // – М.: Nauka, 1966. – 520 p.
15. Sadulloev R.I. Fundamentals of probability theory and mathematical statistics / R.I. Sadulloev, H.R. Shukurov // – Dushanbe: Irfon, 2009. – 336 p.

МОДЕЛСОЗӢ ВА ҲИСОББАРОРИҲОИ АДАДИИ ТАҒЙИРӢБИИ ҲАРОРАТИ ҲОК

Маълум аст, ки ҳосилнокии ҳок ба равандҳои бисёри физикӣ, химикӣ, биологӣ ва ғайра, ки дар ҳок қорӣ мешаванд, вобаста аст. Суръати қоришавии ин равандҳо, асосан, ба намӣ ва ҳарорати ҳок вобаста буда, қимати оптималии онҳо барои сабзиши растани шароити мусоидро фароҳам меоварад. Бинобар ин, мақолаи мазкур ба сохтани модели математикӣ паҳншавии ҳарорат дар ҳок бахшида шудааст. Барои тавсифи ин раванд муодилаи хаттии гармигузаронӣ бо шартҳои аввалаю канорӣ мувофиқ истифода шудааст. Коэффитсиентҳои муодилаи функсияҳои $Q(x)$ – гармигузаронӣ ва $G(x)$ – гармиғунҷоиш мебошанд, ки аз тағйирёбандаи координатӣ вобаста мебошанд. Ин функсияҳо, дар асоси маълумотҳои аз адабиёт дастрасшуда, бо функсияҳои хаттӣ аппроксиматсия карда шудаанд. Инчунин, бо истифодаи методи квадратҳои хурдтарин, вобастагии ҳарорати ҳаво аз вақт, бо функсияи параболӣ аппроксиматсия карда шудааст. Дар модел, дар қабати болоии ҳок, шартҳои канорӣ чинси сеюм дода шудааст. Дар қабати поёнии ҳок бошад, қиматҳои ҳарорат дода шудааст. Модели сохташуда бо схемаи фарқӣ иваз карда шуда, бо методи гузарониши фарқӣ ҳал карда шудааст. Таҷрибаҳои компютерӣ гузаронидашуда нишон медиҳанд, ки модели сохташуда раванди паҳншавии ҳароратро дар ҳок дуруст тавсиф мекунад.

Калидвожаҳо: модел, ҳок, ҳарорат, гармигузаронӣ, гармиғунҷоиш, схемаи фарқӣ, муодилаи дифференциалӣ, шартҳои аввала, шартҳои канорӣ, методи гузарониш.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ИЗМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЧВЫ

Известно, что плодородность почвы зависит от многих физических, химических, биологических и других процессов, протекающих в почве. Интенсивность этих процессов зависят в

основном от температуры и влажности почвы, оптимальное значение которых создают благоприятные условия для продуктивности растений. Исходя из этого, работа посвящена построению математической модели распространения температуры в почве. Для описания этого процесса используется линейное уравнение теплопроводности, с соответствующими начальными и краевыми условиями. Коэффициенты уравнения функции $Q(x)$ – теплопроводности и $G(x)$ – теплоемкости, зависящие от координатной переменной, на основе литературных данных, аппроксимированы линейными функциями. А также методом наименьших квадратов получена параболическая зависимость температуры воздуха от времени. Таким же образом аппроксимирована зависимость температуры верхнего слоя почвы от времени. На верхний слой почвы использовано краевое условие третьего вида. На нижний слой задается значение температуры. В результате аппроксимации построенной математической модели получена разностная схема, которая решается методом прогонки. Проведены компьютерные эксперименты с построенной моделью. Показана, что построенная модель воспроизводит процесс распространения температуры в почве.

Ключевые слова: модель, почва, температура, теплопроводность, теплоемкость, разностная схема, дифференциальное уравнение, начальные условия, краевые условия, метод прогонки.

MODELING AND NUMERICAL CALCULATIONS CHANGE IN SOIL TEMPERATURE

It is known that the fertility of soil depends on many physical, chemical, biological and other processes occurring in the soil. The intensity of these processes depend mainly on the temperature and humidity of the soil, the optimum value of which will create favorable conditions for plant productivity. Proceeding from it, the work is devoted to construction of mathematical model of temperature spreading in soil. Linear heat conduction equation with corresponding initial and boundary conditions is used to describe this process. The coefficients of the equation function $Q(x)$ – thermal conductivity and $G(x)$ – thermal capacity, depending on the coordinate variable, based on the literature data, are approximated by linear functions. A parabolic dependence of air temperature on time was obtained by the method of least squares. The dependence of the temperature of the upper layer of the soil on time was approximated in the same way. The boundary condition of the third type was used for the upper soil layer. For the lower layer the temperature value is set. As a result of approximation of the constructed mathematical model, a difference scheme has been obtained, which is solved by the method of runs. Computer experiments with the constructed model have been conducted. It is shown that the constructed model reproduces the process of temperature spreading in the soil.

Keywords: model, soil, temperature, heat conduction, heat capacity, difference scheme, differential equation, initial conditions, boundary conditions, method of runs.

Маълумот дар бораи муаллиф: *Садуллоев Роҳатулло Изатуллоевич* – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механика, дотсент. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Чумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)981-09-70-33. **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru

Насруллоев Қурбонали Нурмаҳмадович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, факултети механикаю математика, докторанти Ph.D. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Чумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)934-00-99-04, **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru.

Сведение об авторах: *Садуллоев Роҳатулло Изатуллоевич* – Таджикский национальный университет, кафедра вычислительной математики и механики, доцент. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 98-09-70-33. **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru

Насруллоев Қурбонали Нурмаҳмадович – Таджикский национальный университет, кафедра вычислительной математики, докторант Ph.D. **Адрес:** 734025 г. Душанбе Республика Таджикистан, , проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934-00-99-04, **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru.

Information about the authors: *Sadulloev Rokhatullo Izatulloevich* – Tajik National University, Department of Computational Mathematics and Mechanics, Associate Professor. **Address:** 734025, Dushanbe Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 981-09-70-33. **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru.

Nasrulloev Qurbonali Nurmahmadovich – Tajik National University of the Faculty, Department of Computational Mathematics and Mechanics, doctoral.Ph.D **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992)934-00-99-04. **E-mail:** rohatullo1956@mail.ru

FUZZY TOPSIS METHOD AND ITS APPLICATION TO MEASURING LIMITS OF POVERTY THRESHOLD

Pejman Jafari

Tajik National University

Introduction. Fuzzy TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) is a multi-criteria decision-making method that has been widely used in various fields to evaluate and rank alternatives based on their performance against multiple criteria. In recent years, there has been an increasing interest in applying the Fuzzy TOPSIS method to measure the limits of the poverty line, as it provides a valuable tool for assessing and comparing the socio-economic conditions of different regions or populations.

The Fuzzy TOPSIS method, based on alpha level sets, allows decision-makers to handle uncertainty and vagueness in the evaluation process, which is particularly relevant when dealing with complex and ambiguous concepts such as poverty. By incorporating fuzzy logic and linguistic variables, the Fuzzy TOPSIS method enables a more nuanced and comprehensive assessment of poverty limits, taking into account various socio-economic indicators and their relative importance. The most important reasons to use Topsis method;

1. The Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) method is a multi-criteria decision-making technique that is used to determine the best alternative from a set of options. There are several important reasons to use the TOPSIS method, including its ability to provide a systematic and objective approach to decision-making, its ability to handle both quantitative and qualitative criteria, and its ability to consider the relative importance of different criteria.

2. Mathematically, the TOPSIS method is based on the concept of distance from an ideal solution and distance from a worst solution. The ideal solution represents the best possible outcome for each criterion, while the worst solution represents the worst possible outcome. The TOPSIS method then calculates the distance of each alternative from the ideal solution and the worst solution for each criterion.

3. The distance from the ideal solution is calculated using a formula such as the Euclidean distance or the Minkowski distance, while the distance from the worst solution is calculated in a similar manner. These distances are then used to calculate a relative closeness coefficient for each alternative, which represents its overall performance relative to the ideal and worst solutions.

4. By using the TOPSIS method, decision-makers can compare alternatives based on multiple criteria and take into account the relative importance of each criterion. This can help to ensure that decisions are made in a systematic and transparent manner, taking into account all relevant factors.

In summary, the TOPSIS method is an important tool for decision-making because it provides a systematic and objective approach, can handle both quantitative and qualitative criteria, and considers the relative importance of different criteria. Its mathematical basis allows for a rigorous and transparent analysis of alternatives, making it a valuable tool for a wide range of decision-making contexts.

In this context, the application of the Fuzzy TOPSIS method to measure the limits of the poverty line hypothetically, a real example to show Topsis application to ranking process, and offers a promising approach to addressing the complexities and nuances of poverty assessment. By considering multiple criteria such as income, education, healthcare access, and living conditions, the Fuzzy TOPSIS method can provide a more holistic understanding of poverty and facilitate informed decision-making in policy development and resource allocation.

Fussy Topsis Applications. Using library studies, 30 articles in different fields that have used the TOPSIS Fuzzy method from 1996 to 2020 are presented below.

- Chen and Hwang (2000) discuss methods and applications of fuzzy multiple attribute decision making, providing a comprehensive overview of the topic [1].
- Yoon and Hwang (2000) introduce multiple attribute decision making, providing an overview of the topic and its applications [2].
- Wu and Olson (2002) compare three methods for selecting input variables in the analysis of output from a computer code, offering insights into the most effective approach [3].
- Chang (1996) applies the extent analysis method to fuzzy AHP, demonstrating its effectiveness in the selection of advanced materials [4].
- Wang and Elhag (2006) present a fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets, with an application to bridge risk assessment, providing a valuable tool for risk evaluation [5].
- Zadeh (1965) introduces fuzzy sets, laying the groundwork for the field of fuzzy logic and approximate reasoning [6].
- Wang, Luo, and Hua (2009) propose a multi-criteria group decision-making model based on interval-valued intuitionist fuzzy sets, offering a new approach to decision making [7].
- Chen and Hwang (1992) provide an in-depth exploration of fuzzy multiple attribute decision making, offering methods and applications for practical use. [8]
- Zadeh (1975) introduces the concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, laying the groundwork for linguistic variables in decision making [9].
- Zadeh (1975) further explores the concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, expanding on the concept's potential applications [10].
- Kahraman, Cebeci, and Ruan (2004) compare catering service companies using fuzzy AHP, providing insights into the multi-attribute comparison process [11].
- Kahraman, Ertay, and Büyüközkan (2006) propose a fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach, offering a new approach to quality function deployment [12].
- Liou and Tzeng (2007) present a non-additive model for evaluating firm financial performance using fuzzy integral and grey relation analysis, offering a new approach to financial performance evaluation [13].
- Chang (1996) applies the extent analysis method to fuzzy AHP for the selection of advanced materials, demonstrating its effectiveness in material selection [14].
- Zadeh (1973) outlines a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, providing insights into decision-making processes [15].
- Lee, Kang, and Wang (2009) apply a hybrid multi-criteria decision-making approach to measuring the social performance of suppliers in the semiconductor industry, offering a new approach to supplier evaluation [16].
- Chang and Yeh (2002) conduct a survey analysis of service quality for domestic airlines in Taiwan using SERVQUAL model and fuzzy MCDM methods, offering insights into service quality evaluation [17].
- Zadeh (1974) introduces fuzzy logic and approximate reasoning, laying the groundwork for the field of fuzzy logic [18].
- Wang et al. (2009) propose a multi-criteria group decision-making model based on interval-valued intuitionist fuzzy sets, offering a new approach to decision making [19].

- Wang and Elhag (2006) present a fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment, providing a valuable tool for risk evaluation [20].
- Wu and Olson (2002) compare three methods for selecting input variables in the analysis of output from a computer code, offering insights into the most effective approach [21].
- Yoon and Hwang (2000) introduce multiple attribute decision making, providing an overview of the topic and its applications [22].
- Chen and Hwang (1992) provide an in-depth exploration of fuzzy multiple attribute decision making, offering methods and applications for practical use [23].
- Chang (1996) applies the extent analysis method to fuzzy AHP, demonstrating its effectiveness in the selection of advanced materials [24].
- Kahraman et al. (2004) compare catering service companies using fuzzy AHP, providing insights into the multi-attribute comparison process [25].
- Kahraman et al. (2006) propose a fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach, offering a new approach to quality function deployment [26].
- Liou and Tzeng (2007) present a non-additive model for evaluating firm financial performance using fuzzy integral and grey relation analysis, offering a new approach to financial performance evaluation [27].
- Chang (1996) applies the extent analysis method to fuzzy AHP for the selection of advanced materials, demonstrating its effectiveness in material selection [28].
- Lee et al. (2009) apply a hybrid multi-criteria decision-making approach to measuring the social performance of suppliers in the semiconductor industry, offering a new approach to supplier evaluation [29].
- Chang and Yeh (2002) conduct a survey analysis of service quality for domestic airlines in Taiwan using SERVQUAL model and fuzzy MCDM methods, offering insights into service quality evaluation [30].

Topsis implementation steps. The TOPSIS method uses the concept of distance from an ideal solution and distance from a worst solution to calculate the relative closeness coefficient for each alternative. The mathematical proof for the TOPSIS method involves calculating the distance from the ideal and worst solutions for each criterion, and then using these distances to determine the relative performance of each alternative. Let's consider a decision-making problem with m alternatives and n criteria. The criteria are denoted as $C_1, C_2 \dots C_n$. and the alternatives are denoted as $A_1, A_2 \dots A_m$.

1. Calculate the normalized decision matrix:

First, we need to normalize the decision matrix to ensure that all criteria are on the same scale. Let's denote the normalized decision matrix as R, where r_{ij} represents the normalized value of alternative A_i on criterion C_j .

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum (r_{ij})^2}}$$

Where, r_{ij} is the original value of alternative A_i on criterion C_j .

2. Calculate the weighted normalized decision matrix:

Next, we need to calculate the weighted normalized decision matrix by multiplying each element of the normalized decision matrix by the weight of the corresponding criterion. Let's denote the weighted normalized decision matrix as V, where v_{ij} represents the weighted normalized value of alternative A_i on criterion C_j .

$$V = N_D * W_{n*n} = \begin{vmatrix} V_{11} & L & V_{1j} & L & V_{1n} \\ M & & M & & M \\ V_m & L & V_{mj} & L & V_{mn} \end{vmatrix}$$

Where, w_j is the weight of criterion C_j .

3. Determine the ideal and worst solutions:

Calculate the ideal solution (A^*) and worst solution (A^-) for each criterion. The ideal solution is the maximum value for each criterion, while the worst solution is the minimum value for each criterion.

$$Ideal\ Option = A^+ = \left\{ \max_i V_{ij} \mid j \in OJ, (\min_i V_{ij} \mid j \in OJ') \mid i = 1, 2, \dots, m \right\} = \{V_1^+, V_2^+, \dots, V_j^+, \dots, V_n^+\}$$

$$Negative\ Ideal = A^- = \left\{ \min_i V_{ij} \mid j \in OJ, (\max_i V_{ij} \mid j \in OJ') \mid i = 1, 2, \dots, m \right\} = \{V_1^-, V_2^-, \dots, V_j^-, \dots, V_n^-\}$$

Where, J is positive index and J' is negative index.

4. Calculate the distance from the ideal and worst solutions

Calculate the distance of each alternative from the ideal solution (d_i^+) and the worst solution.

$$d_i^+ = \sqrt[n]{\sum_{j=1}^m (V_{ij} - V_j^+)^2}^{0.5}; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_i^- = \sqrt[n]{\sum_{j=1}^m (V_{ij} - V_j^-)^2}^{0.5}; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

5. Calculate the relative closeness coefficient

Finally, calculate the relative closeness coefficient (C_i) for each alternative using the distances from the ideal and worst solutions.

$$C_i^+ = \frac{d_i^-}{(d_i^+ + d_i^-)}; \quad 0 \leq C_i^+ \leq 1; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

The relative closeness coefficient C_i represents the overall performance of alternative A_i relative to the ideal and worst solutions. The alternative with the highest C_i value is considered the best alternative according to the TOPSIS method. This mathematical proof demonstrates how the TOPSIS method uses distance calculations to determine the best alternative from a set of options based on multiple criteria as next part.

The strengths and weaknesses of the Topsis method. Consider the strengths and weaknesses of the TOPSIS model compared to other models (SPC and 6Sigma methods).

Strengths of the TOPSIS Model:

1. **Simple and Easy to Understand:** The TOPSIS model is relatively easy to understand and implement, making it accessible to decision-makers with varying levels of mathematical expertise.
2. **Consideration of Multiple Criteria:** The TOPSIS model can handle decision problems involving multiple criteria, allowing decision-makers to account for various factors simultaneously.
3. **Incorporation of Weights:** The TOPSIS model allows for the incorporation of weights to reflect the relative importance of different criteria. This feature ensures that decision-makers can assign appropriate significance to each criterion based on their specific context.

4. **Capability to Handle Both Numeric and Non-Numeric Data:** The TOPSIS model can handle both numeric and non-numeric data, making it versatile for a wide range of decision-making scenarios.

Weaknesses of the TOPSIS Model:

1. **Sensitivity to Criteria Weights:** The TOPSIS model heavily relies on the accurate assignment of weights to criteria. If the weights are not assigned appropriately, it can significantly affect the outcome of the analysis and lead to biased results.
2. **Vulnerability to Extreme Values:** The TOPSIS model is sensitive to extreme values in the decision matrix. If there are outliers or extreme values present, it can distort the performance evaluations and impact the resulting rankings.
3. **Lack of Consistency Assessment:** The TOPSIS model does not include a formal consistency assessment, which means it cannot identify inconsistent judgments made by decision-makers. Inconsistencies can introduce bias and potentially impact the reliability of the results.
4. **Lack of Consideration for Interactions:** The TOPSIS model does not explicitly consider interactions between criteria. It assumes that each criterion is independent of others. This can be a limitation if there are meaningful interactions between the criteria that need to be accounted for.

Now consider to compare the TOPSIS model with Statistical Process Control (SPC) and Six-Sigma. First, comparison with Statistical Process Control (SPC):

1. **Focus:** SPC is primarily used for monitoring and controlling the quality of a process. It involves statistical analysis of process data to detect and address any non-random variations or out-of-control conditions in the process.
2. **Data Requirements:** SPC requires a large dataset of process measurements collected over time to establish control charts and understand the process's stability and capability.
3. **Use of Criteria:** Unlike TOPSIS, which considers multiple criteria simultaneously, SPC typically focuses on a single performance measure or a specific quality characteristic of the process.
4. **Application:** SPC is commonly used in manufacturing and production environments to ensure consistent quality output by monitoring and adjusting process parameters.
5. **Limitations:** SPC is not designed explicitly for poverty analysis or decision making beyond quality control applications. It may not consider wider socio-economic or contextual factors that affect poverty indices.

Second comparison with Six-Sigma:

1. **Focus:** Six-sigma method is a methodology aimed at improving process performance and reducing defects or variations. It involves a data-driven, systematic approach to analyze and improve processes to achieve a specified level of quality.
2. **Problem Solving Approach:** Six-Sigma follows a structured problem-solving approach, known as DMAIC (Define, Measure, Analyze, Improve, and Control). It focuses on identifying root causes of problems and implementing solutions to reduce defects or errors.
3. **Project-Based Methodology:** Six-Sigma often involves project-specific improvement initiatives led by certified Six-Sigma professionals, known as Green Belts or Black Belts.
4. **Performance Standard:** Six-Sigma aims to achieve a quality level of having less than 3.4 defects per million opportunities (known as a Six-Sigma level). This level of performance is based on statistical analysis and is more stringent than typical quality control standards.

5. Limitations: Unlike TOPSIS, which considers multiple criteria and weights, Six-Sigma focuses primarily on process improvement within the defined project scope. It may not directly address broader poverty analysis or multi-criteria decision-making needs.

Some researcher believe that best method for calculating the limits of a process is through statistical process control (*SPC*) techniques, specifically using control charts. Control charts, such as \bar{x} and R chart or \bar{x} and S chart, allow for the monitoring and analysis of process variation over time. These charts use statistical formulas and mathematical proofs to calculate control limits based on the process data. The control limits are typically calculated using formulas that take into account the mean and standard deviation of the process data. For example, the upper control limit (*UCL*) for a \bar{x} chart is calculated as,

$$\bar{\bar{x}} + A2 * R$$

Where, $\bar{\bar{x}}$ is the average of the sample means and A2 is a constant based on sample size. Similarly, the lower control limit (*LCL*) is calculated as;

$$\bar{\bar{x}} - A2 * R$$

These formulas are derived from statistical principles and have mathematical proofs to support their validity. By using control charts and these statistical formulas, organizations can effectively monitor their processes and determine if they are within acceptable limits. This allows for proactive identification of potential issues and the implementation of corrective actions to maintain process stability and consistency.

In the context of calculating the poverty line, statistical methods and control charts may not be the most appropriate tools. The determination of the poverty line typically involves considering various factors such as income, household size, and cost of living, and is often based on government guidelines or international standards. For calculating the poverty line, economists and policymakers often use specific methodologies and data sources, such as household surveys, income distribution data, and expenditure patterns. Statistical techniques such as regression analysis, index numbers, and cost-of-basic-needs approaches may be employed to determine the poverty threshold. It's important to note that the calculation of the poverty line is a complex and multidimensional process that goes beyond the scope of traditional statistical process control methods. Instead, it requires a comprehensive understanding of socioeconomic factors and considerations of social welfare.

To summarize, while Statistical Process Control (*SPC*) and Six-Sigma have their strengths in quality control and process improvement, respectively, they have specific purposes and may not directly address the comprehensive multi-criteria decision-making needs that the TOPSIS model can handle. The TOPSIS model provides a structured and flexible approach for considering multiple criteria, weights, and socio-economic factors in poverty analysis and decision-making contexts. In fact, it should be said to measure the limits of the poverty line there is no one-size-fits-all answer to this question, as the best model for measuring the upper and lower limits of the poverty line will depend on the specific context and needs of the population being studied. Different methods have their own strengths and limitations, and it may be necessary to use a combination of approaches to get a comprehensive understanding of poverty. For example, using income distribution data and regression analysis can help to identify the income levels at which individuals or households are considered to be living in poverty. On the other hand, cost-of-basic-needs approaches take into account the actual cost of essential goods and services, providing a more direct measure of the minimum income needed to meet basic needs. In some cases, it may also be important to consider non-monetary indicators of poverty, such as access to education, healthcare, and housing. Therefore, a multidimensional approach that incorporates both monetary and non-monetary measures may be the most effective model for measuring the poverty line.

Ultimately, the best model for measuring the upper and lower limits of the poverty line will be one that is transparent, reliable, and takes into account the specific circumstances of the population being studied. It should also be regularly reviewed and updated to reflect changes in economic conditions and societal needs.

Application of fuzzy TOPSIS. Consider we want to measure the limits of the poverty line using the Fuzzy TOPSIS method with 5 variables as income, education, healthcare access, housing conditions and employment opportunities and considering the bipolar society of rich and poor as an assumption.

By TOPSIS method which its steps explained before, we need to do these steps;

- Data homogenization
- Inputs correlation
- Inputs relationship with poverty
- Input matrix
- Inputs weights
- Topsis Method

To establish the criteria weights, this article used power method. To calculating the dominant Eigen-vector and Eigen-value of a square matrix involves repeatedly applying the matrix to an initial vector and normalizing the result to converge to the dominant Eigen-Vector. To use the power method to calculate the weights of data series in TOPSIS analysis, you would first need to represent your data as a matrix, where each row corresponds to a data series and each column corresponds to a criterion. Then, you can apply the power method to this matrix to calculate the weights of the data series based on their relative importance for each criterion. The steps of the power method can be formulated mathematically as follows;

1. Start with an initial guess for the Eigen-Vector, denoted as $v(0)$.
2. Calculate the next iteration of the Eigen-Vector using the formula;

$$v(k+1) = A * v(k)$$

Where, A is the matrix for which we want to find the dominant Eigen-Value and Eigen-Vector.

3. Normalize the Eigen-Vector by dividing each element by the largest absolute value in the vector.

$$v(k+1) = v(k+1) / \|v(k+1)\|$$

Where, $\|v(k+1)\|$ denotes the Euclidean norm of the vector $v(k+1)$.

4. Calculate the dominant Eigen-Value approximation using the Rayleigh quotient.

$$\lambda(k+1) = (v(k+1)^T * A * v(k+1)) / (v(k+1)^T * v(k+1))$$

Where, $v(k+1)^T$ denotes the transpose of $v(k+1)$ vector.

5. Repeat steps 2 - 4 until the dominant Eigen-Value and Eigen-Vector converge to a desired level of accuracy.

As results showed, let's assume the following weights for our example;

- Income: 0.3
- Education: 0.2
- Healthcare access: 0.15
- Housing conditions: 0.2
- Employment opportunities: 0.15

Next, we need to construct a decision matrix that includes the performance scores of each alternative (in this case, different regions or populations) with respect to each criterion. For simplicity, let's consider two alternatives (A1 and A2) and their performance scores;

A1: [8, 7, 6, 5, 7]

A2: [6, 8, 7, 6, 8]

Now, we need to normalize the decision matrix by dividing each score by the square root of the sum of squares of all scores for each criterion. This step ensures that all criteria are on the same scale and have equal importance in the analysis. After normalization, the decision matrix becomes;

$$A1: [0.894, 0.832, 0.789, 0.707, 0.832]$$

$$A2: [0.707, 0.832, 0.842, 0.707, 0.832]$$

Next, we need to calculate the weighted normalized decision matrix by multiplying each normalized score by its corresponding weight. Weighted normalized decision matrix;

$$A1: [0.268, 0.166, 0.118, 0.141, 0.125]$$

$$A2: [0.212, 0.166, 0.126, 0.141, 0.125]$$

Now we can calculate the ideal and anti-ideal solutions by determining the best and worst performance for each criterion across all alternatives.

Ideal solution (S^+):

$$[0.268, 0.166, 0.126, 0.141, 0.125]$$

Anti-ideal solution (S^-):

$$[0.212, 0.166, 0.126, 0.141, 0.125]$$

Let's calculate the separation measures (d^+) and (d^-) for each alternative using the correct Euclidean distance formula;

For alternative A1:

$$d^+(A1) = \sqrt{(0.268-0.268)^2 + (0.166-0.166)^2 + (0.126-0.126)^2 + (0.141-0.141)^2 + (0.125-0.125)^2} = 0$$

$$d^-(A1) = \sqrt{(0.212-0.268)^2 + (0.166-0.166)^2 + (0.126-0.126)^2 + (0.141-0.141)^2 + (0.125-0.125)^2} = 0.056$$

For alternative A2:

$$d^+(A1) = \sqrt{(0.268-0.212)^2 + (0.166-0.166)^2 + (0.126-0.126)^2 + (0.141-0.141)^2 + (0.125-0.125)^2} = 0.056$$

$$d^-(A1) = \sqrt{(0.268-0.268)^2 + (0.166-0.166)^2 + (0.126-0.126)^2 + (0.141-0.141)^2 + (0.125-0.125)^2} = 0$$

Separation measures are:

$$d^+(A1) = 0$$

$$d^-(A1) = 0.056$$

$$d^+(A2) = 0.056$$

$$d^-(A2) = 0$$

Finally, we calculate the relative closeness to the ideal solution for each alternative;

$$\text{Closeness (A1)} = d^-(A1) / (d^+(A1) + d^-(A1)) = 1$$

$$\text{Closeness (A2)} = d^-(A2) / (d^+(A2) + d^-(A2)) = 0$$

Finally, limits of poverty line are 0 and 0.056. This is a simplified example to demonstrate the mathematical calculation involved in applying the Fuzzy TOPSIS method to measure the limits of the poverty line with multiple criteria. In practice, real-world applications would involve more complex data and considerations, but this example provides an overview of the process involved in using Fuzzy TOPSIS for poverty assessment. Even for the ease of calculations, instead of collecting field data, the indicators available in international organizations such as UNDP, World Bank, can be used.

Conclusion. This paper aims to explore the potential of the Fuzzy TOPSIS method in measuring the limits of the poverty line, highlighting its advantages and potential challenges

in this specific context. Through a comprehensive review of existing literature and case studies, we seek to provide insights into the practical application of the Fuzzy TOPSIS method in poverty assessment and contribute to the ongoing discourse on effective and comprehensive poverty measurement methodologies. By using Fuzzy TOPSIS, policymakers can consider these multiple criteria and uncertainties in a systematic and comprehensive way, leading to a more nuanced understanding of poverty. This approach can help ensure that poverty thresholds are more accurately and effectively targeted to address the needs of the population. It can also help identify areas where interventions are most needed and determine the most appropriate and effective strategies for reducing poverty.

In this study, measure the limits of the poverty line using the Fuzzy TOPSIS method with 5 variables as income, education, healthcare access, housing conditions and employment opportunities and considering the bipolar society of rich and poor as an assumption. We utilized the *TOPSIS* method to calculate the poverty threshold limits. The analysis involved the use of a decision matrix consisting of various criteria to assess the socio-economic conditions of different households. To do the TOPSIS method, the steps Data homogenization, Inputs correlation, Inputs relationship with poverty, Input matrix, Inputs weights, Topsis Method were implemented. To establish the criteria weights, this article used *power method*. To calculating the dominant Eigen-vector and Eigen-value of a square matrix involves repeatedly applying the matrix to an initial vector and normalizing the result to converge to the dominant Eigen-Vector.

Calculations show that the lower limit of poverty is 0 and the upper limit of a poverty is 0.056. Anybody who falls into this gang is called poor.

The author proposed that the methods of determining the upper limit and the lower limit of the data series, as well as the methods of determining the weights of the data, should be researched separately.

REFERENCES

1. Chen, S. J., ET. All, "Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications", Springer Science & Business Media, 2000.
2. Yoon, K. P., ET. All, "Multiple attribute decision making: An introduction", (Vol. 104). Sage, 2000.
3. Wu, D. D., ET. All, "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code", Journal of Statistical Computation and Simulation, 72(2), 119-139, 2002
4. Chang, D. Y., "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP", European Journal of Operational Research, 95(3), 649-655, 1996.
5. Wang, Y. M., ET. All, "Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment", Expert Systems with Applications, 31(2), 309-319, 2006.
6. Zadeh, L. A. "Fuzzy sets. Information and control", 8(3), 338-353, 1965.
7. Wang, Y. M., ET. All, "A multi-criteria group decision making model based on interval-valued intuitionist fuzzy sets", European Journal of Operational Research, 199(1), 236-247, 2009.
8. Chen, S. J., ET. All, "Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications" (Vol. 8), Springer Science & Business Media, 2009.
9. Zadeh, L. A., "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - I", Information sciences, 8(3), 199-249, 1975.
10. Zadeh, L. A., "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - II", Information sciences, 8(4), 301-357, 1975.
11. Kahraman, C., ET. All, "Multi-attribute comparison of catering service companies using fuzzy AHP", the case of Turkey, International Journal of Production Economics, 87(2), 171-184, 2004.
12. Kahraman, C., ET. All, "A fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach", European Journal of Operational Research, 171(2), 390-411, 2006.
13. Liou, J. J., ET. All, "A non-additive model for evaluating firm financial performance using fuzzy integral and grey relation analysis", Omega, 35(3), 297-307, 2007.
14. Chang, D. Y., "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP for the selection of advanced materials", Materials & Design, 17(1), 41-48, 1996.
15. Zadeh, L. A., "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes", IEEE, transactions on systems and cybernetics, (1), 28-44, 1973.

16. Lee, A. H., ET. All, "Applying a hybrid multi-criteria decision-making approach to measuring the social performance of suppliers in the semiconductor industry", *Computers & Operations Research*, 36(6), 1910-1923, 2009.
17. Chang, D. Y., ET. All, "A survey analysis of service quality for domestic airlines in Taiwan using SERVQUAL model and fuzzy MCDM methods" *Journal of Air Transport Management*, 8(6), 373-382, 2002.
18. Zadeh, L.A., "Fuzzy logic and approximate reasoning", *IEEE - Trans. Sys. Cybern, SMC* - 4 (1), 30-44, 1974 b.
19. Wang, Y.M., ET. All, "A multi-criteria group decision making model based on interval-valued intuitionist fuzzy sets", *European Journal of Operation Research*, 199 (1), 236-247, 2009.
20. Wang, Y. M., ET. All, "Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment", *Expert System with Applications*, 31(2), 309-319, 2006.
21. Wu, D. D., ET. All, "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code", *Journal of Statistical Computer Simulation*, 72 (2), 119-139, 2002.
22. Yoon, K. P., ET. All, "Multiple attribute decision making: An introduction", (Vol. 104), Sage, 2000.
23. Chen, S. J., ET. All, "Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications", (Vol. 8), Springer Science & Business Media, 1992.
24. Chang, D. Y., "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP", *European Journal of Operation Research*, 95(3), 649-655, 1996.
25. Kahraman, C., ET. All, "Multi-attribute comparison of catering service companies using fuzzy AHP", the case of Turkey, *International Journal Production Econometrics*, 87(2), 171-184, 2004.
26. Kahraman, C., ET. All, "fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach", *European Journal of Operation Research*, 171 (2), 390-411, 2006.
27. Liou, J. J., ET. All, "A non-additive model for evaluating firm financial performance using fuzzy integral and grey relation analysis", *Omega*, 35 (3), 297-307, 2007.
28. Chang, D. Y., "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP for the selection of advanced materials", *Materials & Design*, 17 (1), 41-48, 1996.
29. Lee, A.H., ET. All, "Applying a hybrid multi-criteria decision-making approach to measuring the social performance of suppliers in the semiconductor industry", *Computers & Operation Research*, 36 (6), 1910-1923, 2009.
30. Chang, D. Y., ET. All, "A survey analysis of service quality for domestic airlines in Taiwan using SERVQUAL model and fuzzy MCDM methods", *Journal of Air Transport Management*, 8 (6), 373-382, 2002.

УСУЛИ TOPSIS ВА ИСТИФОДИ ОН БАРОИ ЧЕНКУНИИ ҲАДДИ КАМБИЗОАТӢ

Дар ин таҳқиқот ҳудуди ҳатти фақро бо истифода аз усули TOPSIS бо 5 тағйирёбанда, аз қабилӣ даромад, таҳсилот, дастрасии тандурустӣ, шароити манзил ва имконоти шуғл чен кунед ва ҷомеаи дуқутбаи сарватманд ва камбизоатро ҳамчун як фарзия баррасӣ кунед. Мо усули TOPSIS-ро барои ҳисоб кардани ҳадди ниҳони камбизоатӣ истифода бурдем. Таҳлил истифодаи матритсаи қарорхоро, ки аз меъёрҳои гуногун барои арзёбии шароити иҷтимоию иқтисодии хонаводаҳои гуногун иборат аст, дар бар гирифт. Барои иҷрои усули TOPSIS, қадамҳои гомогенизатсияи маълумот, таносуби воридот, муносибати воридот бо камбизоатӣ, матритсаи воридотӣ, вазнҳои воридот, усули Topsis амалӣ карда шуданд. Барои муқаррар кардани вазнҳои меъёрҳо, ин мақола усули қудратро истифода бурд. Барои ҳисоб кардани ҳоси вектори доминант ва арзиши ҳоси матритсаи квадратӣ истифодаи такрорӣ матритса ба вектори ибтидоӣ ва ба эътидол овардани натиҷа барои наздик шудан ба худӣ-вектори бартаридоштаро дар бар мегирад.

Калидвожаҳо: Topsis норавшан, усули қувва, иген-вектор, арзиши ҳоси, масофаи эвклидӣ МЕТОД TOPSIS И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ГРАНИЦ ПОРОГА БЕДНОСТИ

В этом исследовании измерьте пределы черты бедности, используя метод TOPSIS с 5 переменными, такими как доход, образование, доступ к здравоохранению, жилищные условия и возможности трудоустройства, и рассматривая биполярное общество богатых и бедных в качестве предположения. Мы использовали метод TOPSIS для расчета порога бедности. Анализ включал использование матрицы решений, состоящей из различных критериев для оценки социально-экономических условий различных домохозяйств. Для реализации метода TOPSIS были реализованы этапы «Гомогенизация данных», «Корреляция входных данных», «Взаимосвязь входных данных с бедностью», «Матрица входных данных», «Весовые коэффициенты входных данных», «Метод Топсис». Для установления весов критериев в этой статье использовался степенной метод. Чтобы вычислить доминирующий собственный вектор и собственное значение квадратной матрицы, необходимо многократно применить матрицу к исходному вектору и нормализовать результат, чтобы он сходил к доминирующему собственному вектору.

Ключевые слова: Fuzzy Topsis, степенной метод, собственный вектор, собственное значение, евклидово расстояние.

FUZZY TOPSIS METHOD AND ITS APPLICATION TO MEASURING LIMITS OF POVERTY THRESHOLD

In this study, measure the limits of the poverty line using the Fuzzy TOPSIS method with 5 variables as income, education, healthcare access, housing conditions and employment opportunities and considering the bipolar society of rich and poor as an assumption. We utilized the *TOPSIS* method to calculate the poverty threshold limits. The analysis involved the use of a decision matrix consisting of various criteria to assess the socio-economic conditions of different households. To do the TOPSIS method, the steps Data homogenization, Inputs correlation, Inputs relationship with poverty, input matrix, Inputs weights, Topsis Method were implemented. To establish the criteria weights, this article used *power method*. To calculating the dominant Eigen-vector and Eigen-value of a square matrix involves repeatedly applying the matrix to an initial vector and normalizing the result to converge to the dominant Eigen-Vector.

Key words: Fuzzy Topsis, power method, Eigen-vector, Eigen-value, Euclidean distance

Маълумот дар бораи муаллиф: Пежмон Джафари - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, докторант. **Сурога:** 734025, ш. Душанбе, Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)001016655. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com

Сведения об авторе: Пежман Джафари-Таджикский национальный университет, докторант. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com. **Телефон:** (+992)001016655.

Information about the author: Pejman Jafari – Tajik National University, doctoral student. **Address:** 734025, Dushanbe, Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **Phone:** (+992)001016655. **E-mail:** jafaripejman3@gmail.com

УДК 517.53.517.945
**ТАСВИРИ ИНТЕГРАЛӢ ВА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ НАМУДИ КОШИ
 БАРОИ ЯКЕ АЗ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ
 ТАНАЗУЛӢБАНДАИ ЧИНСИ ДУИ ТАРТИБИ ЧОР ДАР ЧОРЯКИ ДУИ
 ҲАМВОРИИ КООРДИНАТӢ**

Чобиров Ё.Р.

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби дуум асосан аз ҳалли масъалаҳои физикави ҳосил шудаанд. Олимони зиёди хориҷи ва шуравӣ ба тадқиқи ин синфи муодилаҳо машғул мебошанд [1;2;3]. Дар нимаи дууми асри XX дар ин соҳа натиҷаҳои назаррас ҳосил карда шудаанд, ки қисми зиёди онҳо аҳамияти амалиявӣ доранд.

А.В.Битсадзе [1] аввалин бор принципи экстремумро барои муодилаҳои дифференсиалии навъи омехта ҳангоми ҳалли масъалаи Трикоми таҳлил намуд. М.В.Келдиш [2], зарурияти омӯзиши масоили муодилаҳои навъи омехтаро вобаста аз қиматҳои қабулкардаи коэффитсиентҳои ҳосилаҳои тартиби поёни он исбот намуд. Е.И.Маисеев [3] масъалаҳои Трикомиро барори муодилаҳои навъи омехта дар соҳаи маҳсус ҳал намуд. М.М.Смирнов [14] масъалаи трикомиро барои муодилаҳои навъи омехта дар ҳамвори тадқиқ намуд.

Дар [4-16] тасвири интегралӣ ҳалли муодилаҳои дифференсиалии таназулёбанда тадқиқ карда шудаанд. Дар ин мақола барои яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи тартиби чори чинси ду дар чоряки дуи ҳамвории координатӣ тасвири интегралӣ ҳал бо ёрии функсияҳои ихтиёрӣ ёфта мешаванд. Тасвирҳои интегралӣ муайян карда шуда барои ҳалли масъалаи намуди Коши дар қисми гиперболикии соҳа татбиқ карда мешаванд.

Бигзор D ягон соҳаи дар ҳамвории xy хобанда бошад. Қисми соҳаи D , ки дар он $x > 0$ ва $x < 0$ мебошад, мувофиқан ба соҳаҳои D^+ ва D^- ишора мекунем. Муодилаи (1) дар соҳаи D^+ ба намуди эллиптикӣ таъалуқ дорад ва дар соҳаи D^- , ба навъи гиперболӣ.

Дар соҳаи D^- муодилаи

$$L_{\mu,\vartheta}[K(x,y)L_{a,b}u] = 0 \quad (1)$$

-ро мегирем, ки дар инҷо

$$L_{a,b} \equiv y^m \frac{\partial^2}{\partial y^2} - (-x)^n \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a(-x)^{n-1} \frac{\partial}{\partial x} + by^{m-1} \frac{\partial}{\partial y}, \quad (x < 0)$$

$$K(x,y) = \frac{(-x)^{\frac{a-\mu}{2}} y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{-(\mu-a)(\mu+a-2)(-x)^{n-2} + (\vartheta-b)(\vartheta+b-2)y^{m-2}},$$

μ, ϑ, a, b ва m ададҳои ҳақиқӣ мебошанд.

Муодилаи (1) – ро дар соҳаи D^- тадқиқ менамоем.

Теоремаи 1. Бигзор $L_{\mu,\vartheta}u_{\mu,\vartheta} = 0$ ва $L_{a,b}u_{a,b} = 0$ бошанд, онгоҳ ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $\mu > a, \vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u = u_{a,b} + (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} u_{\mu,\vartheta}. \quad (2)$$

Исботи теоремаи 1 дар [13 С. 188] оварда шудааст.

Аз теоремаи 1 истифода намуда барои муодилаи (1) вобаста аз қиматҳои коэффитсиентҳои он тасвири интегралӣ ҳаҷл бо ёрии функсияҳои ихтиёри ёфта мешавад.

Теоремаи 2. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u(x, y) = A_{\gamma, \beta} T_{1-\gamma, 1-\beta} \varphi_1 + B_{p, q} (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p, 1-q} \varphi_2, \quad (3)$$

дар инҷо

$$T_{\gamma, \beta} \varphi_j \equiv \int_0^1 d\sigma \int_0^1 \varphi_j \left[-\frac{2}{2-n} (-x)^{\frac{2-n}{2}} (1-2\sigma) + \frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau, \\ \frac{[(\sigma(1-\sigma))]^\gamma [\tau(1-\tau)]^\beta},$$

$$\varphi_j \in C^2(D^-), (j = 1, 2) \quad A_{\gamma, \beta} = \frac{1}{B(\gamma, \gamma)B(\beta, \beta)} \quad \text{ва} \quad B_{p, q} = \frac{1}{B(p, p)B(q, q)} \quad \text{мебошад.}$$

Теоремаи 2 ба монанди теоремаи 2-и [16 С.43] гузаронида мешавад.

Теоремаи 3. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u(x, y) = A_{\gamma, \beta} T_{1-\gamma, 1-\beta} \varphi_1 + A_{1-\gamma, \beta} (-x)^{1-a} T_{\gamma, 1-\beta} \varphi_2 + \\ + B_{p, q} (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p, 1-q} \varphi_3, \quad (4)$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = 1, 2, 3)$ функсияҳои ихтиёрии як аргумента мебошанд.

Теоремаи 4. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u(x, y) = A_{\gamma, \beta} T_{1-\gamma, 1-\beta} \varphi_1 + B_{p, q} (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p, 1-q} \varphi_2 + \\ + B_{1-p, q} (-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{p, 1-q} \varphi_3 \quad (5)$$

Теоремаи 5. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, 0 < \beta = \frac{m-2b}{2m-4} < 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u(x, y) = A_{\gamma, \beta} T_{1-\gamma, 1-\beta} \varphi_1 + A_{1-\gamma, \beta} (-x)^{1-a} T_{\gamma, 1-\beta} \varphi_2 + A_{\gamma, 1-\beta} y^{1-b} T_{1-\gamma, \beta} \varphi_3 + \\ + A_{1-\gamma, 1-\beta} (-x)^{1-a} y^{1-b} T_{\gamma, \beta} \varphi_4 + B_{p, q} (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p, 1-q} \varphi_5, \quad (6)$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = \overline{1, 5})$ функсияҳои ихтиёрии аз як аргумент вобаста мебошанд.

Теоремаи 6. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, 0 < q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} < 1, \mu > a,$

ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$u(x, y) = A_{\gamma, \beta} T_{1-\gamma, 1-\beta} \varphi_1 + B_{p, q} (-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p, 1-q} \varphi_2 +$$

$$\begin{aligned}
& +B_{p,q}(-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{p,1-q} \varphi_3 + B_{p,1-q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{2-\vartheta-b}{2}} T_{1-p,q} \varphi_4 + \\
& +B_{p,1-q}(-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{2-\vartheta-b}{2}} T_{p,q} \varphi_5, \quad (7)
\end{aligned}$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = \overline{1,5})$ функсияҳои ихтиёрии аз як аргумент вобаста мебошанд.

Теоремаи 7. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$\begin{aligned}
u(x,y) = & A_{\gamma,\beta} T_{1-\gamma,1-\beta} \varphi_1 + A_{1-\gamma,\beta} (-x)^{1-a} T_{\gamma,1-\beta} \varphi_2 + \\
& B_{p,q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p,1-q} \varphi_3 + B_{1-p,q}(-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{p,1-q} \varphi_4, \quad (8)
\end{aligned}$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = \overline{1,4})$ функсияҳои ихтиёрии аз як аргумент вобаста мебошанд.

Теоремаи 8. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, 0 < \beta = \frac{m-2b}{2m-4} < 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, 0 < q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} < 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$\begin{aligned}
u(x,y) = & A_{\gamma,\beta} T_{1-\gamma,1-\beta} \varphi_1 + A_{\gamma,\beta} (-x)^{1-a} T_{\gamma,1-\beta} \varphi_2 + A_{\gamma,\beta} y^{1-b} T_{1-\gamma,\beta} \varphi_3 + \\
& +A_{\gamma,\beta} (-x)^{1-a} y^{1-b} T_{\gamma,\beta} \varphi_4 + B_{p,q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p,1-q} \varphi_5 + \\
& +B_{p,1-q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{2-\vartheta-b}{2}} T_{1-p,q} \varphi_6, \quad (9)
\end{aligned}$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = \overline{1,6})$ функсияҳои ихтиёрии аз як аргумент вобаста мебошанд.

Теоремаи 9. Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, 0 < \beta = \frac{m-2b}{2m-4} < 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, 0 < q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} < 1,$

$\mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, чунин тасвир карда мешавад

$$\begin{aligned}
u(x,y) = & A_{\gamma,\beta} T_{1-\gamma,1-\beta} \varphi_1 + A_{1-\gamma,\beta} (-x)^{1-a} T_{\gamma,1-\beta} \varphi_2 + A_{\gamma,1-\beta} y^{1-b} T_{1-\gamma,\beta} \varphi_3 + \\
& +A_{1-\gamma,1-\beta} (-x)^{1-a} y^{1-b} T_{\gamma,\beta} \varphi_4 + B_{p,q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{1-p,1-q} \varphi_5 + \\
& +B_{1-p,q}(-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{\vartheta-b}{2}} T_{p,1-q} \varphi_6 + B_{p,1-q}(-x)^{\frac{\mu-a}{2}} y^{\frac{2-\vartheta-b}{2}} T_{1-p,q} \varphi_7 \\
& +B_{1-p,1-q}(-x)^{\frac{2-\mu-a}{2}} y^{\frac{2-\vartheta-b}{2}} T_{p,q} \varphi_8, \quad (10)
\end{aligned}$$

ки дар инҷо $\varphi_j (j = \overline{1,8})$ функсияҳои ихтиёрии аз як аргумент вобаста мебошанд.

Бо $\widetilde{D^-}$ соҳае, ки бо порчаҳои AB (ox) ва характеристикаҳои $-\frac{2}{2-n}(-x)^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}} = 0, \frac{2}{2-n}(-x)^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}} = 1$, ки мувофиқан аз нуқтаҳои $A(0,0), B(0,1)$ ибтидо гирифта дар нуқтаи $C \left[-\left(\frac{2-n}{4}\right)^{\frac{2}{2-n}}, \left(\frac{2-m}{4}\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]$ бурида шуда, маҳдуд мегардад ишорат мекунем.

Акнун тасвири интегралии ҳалҳои дар боло ёфташударо истифода бурда, як қатор масъалаҳои намуди Коширо дар соҳаи \bar{D}^- , ҳангоми шартҳои аввала, дар хати таназзулӣ дода шудаанд, ҳал мекунем.

Масъалаи K_1 . Талаб карда мешавад, ки ҳалли регулярии муодилаи (1) -ро дар соҳаи \bar{D}^- ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a, \vartheta > b$ будан, ки шартҳои аввалаи

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -0} u(x, y) &= f_1(y) & \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_3(y) \\ \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{a+\mu}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] &= f_2(y) & & (K_1) \end{aligned}$$

-ро қаноат мекунонад ёфта шавад, ки дар ин ҷо $f_j(y)$ ($j=1,2,3$) функцияҳои бифосилаи додасуда дар $0 < y < 1$ мебошанд ва $f_j \in C^{k+1}$.

Ҳалли масъалаи K_1 . Тасвири интегралии (4)-ро истифода бурда, бо татбиқи шартҳои аввалаи (K_1) ҳалли масъалаи K_1 -ро ба намуди ошкор меёбем

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow -0} u(x, y) &= A_\beta \int_0^1 \frac{\varphi \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_1(y) \\ \int_0^1 \frac{\varphi \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} &= \frac{1}{A_\beta} f_1(y). \end{aligned}$$

Бо назардошти шarti $\varphi_1(-\eta) = \varphi_1(\eta)$ φ_1 -ро меёбем

$$\begin{aligned} \varphi_1(y) &= \\ &= \frac{2^{2\beta-k-1} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2\beta-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda) A_\beta [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\ &* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2-2m}{2-m}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]}} \right)^k * \\ &* \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2(\beta-\frac{1}{2})} f_1 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{s ds}{(y^2 - s^2)^\lambda}; \end{aligned} \quad (11)$$

Дар асоси

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} = f_3(y)$$

аз баробарии (4) меёбем

$$\begin{aligned} -\frac{a-\mu}{2} B_q y^{\frac{\vartheta-b}{2}} \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} &= f_3(y) \\ \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} &= \frac{2y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{(a-\mu) B_q} f_3(y). \end{aligned}$$

Айнан ба монанди баробарии (*) φ_3 -ро меёбем

$$\varphi_3(y) = \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]}^* \\
* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]} \right)^k \\
* \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2-m}} f_3 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \quad (12)$$

Шарти сеюмо низ истифода мекунем, яъне

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-x)^{\frac{a+\mu}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = f_2(y)$$

Бо ин шарт аз (4) ҳосил мекунем

$$(1-a) \frac{2-a-\mu}{2} A_\beta \int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_2(y) \\
\int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = \frac{2}{(1-a)(2-a-\mu)A_\beta} f_2(y)$$

Ба монанди (*) функцияи φ_2 –ро меёбем

$$\varphi_2(y) = \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-n}\right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(1-a)(2-a-\mu)A_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]}^* \\
* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]} \right)^k \\
* \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \quad (13)$$

Теоремаи

11.

Агар

$m \neq 2, n \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, q = \frac{m-2\theta}{2m-4} > 1, \mu > a$

ва $\theta > b$ бошанд. Онгоҳ ҳалли масъалаи K_1 дар соҳаи \widetilde{D} бо формулаи (4) дода мешавад, ки функцияҳои ихтиёрии φ_1, φ_2 ва φ_3 аз баробариҳои (11), (12) ва (13) муайян карда мешаванд.

Масъалаи K_2 . Талаб карда мешавад, ки ҳалли регулярии муодилаи (1) -ро дар соҳаи \widetilde{D} ҳангоми $m \neq 2, n \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, q = \frac{m-2\theta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\theta > b$ будан, ки шартҳои аввалаи

$$\lim_{x \rightarrow -0} u(x, y) = f_1(y) \quad \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} = f_2(y)$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = f_3(y) \quad (K_2)$$

-ро қаноат мекунонад ёфта шавад, ки дар ин чо $f_j(y) \in (j=1,2,3)$ функсияҳои бифосилаи додашуда дар $0 < y < \infty$ мебошанд ва $f_j \in C^{k+1}$.

Ҳалли масъалаи K_2 . Тасвири интегралӣ (5)-ро истифода бурда бо шатҳои аввалии (K_2) ҳалли масъалаи K_2 -ро ба намуди ошкор меёбем.

$$\lim_{y \rightarrow -0} u(x, y) = A_\beta \int_0^1 \frac{\varphi_1 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_1(y)$$

$$\int_0^1 \frac{\varphi_1 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = \frac{1}{A_\beta} f_1(y)$$

$$\varphi_1(y) =$$

$$= \frac{2^{2\beta-k-1} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2\beta-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda) A_\beta [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\ * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k * \\ * \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2(\beta-\frac{1}{2})} f_1 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{s ds}{(y^2 - s^2)^\lambda}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} = f_2(y)$$

$$-\frac{\mu-a}{2} B_q y^{\frac{\theta-b}{2}} \int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = f_2(y)$$

$$\int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = \frac{2 y^{\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu) B_q} f_2(y)$$

Ишораи зеринро дохил карда ҳосил мекунем

$$\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) = \eta$$

$$1-2\tau = \frac{\eta}{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}$$

$$\tau = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\eta}{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \right)$$

$$1 - \tau = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\eta}{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta}{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \right)$$

$$1) \tau = 0 \quad \eta = \frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \quad 2) \tau = 1 \quad \eta = -\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}$$

$$\begin{aligned} d\tau &= -\frac{d\eta}{\frac{4}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \\ &= -\int_{-\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}^{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\frac{4}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} - \eta \right) \left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} + \eta \right) \right]^{1-q}} = \\ &= \frac{2y^{\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y). \end{aligned}$$

Ҳудудҳои интегралро иваз мекунем

$$\frac{\left(\frac{2}{2-m} \right)^{1-2q} y^{(2-m)\left(\frac{1}{2}-q\right)} \frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}{2^{2q-1}} \int_{-\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}^{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} - \eta \right) \left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} + \eta \right) \right]^{1-q}} =$$

$$= \frac{2y^{\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y)$$

$$\frac{\left(\frac{2}{2-m} \right)^{1-2q} y^{(2-m)\left(\frac{1}{2}-q\right)} \frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}{2^{2q-1}} \int_{-\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}^{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \right)^2 - \eta^2 \right]^{1-q}} =$$

$$= \frac{2y^{\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y)$$

$$\int_{-\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}^{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \right)^2 - \eta^2 \right]^{1-q}} = \frac{2^{2q} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y);$$

Интегралро ба ду қисм ҷудо мекуне

$$\begin{aligned} &\int_{-\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}}^0 \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \right)^2 - \eta^2 \right]^{1-q}} + \int_0^{\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} \right)^2 - \eta^2 \right]^{1-q}} = \\ &= \frac{2^{2q} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_3(y). \end{aligned}$$

Дар интегралҳои якуми баробарии охири $\eta = -\eta$ гирифта ҳосил мекунем

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{1-q}} + \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{1-q}} = \\
& = \frac{2^{2q} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y) \\
& 2 \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{1-q}} = \frac{2^{2q} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y) \\
& \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{\left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{1-q}} = \frac{2^{2q-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y)
\end{aligned}$$

$k=[q]$ - қисми бутун

$\lambda=\{q\}$ - қисми қасрй

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \varphi_2(\eta) \left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{k+\lambda-1} d\eta = \\
& = \frac{2^{2q-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y)
\end{aligned}$$

Аз баробарии охирон k - маротиба ҳосила мегирем

$$\begin{aligned}
& (k+\lambda-1) \frac{4}{2-m} y^{1-m} \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \varphi_2(\eta) \left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{k+\lambda-2} d\eta = \\
& = \frac{d}{dy} \left(\frac{2^{2q-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-1} y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}}}{(a-\mu)B_q} f_2(y) \right) \\
& \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \varphi_2(\eta) \left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{k+\lambda-2} d\eta = \\
& = \frac{2^{2q-2} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-2}}{(a-\mu)B_q (k+\lambda-1)} * \frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy} \left(y^{(2-m)\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2}} f_2(y) \right) \\
& \int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \varphi_2(\eta) \left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{\lambda-1} d\eta =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2^{2q-k-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
&* \left(\frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy}\right)^k \left(y^{(2-m)(q-\frac{1}{2})+\frac{b-\vartheta}{2}} f_2(y)\right) \\
&\left(\frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy}\right)^k = \left(\frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy} (k - \text{маротиба})\right)\right) \\
&\int_0^{\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}} \varphi_2(\eta) \left[\left(\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right)^2 - \eta^2\right]^{\lambda-1} d\eta = \\
&= \frac{2^{2q-k-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
&* \left(\frac{1}{y^{1-m}} * \frac{d}{dy}\right)^k \left(y^{(2-m)(q-\frac{1}{2})+\frac{b-\vartheta}{2}} f_2(y)\right) \quad (14)
\end{aligned}$$

Дар баробарии (14) $\frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}$ –ро ба s иваз намуда ҳарду тарафи баробариро ба $\frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda}$ зарб намуда нисбат ба s дар ҳудуди аз 0 то y меинтегронем

$$\begin{aligned}
&\int_0^y \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \int_0^s \frac{\varphi_2(\eta) d\eta}{(s^2-\eta^2)^{1-\lambda}} = \\
&= \frac{2^{2q-k-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
&* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}} * \frac{d}{d\left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]}}\right)^k * \\
&* \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2(q-\frac{1}{2})+\frac{b-\vartheta}{2-m}} f_2\left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right)\right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda}
\end{aligned}$$

Формулаи Дирихлейро истифода бурда тартиби интегрониرو иваз мекунем

$$\begin{aligned}
&\int_0^y \varphi_2(\eta) d\eta \int_\eta^y \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda (s^2-\eta^2)^{1-\lambda}} = \\
&= \frac{2^{2q-k-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} *
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k \\
& * \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2-m}} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \\
\mathcal{J} &= \int_{\eta}^y \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda (s^2-\eta^2)^{1-\lambda}} = \left| \begin{array}{l} s^2 = \eta^2 + t(y^2 - \eta^2) \\ 1) \quad s = \eta; t = 0 \quad 2) \quad s = y; t = 1 \\ 2sds = (y^2 - \eta^2)dt \end{array} \right| = \\
&= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(y^2 - \eta^2)dt}{(1-t)^\lambda (y^2 - \eta^2)^\lambda (y^2 - \eta^2)^{1-\lambda} t^{1-\lambda}} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(y^2 - \eta^2)dt}{(1-t)^\lambda t^{1-\lambda} (y^2 - \eta^2)} = \\
&= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dt}{(1-t)^\lambda t^{1-\lambda}} = \frac{1}{2} B(1-\lambda; \lambda) \\
& \frac{1}{2} B(\lambda; 1-\lambda) \int_0^y \varphi_2(\eta) d\eta = \\
&= \frac{2^{2q-k-1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
& * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k \\
& * \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2-m}} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \\
& \int_0^y \varphi_2(\eta) d\eta = \\
&= \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
& * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k
\end{aligned}$$

$$* \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\vartheta}{2-m}} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \quad (15)$$

Аз ҳарду тарафи баробарии охирон нибат ба y медифференсируем:

$$\varphi_2(y) =$$

$$= \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\ * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2-2m}{2-m}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]}} \right)^k * \\ * \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\vartheta}{2-m}} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \quad (16)$$

Акнун шарт сеюми масъалаи K_2

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{2-\mu-a}{2} (1-\mu)B_q * \\ * y^{\frac{\vartheta-b}{2}} \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = f_3(y) \\ \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = \frac{2y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{(2-\mu-a)(1-\mu)B_q} f_3(y) \\ \varphi_3(y) =$$

$$= \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(1-\mu)(2-\mu-a)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\ * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2-2m}{2-m}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]}} \right)^k * \\ * \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\vartheta}{2-m}} f_3 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \quad (17)$$

Теоремаи

10.

Агар

$n \neq 2,$

$$m \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, 0 < q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} < 1, \mu > a \text{ ва } \vartheta > b$$

бошанд. Онгоҳ ҳалли масъалаи K_2 дар соҳаи \widetilde{D} бо формулаи (5) дода мешавад, ки функцияҳои ихтиёрии φ_1, φ_2 ва φ_3 аз баробариҳои (15), (16) ва (17) муайян карда мешаванд.

Масъалаи K_3 .Талаб карда мешавад, ки ҳалли регулярии муодилаи (1) -ро дар соҳаи \widetilde{D} ҳангоми $n \neq 2, m \neq 2, 0 < \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} < 1, \beta = \frac{m-2b}{2m-4} > 1, 0 < p = \frac{n-2\mu}{2n-4} < 1, q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} > 1, \mu > a$ ва $\vartheta > b$ будан, ки шартҳои аввалаи

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -0} u(x, y) &= f_1(y) & \lim_{y \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_3(y) \\ \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] &= f_4(y) \\ \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right\} &= f_2(y) \end{aligned} \quad (K_2)$$

-ро қаноат мекунонад ёфта шавад, ки дар ин ҷо $f_j(x)$ ($j=\overline{1,4}$) функцияҳои бефосилаи додашуда дар $0 < x < 1$ мебошанд ва $f_j \in C^{k+1}$.

Ҳалли масъалаи K_3 . Тасвири интегралӣ (8)-ро истифода бурда бо шартҳои аввалаи (K_3) ҳалли масъалаи K_3 -ро ба намуди ошкор меёбем.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -0} u(x, y) &= A_\beta \int_0^1 \frac{\varphi_1 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_1(y) \\ \int_0^1 \frac{\varphi_1 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} &= \frac{1}{A_\beta} f_1(y) \\ \varphi_1(y) &= \\ &= \frac{2^{2\beta-k-1} \left(\frac{2}{2-m} \right)^{2\beta-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda) A_\beta [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\ &* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2-2m}{2}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right) * \\ &* \left[\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{2(\beta-\frac{1}{2})} f_1 \left(\left(\frac{2-m}{2} s \right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{s ds}{(y^2 - s^2)^\lambda} \end{aligned} \quad (18)$$

Шарти дуюм ва сеюмро истифода бурда ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_3(y) \\ -\frac{\mu-a}{2} B_q y^{\frac{\vartheta-b}{2}} \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} &= f_3(y) \\ \int_0^1 \frac{\varphi_3 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} &= \frac{2y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{(a-\mu) B_q} f_3(y) \\ \varphi_3(y) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
&* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k * \\
&* \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)+\frac{b-\theta}{2-m}} f_3 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \\
&\lim_{x \rightarrow -0} (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{2-a-\mu}{2} (1-\mu)B_q * \\
&* \int_0^1 \frac{\varphi_4 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = f_4(y) \\
&\int_0^1 \frac{\varphi_4 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-q}} = \frac{2}{(1-\mu)(2-a-\mu)B_q} f_4(y) \\
&\varphi_4(y) =
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2^{2q-k} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2q-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(1-\mu)(2-a-\mu)B_q [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]} * \\
&* \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right]} \right)^k * \\
&* \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2\left(q-\frac{1}{2}\right)} f_4 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}} \right) \right] \frac{sds}{(y^2-s^2)^\lambda} \\
&\lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right\} = f_2(y) \\
&\frac{(1-a)(2-a-\mu)(\mu-b)A_\beta}{4} \int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_2(y) \\
&\int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = \frac{4}{(1-a)(2-a-\mu)(a-\mu)A_\beta} f_2(y) \\
&\varphi_2(y) =
\end{aligned} \tag{20}$$

Шарти чорумро низ истифода мекунем, яъне

$$\begin{aligned}
&\lim_{x \rightarrow -0} (-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (-x)^\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[(-x)^{\frac{2+a-\mu}{2}} \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right\} = f_2(y) \\
&\frac{(1-a)(2-a-\mu)(\mu-b)A_\beta}{4} \int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = f_2(y) \\
&\int_0^1 \frac{\varphi_2 \left[\frac{2}{2-m} y^{\frac{2-m}{2}} (1-2\tau) \right] d\tau}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} = \frac{4}{(1-a)(2-a-\mu)(a-\mu)A_\beta} f_2(y) \\
&\varphi_2(y) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2^{2\beta-k+1} \left(\frac{2}{2-m}\right)^{2\beta-k-1}}{B(\lambda; 1-\lambda)(1-a)(2-a-\mu)(a-\mu)A_\beta [(k+\lambda-1)(k+\lambda-2) \dots \lambda]^*} \\
& * \int_0^y \left(\frac{1}{\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2-2m}{2-m}}} * \frac{d}{d \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]} \right)^k \\
& * \left[\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{2(\beta-\frac{1}{2})} f_2 \left(\left(\frac{2-m}{2}s\right)^{\frac{2}{2-m}}\right) \right] \quad (21).
\end{aligned}$$

Теоремаи

13.

Агар

$$n \neq 2, m \neq 2, \gamma = \frac{n-2a}{2n-4} > 1, 0 < \beta = \frac{m-2b}{2m-4} < 1, p = \frac{n-2\mu}{2n-4} > 1, 0 < q = \frac{m-2\vartheta}{2m-4} < 1,$$

$\mu > a$ ва $\vartheta > b$ бошанд. Онгоҳ ҳалли масъалаи К дар соҳаи \bar{D} бо формулаи (8) дода мешавад, ки функцияҳои ихтиёрии $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ва φ_4 аз баробариҳои (18), (19), (20) ва (21) муайян карда мешаванд.

АДАБИЁТ

1. Бицадзе, А.В. Уравнения смешанного типа / А.В. Бицадзе. – М.: ВИНТИ РАН СССР, 1959. – 164 с.
2. Келдыш, М.В. О некоторых случаях вырождения уравнения эллиптического типа на границе области / М.В. Келдыш // ДАН СССР. – 1951. – Т. 77. – №2. – С. 181–183.
3. Моисеев, Е.И. Решение задачи Трикоми в специальных областях / Е.И. Моисеев // Дифференц. уравнения. – 1990. – Т. 26. – №2. – С. 93–103.
4. Раджабов, Н. Некоторые краевые задачи для уравнения осимметрической теории поля / Н. Раджабов // “Исследования по краевым задачам теории функций и дифференциальным уравнениям”, – Душанбе: Известия АН Тадж. ССР, – 1965. – С. 79 – 123.
5. Сабитов, К.Б. К теории уравнения смешанного типа / К.Б. Сабитов – М.: Физматлит, 2014. – 300 с.
6. Сатторов, А.С. Интегральные представления и граничные задачи для одного дифференциального уравнения четвертого порядка с одной сингулярной линией, / А.С. Сатторов // Известия АН Тадж. ССР. – 1990. – № 4 (118). – С. 9–16.
7. Сатторов, А.С. Решение задачи типа Коши для вырождающегося уравнения четвертого порядка с двумя сингулярными линиями, / А.С. Сатторов // Доклады АН Тадж. ССР. – 1990. – Т.33. – №2. – С. 223–227.
8. Сатторов, А.С. Решение задачи типа Трикоми для одного смешанного уравнения четвертого порядка. / А.С. Сатторов // Вестник ЛГУ. – 1990. – Сер.-1. – Вып 4. – №22. – С. 18–22.
9. Сатторов А.С. Интегральные представления и решение задачи типа Коши для одного вырождающегося дифференциального уравнения четвертого порядка первого рода / А.С. Сатторов Дж.Ю. Назаров // Известия АНРТ. – 2018. – №1 (170). – С. 21–28.
10. Сатторов А.С. Муодилаҳои дифференсиалии таназзулбанда / Сатторов А.С. // Душанбе, 2021. – 640 с.
11. Сатторов, А.С. Интегральные представления и решения задачи типа коши для одного вырождающегося дифференциального уравнения чет-вертого порядка / Сатторов А.С., Джобиров Ё.Р. / Материалы международной научно–практической конфренции, посвященной 20–летию развития естественных, точных и математических наук 2020–2040 годы Таджикский национальной Университет. – Душанбе, – 2022. – С. 206–209.
12. Сатторов, А.С. Тасвири интегралли ҳалли яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназзулбандаи ҷинси ду / А.С. Сатторов, Ё.Р.Ҷобиров // маводҳои конфренсияи ҷумҳуриявӣ ИПС баҳшида ба 80-солагии д.и.ф.м. профессор М. Исмати, – Душанбе, – 2020. – С. 164–170.
13. Сатторов, А.С. Тасвири интегралли ҳалли яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназзулбандаи ҷинси дуи тартиби чор / А.С. Сатторов, Ё.Р. Ҷобиров / Маводи конфренсияи илмӣ-амалӣ байналмиллалӣ дар мавзӯи “Таҳлили комплексӣ ва тадқиқотҳои он” баҳшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои Табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму мориф», Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав. – Бохтар, – 2022. – С. 187–190.
14. Смирнов, М.М. уравнения смешанного типа / М.М. Смирнов – М.: Высшая школа, 1985. – 302 с.

15. Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных / Ф. Трикоми -М.: Из-во иностранной литературы, 1957. – 443 с.
16. Ҷобиров Ё.Р. Тасвири интегралӣ ва ҳалли масъалаи намуди Коши барои яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназзулбандаи ҷинси ду ҳангоми соҳаи характеристикӣ дар ҷорҷаки дуҷум хобидан / Ё.Р. Ҷобиров, Н. Саидниёзов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2022. – №2. – С. 43– 67.

REFERENCES

1. Bitsadze, A.V. Equilibrium of mixed type / A.V. Bitsadze. - M.: ARISTI RAS USSR, 1959. – 164 p.
2. Keldysh, M.V. About some cases of degeneration of the equality of the elliptic type at the border of the region / M.V. Keldysh // RAS USSR. – 1951. – Vol. 77 – No.2 – Pp. 181-183.
3. Moiseev, E.I. problem in the special areas / E.I. Moiseev // Differentiations equations. – 1990. – Vol. 26. – No.1 – Pp. 93-103.
4. Rajabov, N. Some boundary value problems for the equation of the axiomatic field theory / N. Rajabov // Book: "Stills of the functions and differential equations." – Dushanbe: Izvestiya Academy of Sciences of Tajikistan Union SSR, – 1965. – Pp. 79-123.
5. Sabitov, K.B. To the theory of the mixed type / K.B. Sabitov - M.: Fizmatlit, 2014. – 300 p.
6. Sattorov, A.S. Integral representations and boundary value problems for one fourth-order differential equation with one singular line / A.S. Sattorov // Dushanbe: Izvestiya Academy of Sciences of Tajikistan Union SSR, – 1990. – No.4 (118), – Pp. 9-16.
7. Sattorov, A.S. Solution of a Cauchy-type problem for a degenerate fourth-order equation with two singular lines/ A.S. Sattorov // Dushanbe: Reports Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. – 1990. – Vol.33. – No. 2. – Pp. 223-227.
8. Sattorov, A.S. Solution of a Tricomi type problem for a mixed fourth order equation/ Sattorov A.S. // Bulletin of the Leningrad State University. – 1990. –Vol. – 1. Issue 4. – No. 22. – Pp. 18-22.
9. Sattorov, A.S. Integral representations and solution of the Cauchy-type problem for one degenerate differential equation of the fourth order of the first kind / A.S. Sattorov, J.Yu. Nazarov // Dushanbe: Izvestia Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. – 2018. – No.1 (170). – Pp. 21-28
10. Sattorov, A.S. Decreasing Differential Equations / A.S. Sattorov. – Dushanbe, 2021. – 640 p.
11. Sattorov, A.S. Integral representations and solutions of a Cauchy-type problem for a degenerate fourth-order differential equation / A.S. Sattorov, E.R. Jobirov. / Proceedings of the international scientific and practical conference dedicated to the 20th anniversary of the development of natural, exact and mathematical sciences 2020–2040 Tajik National University, – Dushanbe, – 2022. – Pp. 206–209.
12. Sattorov, AS. Integral representations of the solution of one of the degenerate differential equations of the second kind / A.S. Sattorov, Y.R. Jobirov // Materials of the republican Conference of the IPS dedicated to the 80th anniversary of d.p.m.s. Professor M. Ismati, – Dushanbe. – 2020. – Pp. 164-170.
13. Satorov, A.S. Integral representations of the solution of one of the degenerate differential equations of the fourth order / A.S.Sattorov, Y.R. Jobirov / Materials of the international scientific-practical conference on the topic "Complex analysis and its researches" devoted to "Twenty years of study and development of natural sciences, precision and mathematics in the field of science and education", Bokhtar State University named after Nasiri Khusrav. – Bokhtar, – 2022. – Pp. 187–190.
14. Smirnov, M.M. Mixed type equations / M.M. Smirnov – M.: Visshaya shkola , 1985. – 302 p.
15. Tricomi, F. Lectures on partial differential equations / F. Tricomi - M.: Inostrannoy literatury, 1957. – 443 p.
16. Jobirov, Y.R. Integral representations and solution of the problem of the Cauchy type for one of the degenerate differential equations of gender two when the characteristic sphere is lying in the second / Y.R. Jobirov, N. Saidniyozov / Bulletin of the Tajik National University. Series of natural sciences. – 2022. – No.2. – Pp. 43-67.

ТАСВИРИ ИНТЕГРАЛИ ВА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ НАМУДИ КОШИ БАРОИ ЯКЕ АЗ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ТАНАЗЗУЛБАНДАИ ҶИНСИ ДУИ ТАРТИБИ ЧОР ДАР ЧОРҶАКИ ДУИ ҲАМВОРИИ КООРДИНАТӢ

Дар ин мақола барои яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназзулбандаи тартиби чори ҷинси ду дар ҷорҷаки дуи ҳамвории координатӣ тасвири интегралӣ ҳал бо ёрии функсияҳои

ихтиёри ёфта мешаванд. Тасвирҳои интегралҳои муайян карда шуда барои ҳалли масъалаи намуди Коши дар қисми гиперболикии соҳа татбиқ карда мешаванд. Барои муодилаи дифференсиалии тартиби чор

$$L_{\mu, \vartheta} [K(x, y)L_{a, b}u] = 0, \quad (1)$$

ки дар инҷо

$$L_{a, b} \equiv y^m \frac{\partial^2}{\partial y^2} - (-x)^n \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a(-x)^{n-1} \frac{\partial}{\partial x} + by^{m-1} \frac{\partial}{\partial y}, \quad (x < 0)$$

$$K(x, y) = \frac{(-x)^{\frac{a-\mu}{2}} y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{-(\mu-a)(\mu+a-2)(-x)^{n-2} + (\vartheta-b)(\vartheta+b-2)y^{m-2}}$$

μ, ϑ, a, b ва m ададҳои доими мебошанд, тасвири интегралҳои ҳал бо ёрии функсияҳои ихтиёри ёфта шудааст. Тасвири интегралҳои ҳалли муодилаи тартиби чор бо ёрии ду ҳалҳои муодилаҳои дифференсиалии тартиби ду муайян карда мешавад. Вобаста аз қиматҳои қабулкардаи коэффициентҳои муодила тасвири интегралҳои ҳал то ҳашт функсияҳои ихтиёриро дарбар мегирад. Баъзе аз тасвирҳои интегралҳои муайянкардашуда дар ҳалли мансалаҳои намуди Коши татбиқ карда мешаванд. Ҳалли масъалаҳои намуди Коши ба шакли ошкор ёфта шудаанд.

Калидвожаҳо: тасвири интегралӣ, таназзулбанда, функсияҳои ихтиёри, қисми гиперболикӣ, тартиби чор, чинси ду, масъалаи намуди Коши.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТИПА КОШИ ДЛЯ ОДНОГО ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО РОДА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА ВО ВТОРОМ ЧЕТВЕРТИ КООРДИНАТНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

В данной статье для одного из вырождающихся дифференциальных уравнений четвертого порядка второго рода в втором четверте координатной плоскости находится интегральное представление решения с помощью произвольных функций. Найденные интегральные представления применяются для решения задачи типа Коши в гиперболической части области.

Для дифференциального уравнения четвертого порядка

$$L_{\mu, \vartheta} [K(x, y)L_{a, b}u] = 0, \quad (1)$$

который здесь

$$L_{a, b} \equiv y^m \frac{\partial^2}{\partial y^2} - (-x)^n \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a(-x)^{n-1} \frac{\partial}{\partial x} + by^{m-1} \frac{\partial}{\partial y}, \quad (x < 0)$$

$$K(x, y) = \frac{(-x)^{\frac{a-\mu}{2}} y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{-(\mu-a)(\mu+a-2)(-x)^{n-2} + (\vartheta-b)(\vartheta+b-2)y^{m-2}}$$

μ, ϑ, a, b и m — постоянные числа, интегральное представление решения находится с помощью произвольных функций. Интегральное представление решения уравнения четвертого порядка определяется с помощью двух решений дифференциальных уравнений второго порядка. В зависимости от принятых значений коэффициентов уравнения интегральное представление решения включает до восьми произвольных функций. Некоторые из решений этих интегральных представлений применяются при решении задач типа Коши.

Ключевые слова: интегральное представление, вырожденная, произвольные функции, гиперболическая часть, четвертый порядок, второго рода, задача типа Коши

INTEGRAL REPRESENTATION AND SOLUTION OF A TILE-TYPE PROBLEM FOR ONE OF THE DECREASING DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE TWO-FOURTH ORDER IN THE SECOND QUARTER OF THE COORDINATE PLANES

In this article, for one of the degenerate differential equations of the fourth order of the second kind, in the second quarter of the coordinate plane, an integral solution is found using arbitrary functions. The found integral representations are used to solve the Cauchy-type problem in the hyperbolic part of the domain.

For a fourth order differential equation

$$L_{\mu, \vartheta} [K(x, y)L_{a, b}u] = 0, \quad (1)$$

which is here

$$L_{a, b} \equiv y^m \frac{\partial^2}{\partial y^2} - (-x)^n \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a(-x)^{n-1} \frac{\partial}{\partial x} + by^{m-1} \frac{\partial}{\partial y}, \quad (x < 0)$$

$$K(x, y) = \frac{(-x)^{\frac{a-\mu}{2}} y^{\frac{b-\vartheta}{2}}}{-(\mu-a)(\mu+a-2)(-x)^{n-2} + (\vartheta-b)(\vartheta+b-2)y^{m-2}}$$

μ, ϑ, a, b and m are constant numbers, the hyperbolic part, the integral representation of the solution is found with the help of arbitrary functions. Depending on the accepted values of the coefficients of the equation, the representation of the integral includes up to eight optional functions. The integral representation of the solution of the fourth-order equation is determined with the help of two solutions of the second-order differential equations. Some of the defined integral representation are applied in the solution of Cauchy type problems.

Keywords: Integral representation, degenerate, arbitrary functions, hyperbolic part, fourth order, second kind, problem of Cauchy type

Маълумот дар бораи муаллиф: **Ҷобиров Ёқубҷон Расулович** – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, докторанти Ph.D-и кафедраи математикаи оӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 100-20-98-98. **E-mail:** cobirovekubcon729@gmail.com.

Сведения об авторе: **Джобиров Ёқубҷон Расулович** – Таджикский национальный университет, доктор Ph.D кафедры высшей математики. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 100-20-98-98. **E-mail:** cobirovekubcon729@gmail.com.

Information about the authors: **Joburov Yoqubjon Rasulovich** - Tajik National University, Ph.D student of the Department of Higher Mathematics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 100-20-98-98. **E-mail:** cobirovekubcon729@gmail.com.

УДК: 551.577.21: 551.582.1

**ПРОСТРАНСТВЕННО – ВЫСОТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АТМОСФЕРНЫХ
ОСАДКОВ В БАССЕЙНЕ РЕКИ ВАРЗОБ**Норматов И.Ш., Сабурова Г.Н., Муминов А.О., Авази Мирзо
Таджикский национальный университет

ВВЕДЕНИЕ. Степень обеспеченности зон формирования горных рек влагой является ключевым фактором формирования стока и обеспечения водой жителей в низовьях рек и жизнедеятельности флоры, фауны и биоразнообразия [1,2]. Горная экосистема проявляет особую чувствительность к малейшим колебаниям климатических параметров [3-8]. Представляет важное значение перспектива развития процессов снегонакопления, состояние оледенения на верховьях рек и водообеспеченность рек на ближайшие годы в плане планирования деятельности водоемких отраслей экономики и необходимости реализации мероприятий по защите, сохранению и рациональному использованию водных ресурсов.

Можно считать, что моделирование процессов стока талого снега и ледников пока считается единственным инструментом по прогнозу водообеспеченности водных артерий на более длительные периоды. Однако моделирование талого стока в горных регионах сталкивается с двумя проблемами: нехваткой метеорологических данных и неопределенностью параметров из-за ограниченного понимания сложных гидрологических процессов [9].

Проблемы определения источников влагообеспечения региона Центральной Азии, в особенности высокогорной ее части, освещались в серии публикаций последних лет [10-12], в которых средиземноморская влага рассматривается как одна из потенциальных источников осадков в Центральной Азии и предложены много маршрутов поступления средиземноморской влаги в регион, не исключая полярные воздушные массы [13] и континентальные западные ветра [14,15].

Оценкой вклада водяного пара из Средиземноморского региона, анализом ежемесячных проб осадков с двух полевых участков в горах Западного Памира (Таджикистан) на предмет стабильного изотопного состава кислорода ($\delta^{18}\text{O}$), водорода ($\delta^2\text{H}$) и значений избытка дейтерия (d), которые служат индикатором происхождения влаги, было установлено, что в ежемесячных интегрированных пробах на протяжении большей части года избыток дейтерия ниже 13%. Максимальное значение избытка дейтерия 19% наблюдалось в марте, что не согласуется с общим наблюдением увеличения вклада Средиземноморья зимой (декабрь - февраль) [15]. Развитая горная орография способствует проявлению разных климатических условий от полусасушливого до холодно-засушливого на географических широтах Памира. Для Западного Памира характерен полусасушливый климат с жарким засушливым летом и максимумом осадков в зимние месяцы. Однако на Восточном Памире климатические условия холодные и засушливые [16]. В отличие от Гималаев, которые получают осадки в основном от индийского летнего муссона, Памир лежит в переходной зоне различных систем атмосферной циркуляции [17-19] и находится под влиянием западных ветров. Это приводит, с одной стороны, к градиенту осадков с запада на восток (сумма годовых осадков: Хорог = 200 мм/год, Булункул = 100 мм/год), а с другой стороны, к максимуму осадков зимой в виде снега [20]. Лишь в самой восточной части водосбора реки Гунт предполагается усиление влияния индийского муссона. Одним из свидетельств усиления влияния летнего индийского муссона может быть смещение в бассейне реки Гунт максимума осадков на лето [21, 22]. Хотя данное предположение пока является спорным, однако авторы [23] утверждают, что полярные воздушные массы также имеют влияние на осадки в дальневосточной части Памира.

Исследованием изотопного состава рек Западного и Центрального Памира между 70° и 71.1° восточной долготы на высотах 1075–1525 м н.у.м. показано, что $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$ варьируются между -11,5% – -15,05% и -73,68% – -102,67%, с взаимной зависимостью $\delta^2\text{H} = 8,08\delta^{18}\text{O} + 18,97$ ($R^2 = 0,9996$). Точки рассеяния значений изотопов для изученных рек Памира располагаются вплотную к ГМВЛ, что связано с тем, что летом в западной и центральной части Памира выпадает мало осадков, а талая вода ледников обеспечивает основное питание рек, которое характеризуется незначительной степенью фракционирования. Высокие значения d- избытка дают основание утверждать, что основным источником атмосферных осадков на Западном и Центральном Памире является влага из Средиземноморья, переносимая западными воздушными массами [24,25].

Река Варзоб наиболее водоносный приток реки Каферниган формируется при слиянии рек Майхура и Зидди и характеризуется длиной 71 км и площадью бассейна 1740 км². Площадь оледенения занимает не более 3% площади водосбора реки и составляет 37,8 км². Река Зидди питается в основном талыми водами сезонных снегов и ледников, а также подземными и дождевыми водами. В бассейне реки насчитывается около 40 ледников с общей площадью 12 км². Река Майхура вытекает из небольшого ледникового озера с абсолютной высотой около 4008 м н.у.м., питается она в основном талыми водами сезонных снегов, ледников и обильными родниками. В бассейне имеются 28 ледников общей площадью 8,9 км² [26-28]. В бассейн реки Варзоб атмосферная влага поступает из Атлантического океана и поступление в бассейн реки летних индийских муссонов перекрывает горная система Гиндукуш [29].

Влага воздуха океанического происхождения может переноситься на большие расстояния и способствовать выпадению осадков в отдаленных местах. В условиях продолжающегося изменения климата взаимосвязь между источниками и поглотителями водяного пара находится в постоянном развитии и играет важную роль для оценки водного бюджета [1].

Целью настоящей работы является оценка пространственного распределения и взаимной корреляции атмосферных осадков в географических широтах на различных высотах бассейна реки Варзоб относительно уровня моря.

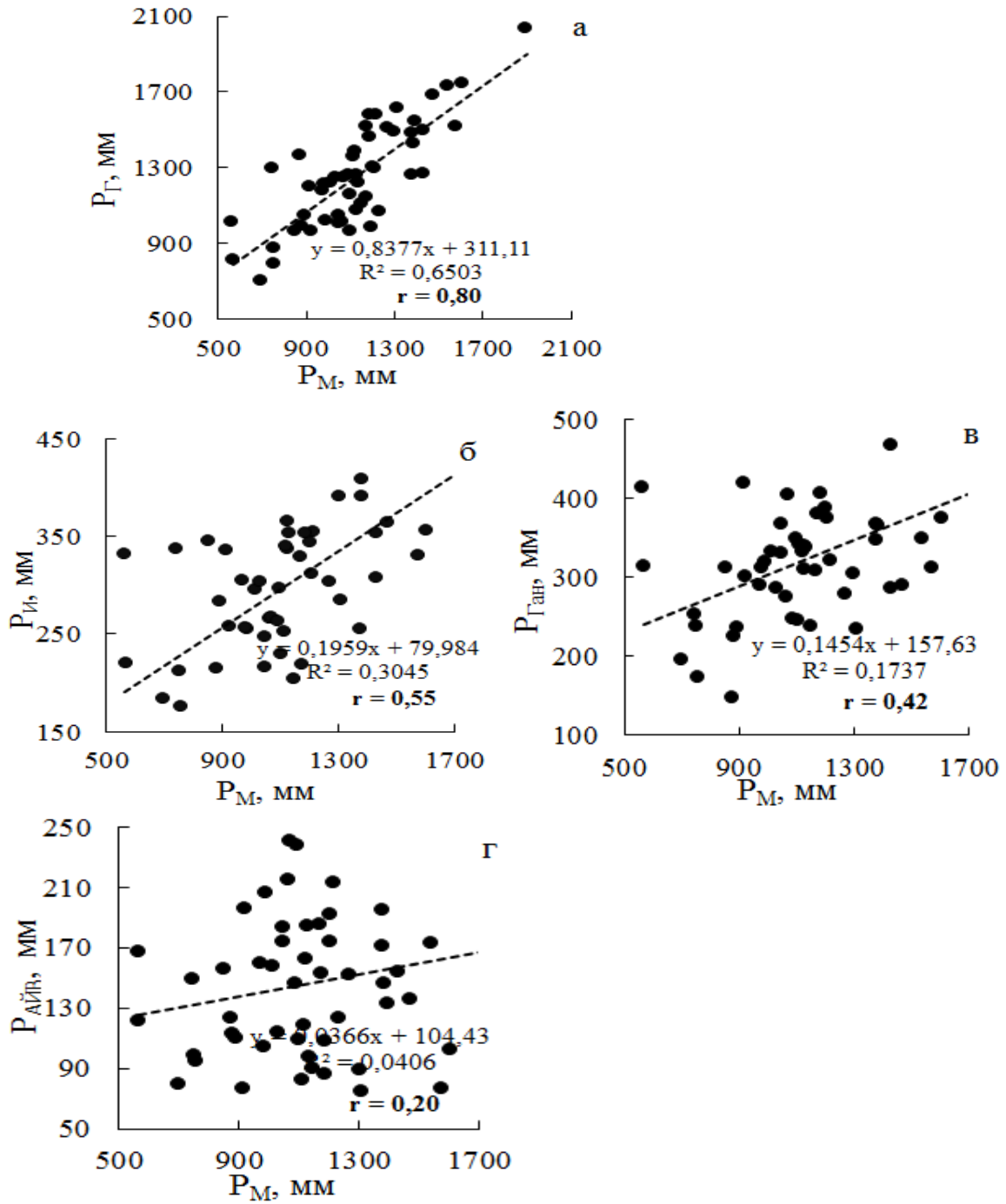
Методы исследований. Были использованы среднемесячные значения атмосферных осадков за период 1960-2020 гг метеорологических станций Айвадж (319 м н.у.м), Бустонабад (1964 м н.у.м), Гушари (1359 м н.у.м), Исанбай (563 м н.у.м), Майхура (1922 м н.у.м). Применялись корреляции Пирсона и Стьюдента для оценки взаимной связи значений атмосферных осадков метеорологических станций бассейна реки Варзоб.

Западные и юго-западные ветры, дующие с Афганистана и Иранского нагорья, приносят осадки в долину с Атлантики. Встречая естественную преграду в виде Гиссарского хребта, эти воздушные потоки достигают бассейна Зеравшана ослабленными, теряя на своем пути изрядную долю влаги (до 2000 мм/год) в Гиссаре в долинах рек Кашкадаря, Сурхандарья, Каферниган и Сорбог. Поступление в бассейн реки Варзоб летних индийских муссонов перекрывает горная система Гиндукуш [29].

Результаты и обсуждение. Корреляционные зависимости количества атмосферных осадков на метеорологических станциях бассейна, расположенных на различных высотах и широтах в состоянии представлять реальную картину процесса. На рис.1 и таблице представлены взаимные корреляции атмосферных осадков на метеорологических станциях бассейна реки Варзоб.

Рисунок 1. Взаимная корреляция значений атмосферных осадков на метеостанции Майхура с данными метеостанций Гушари (а), Исанбай (б), Ганджина (в), Айвадж (г), Анзоб(д) и Бустонабад (е).

Figure 1. Mutual correlation of atmospheric precipitation at the Maykhura weather station with data from the Gushary (a), Isanbay (b), Ganjina (c), Aivaj (d), Anzob (d) and Bustonabad (f) weather stations



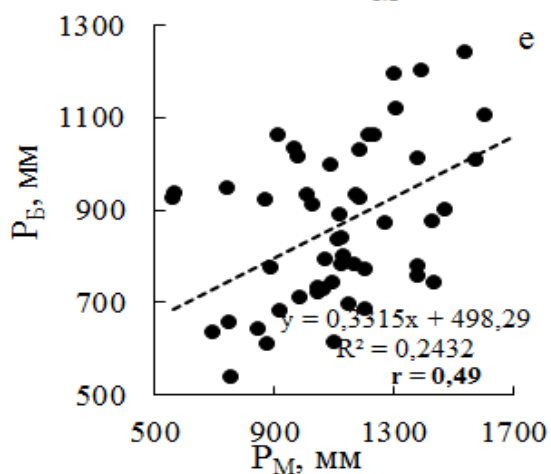
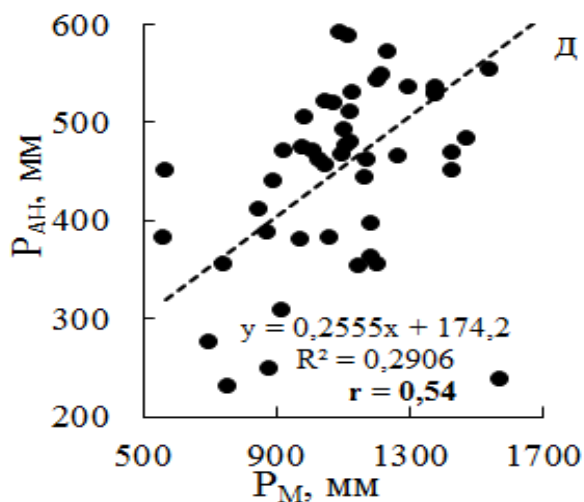


Таблица. Значений коэффициентов корреляций атмосферных осадков между данными метеорологических станций бассейна реки Варзоб
Table. Precipitation correlation coefficients of the Varzob river basin meteorological stations

	Майхура	Гушари	Исанбай	Ганджина	Айвадж	Анзоб	Бустонабад
Майхура	1						
Гушари	0,8	1					
Исанбай	0,6	0,5	1				
Ганджина	0,4	0,3	0,7	1			
Айвадж	0,2	0,1	0,2	0,3	1		
Анзоб	0,5	0,5	0,5	0,4	0,2	1	
Бустонабад	0,5	0,7	0,5	0,4	-0,1	0,5	1

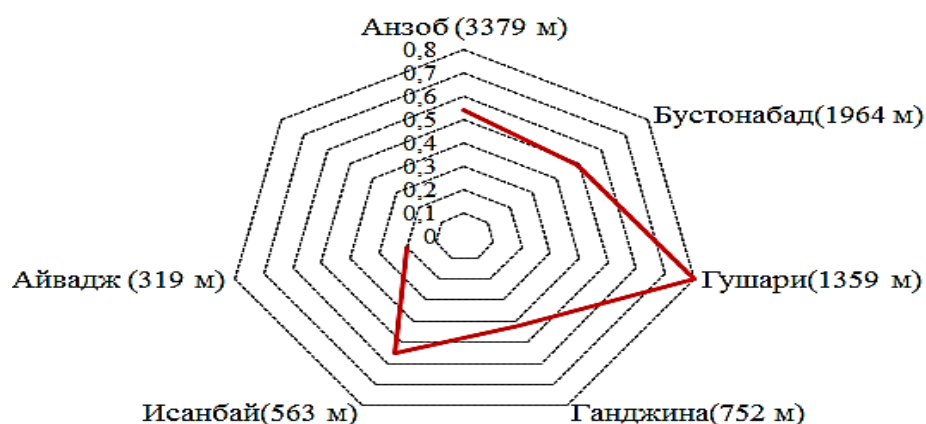
Из рис.1 и таблицы видно, что между значениями атмосферных осадком метеорологических станций бассейна реки Варзоб наблюдается тесная корреляция за

исключением метеостанций Ганджина и Айвадж. Это также в более наглядной форме представлено на рис.2.

Рисунок 2. Распределение коэффициентов корреляций атмосферных осадков метеорологической станции Майхура с метеостанциями Айвадж, Анзоб, Бустонабад, Ганджина, Гушари и

Исанбай

Figure 2. Distribution of correlation coefficients of atmospheric precipitation at the Maykhura meteorological station with the Aivaj, Anzob, Bustonabad, Ganjina, Gushary and Isanbay meteostations



Незначительные значения коэффициентов корреляции атмосферных осадков метеостанций Айвадж и Ганджина главным образом обусловлены наличием существенного градиента температуры между северной и южной частью бассейна реки Варзоб. Более высокие значений среднемесячной температуры в южной части бассейна и благодаря горно – долинной циркуляции большое количество водяного пара выталкивается в более холодную часть с занесением в верх, в горную часть бассейна.

ВЫВОДЫ. Установлена тесная корреляционная зависимость значений атмосферных осадков на метеорологических станциях бассейна реки Варзоб. Существование процессов горно-долинных циркуляций, обусловленное градиентом температурных фронтов, приводит к выталкиванию влажных воздушных масс и уменьшению количество осадков. В бассейне реки Варзоб данное явление было обнаружено в районе метеостанций Айвадж и Ганджина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Viviroli, D. Mountains of the world, water towers for humanity: Typology, mapping, and global significance / D. H. N. Viviroli, B. Dürr, M. Meybeck, R. Weingartner // *Water Resour. Res.* – 2007. – Vol. 43. – P. W07447. doi: 10.1029/2006WR005653.
2. Langston, G. Internal structure and hydrological functions of an alpine proglacial moraine / G. Langston, L.R. Bentley, M. Hayashi, M., A. McClymont, A. Pidlisecky // *Hydrol. Processes.* – 2011. – Vol. 25(19). – Pp. 2967-2982. <https://doi.org/10.1002/hyp.8144>.
3. Immerzeel W. Large-scale monitoring of snow cover and runoff simulation in Himalayan river basins using remote sensing / W. Immerzeel, P. Droogers, S. de Jong, M. Bierkens // *Remote Sens. Env.* – 2009. – Vol. 113. – Pp. 40–49.
4. Immerzeel, W. Rising river flows throughout the twenty-first century in two Himalayan glacierized watersheds / W. Immerzeel, F. Pellicciotti, M. Bierkens // *Nature Geosci.* – 2013. – Vol. 6. – Pp. 742–745. <https://doi.org/10.1038/ngeo1896>.
5. Immerzeel, W. Hydrological response to climate change in a glacierized catchment in the Himalayas / W. Immerzeel, L.P.H. Van Beek, M. Konz, A. B. Shrestha, M. F. P. Bierkens. // *Climatic Change.* – 2012. – Vol.110. – Pp. 721–736. <https://doi.org/10.1007/s10584-011-0143-4>.
6. Immerzeel, W. Climate Change Will Affect the Asian Water Towers / W. Immerzeel, L.P.H. Van Beek, M.F.P. Bierkens // *Science.* – 2010. – Vol. 328 (5984). – Pp. 1382-1385. doi: 10.1126/science.1183188.

7. Lutz, A.F. Consistent increase in High Asia's runoff due to increasing glacier melt and precipitation / A.F. Lutz, W. Immerzeel, A.B. Shrestha, M.F.P. Bierkens // *Nat. Clim. Change*. – 2014. – Vol.4. – Pp. 587–592.
8. Jeelani, G. Influence of southwest monsoons in the Kashmir Valley, western Himalayas / G. Jeelani, R.D. Deshpande, R.A. Shah, W. Hassan // *Isot. Environ. Health Study*. – 2017. – Vol.53. – Pp.400–412.
doi:10.1080/10256016.2016.1273224.
9. Normatov, I. Climate change impact on hydrological characteristics and water availability of the Mountain Pamir Rivers / I. Normatov, P. Normatov // *Proc. IAHS*. – 2020. – Vol. 383. – Pp 31-41. <https://doi.org/10.5194/piahs-383-31-2020>.
10. Aizen, V. B. Climate, snow cover, glaciers, and runoff in the Tien Shan, Central Asia / V.B. Aizen, E.M. Aizen, J.M. Melack // *J. Am. Water Resources Assoc.* – 1995. – Vol. 31. – Pp. 1113–1129. doi:10.1111/j.1752-1688.1995.tb03426.x.
11. Kreutz, K. J. Seasonal deuterium excess in a Tien Shan ice core: influence of moisture transport and recycling in Central Asia // K. J. Kreutz, C.P. Wake, V.B. Aizen, L. DeWayne Cecil, H.A. Synal // *Geophys. Res. Lett.* – 2003. – Vol. 30. – Pp.21–24.
12. Tian, L. Stable isotopic variations in west China: a consideration of moisture sources / L. Tian, T. Yao, K. Mac Clune, J.W.C. White, A. Schilla // *J. Geophys. Res.* – 2007. – Vol. 112. – Pp. 1–12.
13. Aizen, V. B. Isotopic measurements of precipitation on central Asian glaciers (southeastern Tibet, northern Himalayas, central Tien Shan) / V.B. Aizen, E.M. Aizen, J. Melack, T. Martma // *J. Geophys. Res.* – 1996. – Vol. 101. – Pp.9185–9196.
doi:10.1029/96JD00061.
14. Karim, A. Water balance of the Indus River Basin and moisture source in the Karakoram and western Himalayas: implications from hydrogen and oxygen isotopes in river water / A. Karim, J. Veizer // *J. Geophys. Res.: Atmos.* – 2002. – Vol. 107. – Pp. 1–12.
15. Juhlke, T.R. Assessing moisture sources of precipitation in the Western Pamir Mountains (Tajikistan, Central Asia) using deuterium excess / T.R. Juhlke, Ch. Meier, R. Van Geldern, K.A. Vanselow, J. Wernicke, J. Baidulloeva, J.A.C. Barth // *Tellus B: Chem & Phys. Meteorol.* – 2019. – Vol. 71(1). – Pp. 1-15. doi:10.1080/16000889.2019.1601987.
16. Peel, M. C. Updated world map of the Köppen-Geiger climate classification / M.C. Peel, B.L. Finlayson, T.A. McMahon // *Hydrology and Earth System Sciences*. – 2007. – Vol. 11. – Pp. 1633–1644.
17. Aizen V.B., Mayewski P.A., Aizen E.M., Joswiak D.R., Surazakov A.B., Kaspari S., Grigholm B., Krachler M., Handley M., Finaev A. Stable-isotope and trace element time series from Fedchenko glacier (Pamirs) snow/firn cores / V.B. Aizen, P.A. Mayewski, E.M. Aizen, D.R. Joswiak, A.B. Surazakov, S. Kaspari, B. Grigholm, M. Krachler, M. Handley, A. Finaev // *J. Glaciol.* – 2009. – Vol. 55. – Pp. 275–291.
18. Zech, R. Late Quaternary glacial and climate history of the Pamir Mountains derived from cosmogenic ¹⁰Be exposure ages / R. Zech, U. Abramowski, B. Glaser, P. Sosin, P.W. Kubik, W. Zech // *Quaternary Research*. – 2005. – Vol. 64 (2). – Pp. 212–220. doi:10.1016/j.yqres.2005.06.002.
19. Fuchs, M. C. Tectonic and climatic forcing on the Panj river system during the Quaternary / M.C. Fuchs, R. Gloaguen, E. Pohl // *Int. J. Earth Sci (Geol Rundsch)*. – 2013. – Vol. 102 (7). – Pp. 1985–2003. doi:10.1007/s00531-013-0916-2.
20. Maussion, F. Precipitation Seasonality and Variability over the Tibetan Plateau as Resolved by the High Asia Reanalysis / F. Maussion, D. Scherer, T. Mölg, E. Collier, J. Curio, R. Finkelburg // *J. Climate*. – 2014. – Vol. 27 (5). – Pp. 1910–1927. doi: 10.1175/JCLI-D-13-00282.1.
21. Pohl, E. Sensitivity analysis and implications for surface processes from a hydrological modelling approach in the Gunt catchment, high Pamir Mountains / E. Pohl, M. Knoche, R. Gloaguen, Ch. Andermann, P. Krause // *Earth Surf. Dynam.* – 2015. – Vol. 3(3). – Pp. 333– 362. doi: 10.5194/esurf-3-333-2015.
22. Meier, C. Stable isotopes in river waters in the Tajik Pamirs: regional and temporal characteristics / C. Meier, M. Knoche, R. Merz, S.M. Weise // *Isot. Environ. Health Study*. – 2013. – Vol.49. – Pp. 542–554.
doi:10.1080/10256016.2013.835809.
23. Knoche, M. Bridging Glaciological and Hydrological Trends in the Pamir Mountains, Central Asia / M. Knoche, R. Merz, M. Lindner, S.M. Weise // *Water*. – 2017. – Vol.9 (6). – Pp. 422-234. doi:10.3390/w9060422.
24. Норматов, И.Ш. Сезонные и высотные колебания стабильных изотопов рек Западного и Центрального Памира / И.Ш. Норматов, Г.Т. Фрумин, А. А. Хомидов // *Гидрометеорология и экология*. – 2022. – № 67. – С. 27-34.

25. Норматов, И.Ш. Пространственное распределение атмосферных осадков Центрального и Западного Памира и их влияние на формирование изотопного состава поверхностных вод / И.Ш. Норматов, А. Хомидов, П.И. Норматов, А.О. Муминов // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. –2022. – №2 (384). – С.74-82.
26. Каталог Ледников СССР. Т. 14. Средняя Азия. Вып. 3. Амударья. Ч.5. Бассейн р. Кофарниган /В.И. Квачев, А.Г. Санников, Л.Н. Соколов. Ленинград: Гидрометеоздат. –1968. – С. 44.
27. Агентство по статистике при Президенте Республики Таджикистан. Паспорт Варзобского района. Душанбе: Агентство по статистике при Президенте Республики Таджикистан. – 2008. – С.82.
28. Атлас Таджикской ССР. Dushanbe: Атлас. –1968. – С. 199.
29. Gulahmadov, N. Assessment of Temperature, Precipitation, and Snow Cover at Different Altitudes of the Varzob River Basin in Tajikistan / N. Gulahmadov, Y. Chen, M. Gulakhmadov, Z. Satti, M. Naveed, R. Davlyatov, S. Ali, A. Gulakhmadov // Appl. Sci. –2023. – Vol. 13. – Pp. 5583 – 5598. <https://doi.org/10.3390/app13095583>.

REFERENCES

1. Viviroli, D. Mountains of the world, water towers for humanity: Typology, mapping, and global significance / D. H. N. Viviroli, B. Dürr, M. Meybeck, R. Weingartner // Water Resour. Res. – 2007. – Vol. 43. – P. W07447. doi: 10.1029/2006WR005653.
2. Langston, G. Internal structure and hydrological functions of an alpine proglacial moraine / G. Langston, L.R. Bentley, M. Hayashi, M., A. McClymont, A. Pidlisceky // Hydrol. Processes. – 2011. – Vol. 25(19). – Pp. 2967-2982. <https://doi.org/10.1002/hyp.8144>.
3. Immerzeel W. Large-scale monitoring of snow cover and runoff simulation in Himalayan river basins using remote sensing / W. Immerzeel, P. Droogers, S. de Jong, M. Bierkens // Remote Sens. Env. – 2009. – Vol. 113. – Pp. 40–49.
4. Immerzeel, W. Rising river flows throughout the twenty-first century in two Himalayan glacierized watersheds / W. Immerzeel, F. Pellicciotti, M. Bierkens // Nature Geosci. – 2013. – Vol. 6. – Pp. 742–745. <https://doi.org/10.1038/ngeo1896>.
5. Immerzeel, W. Hydrological response to climate change in a glacierized catchment in the Himalayas / W. Immerzeel, L.P.H. Van Beek, M. Konz, A. B. Shrestha, M. F. P. Bierkens. // Climatic Change. – 2012. – Vol.110. – Pp. 721–736. <https://doi.org/10.1007/s10584-011-0143-4>.
6. Immerzeel, W. Climate Change Will Affect the Asian Water Towers / W. Immerzeel, L.P.H. Van Beek, M.F.P. Bierkens // Science. – 2010. – Vol. 328 (5984). – Pp. 1382-1385. doi: 10.1126/science.1183188.
7. Lutz, A.F. Consistent increase in High Asia’s runoff due to increasing glacier melt and precipitation / A.F. Lutz, W. Immerzeel, A.B. Shrestha, M.F.P. Bierkens // Nat. Clim. Change. – 2014. – Vol.4. – Pp. 587–592.
8. Jeelani, G. Influence of southwest monsoons in the Kashmir Valley, western Himalayas / G. Jeelani, R.D. Deshpande, R.A. Shah, W. Hassan // Isot. Environ. Health Study. – 2017. – Vol.53. – Pp.400–412. doi:10.1080/10256016.2016.1273224.
9. Normatov, I. Climate change impact on hydrological characteristics and water availability of the Mountain Pamir Rivers / I. Normatov, P. Normatov // Proc. IAHS. – 2020. – Vol. 383. – Pp 31-41. <https://doi.org/10.5194/piahs-383-31-2020>.
10. Aizen, V. B. Climate, snow cover, glaciers, and runoff in the Tien Shan, Central Asia / V.B. Aizen, E.M. Aizen, J.M. Melack // J. Am. Water Resources Assoc. – 1995. – Vol. 31. – Pp. 1113–1129. doi:10.1111/j.1752-1688.1995.tb03426.x.
11. Kreutz, K. J. Seasonal deuterium excess in a Tien Shan ice core: influence of moisture transport and recycling in Central Asia // K. J. Kreutz, C.P. Wake, V.B. Aizen, L. DeWayne Cecil, H.A. Synal // Geophys. Res. Lett. – 2003. – Vol. 30. –Pp.21–24.
12. Tian, L. Stable isotopic variations in west China: a consideration of moisture sources / L. Tian, T. Yao, K. Mac Clune, J.W.C. White, A. Schilla // J. Geophys. Res. – 2007. – Vol. 112. – Pp. 1–12.
13. Aizen, V. B. Isotopic measurements of precipitation on central Asian glaciers (southeastern Tibet, northern Himalayas, central Tien Shan) / V.B. Aizen, E.M. Aizen, J. Melack, T. Martma // J. Geophys. Res. – 1996. – Vol. 101. – Pp.9185–9196. doi:10.1029/96JD00061.
14. Karim, A. Water balance of the Indus River Basin and moisture source in the Karakoram and western Himalayas: implications from hydrogen and oxygen isotopes in river water / A. Karim, J. Veizer // J. Geophys. Res.: Atmos. – 2002. – Vol. 107. – Pp. 1–12.
15. Juhlke, T.R. Assessing moisture sources of precipitation in the Western Pamir Mountains (Tajikistan, Central Asia) using deuterium excess / T.R. Juhlke, Ch. Meier, R. Van Geldern, K.A. Vanselow, J. Wernicke, J. Baidulloeva, J.A.C. Barth // Tellus B: Chem & Phys. Meteorol. – 2019. – Vol. 71(1). – Pp. 1-15. doi:10.1080/16000889.2019.1601987.

16. Peel, M. C. Updated world map of the Köppen-Geiger climate classification / M.C. Peel, B.L. Finlayson, T.A. McMahon // *Hydrology and Earth System Sciences*. – 2007. – Vol. 11. – Pp. 1633–1644.
17. Aizen V.B., Mayewski P.A., Aizen E.M., Joswiak D.R., Surazakov A.B., Kaspari S., Grigholm B., Krachler M., Handley M., Finaev A. Stable-isotope and trace element time series from Fedchenko glacier (Pamirs) snow/firn cores / V.B. Aizen, P.A. Mayewski, E.M. Aizen, D.R. Joswiak, A.B. Surazakov, S. Kaspari, B. Grigholm, M. Krachler, M. Handley, A. Finaev // *J. Glaciol.* – 2009. – Vol. 55. – Pp. 275–291.
18. Zech, R. Late Quaternary glacial and climate history of the Pamir Mountains derived from cosmogenic ¹⁰Be exposure ages / R. Zech, U. Abramowski, B. Glaser, P. Sosin, P.W. Kubik, W. Zech // *Quaternary Research*. – 2005. – Vol. 64 (2). – Pp. 212–220. doi:10.1016/j.yqres.2005.06.002.
19. Fuchs, M. C. Tectonic and climatic forcing on the Panj river system during the Quaternary / M.C. Fuchs, R. Gloaguen, E. Pohl // *Int. J. Earth Sci (Geol Rundsch)*. – 2013. – Vol. 102 (7). – Pp. 1985–2003. doi:10.1007/s00531-013-0916-2.
20. Maussion, F. Precipitation Seasonality and Variability over the Tibetan Plateau as Resolved by the High Asia Reanalysis / F. Maussion, D. Scherer, T. Mölg, E. Collier, J. Curio, R. Finkelnburg // *J. Climate*. – 2014. – Vol. 27 (5). – Pp. 1910–1927. doi: 10.1175/JCLI-D-13-00282.1.
21. Pohl, E. Sensitivity analysis and implications for surface processes from a hydrological modelling approach in the Gunt catchment, high Pamir Mountains / E. Pohl, M. Knoche, R. Gloaguen, Ch. Andermann, P. Krause // *Earth Surf. Dynam.* – 2015. – Vol. 3(3). – Pp. 333–362. doi: 10.5194/esurf-3-333-2015.
22. Meier, C. Stable isotopes in river waters in the Tajik Pamirs: regional and temporal characteristics / C. Meier, M. Knoche, R. Merz, S.M. Weise // *Isot. Environ. Health Study*. – 2013. – Vol.49. – Pp. 542–554. doi:10.1080/10256016.2013.835809.
23. Knoche, M. Bridging Glaciological and Hydrological Trends in the Pamir Mountains, Central Asia / M. Knoche, R. Merz, M. Lindner, S.M. Weise // *Water*. – 2017. – Vol.9 (6). – Pp. 422-234. doi:10.3390/w9060422.
24. Normatov, I. Sh. Sezonnaya i vysotnaya kolebaniya stabil'nykh izotopov rek Zapadnogo i Central'nogo Pamira / I. Sh. Normatov, G.T. Frumin, A. Homidov // *Gidrometeorologiya i ekologiya*. – 2022. – № 67. – С. 27-34.
25. Normatov, I. Sh. Prostranstvennoye raspredeleniye atmosferynykh osadkov Central'nogo i Zapadnogo Pamira i ih vliyaniye na formirovaniye izotopnogo sostava poverhnostnykh vod / I. Sh. Normatov, A. Homidov, P.I. Normatov, A.O. Muminov // *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy*. – 2022. – №2 (384). – С.74-82.
26. Каталог Ледников СССР. Т. 14. Crednyaya Aziya. Ch. 3. Amudar'ya. CH.5. Bassejn r. Kofarnigan /B.I. Kvachev, A.G. Cannikov, L.N. Cokolov. Leningrad: Gidrometeoizdat. –1968. – S. 44.
27. Agentstvo po statistike pri Prezidente Respubliki Tadjhikistan. Pasport Barzobskogo rajona. Dushanbe: Agentstvo po statistike pri Prezidente Respubliki Tadjhikistan. – 2008. – С.82.
28. Atlas Tadjhikskoj CCR. Dushanbe: Atlas. –1968. – S. 199. Gulahmadov, N. Assessment of Temperature, Precipitation, and Snow Cover at Different Altitudes of the Varzob River Basin in Tajikistan / N. Gulahmadov, Y. Chen, M. Gulakhmadov, Z. Satti, M. Naveed, R. Davlyatov, S. Ali, A. Gulakhmadov // *Appl. Sci*. – 2023. – Vol. 13. – Pp. 5583 – 5598. <https://doi.org/10.3390/app13095583>.

ТАҚСИМОТИ ФАЗОЙ ВА БО БАЛАНДИИ БОРИШОТИ АТМОСФЕРӢ ДАР ҲАВЗАИ ДАРӢИ ВАРЗОБ

Мақсади мақола мониторинги шароити метеорологии ҳавзаи дарӢи Варзоб ва омӯзиши таносуби мутақобилаи арзишҳои миёнаи солонаи боришот дар шабақаҳои метеорологии ҳавзаҳои барои солҳои 1960-2020 мебошад. Байни арзишҳои боришот дар шабақаи метеорологии Майхура ва маълумоти дигар шабақаҳои ҳавза, ба истиснои шабақаҳои метеорологии Айваҷ ва Ганчина таносуби зич муқаррар карда шудааст. Таъсири градиенти ҷойдоштаи ҳарорат байни қисматҳои шимол ва ҷониби ҳавзаи дарӢи Варзоб ва сиркулятсияи кӯҳӣ - водигӣ ба тақсими фазоии боришоти атмосферӣ муқаррар карда шуд. Ба ҳайси хатсайри асосии манбаи боришот дар ҳавзаи дарӢи Варзоб намояи аз уқёнуси Атлантик пешниҳод гардид, ки массаҳои ҳавои ғарбӣ онро ба ҳавзаҳои дарӢи чумхурӣ интиқол медиҳанд.

Калидвожаҳо: Варзоб, боришот, таносуб, градиенти ҳарорат, сиркулятсия, массаи ҳаво

ПРОСТРАНСТВЕННО – ВЫСОТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ В БАССЕЙНЕ РЕКИ ВАРЗОБ

Целью настоящей работы является мониторинг метеорологических условий бассейна реки Варзоб и изучение взаимной корреляции среднегодовых значений атмосферных осадков метеорологических станций бассейна за период 1960-2020 гг. Установлена тесная корреляционная зависимость значений осадков на метеостанции Майхура с данными остальных метеостанций

бассейна за исключением метеостанций Айвадж и Ганджина. Обнаружено влияние градиента температуры между северной и южной частями бассейна реки Варзоб и горно-долинной циркуляции на пространственное распределение атмосферных осадков. Предположено, что основным каналом поступления источников осадков в бассейне реки Варзоб является влага из Атлантического океана, переносимая западными воздушными массами.

Ключевые слова: Варзоб, атмосферные осадки, корреляция, градиент температуры, циркуляция, воздушная масса

SPATIO-ALTITUDE DISTRIBUTION OF ATMOSPHERIC PRECIPITATION IN THE VARZOB RIVER BASIN

The purpose of this work is to monitor the meteorological conditions of the Varzob River basin and study the cross-correlation of average annual precipitation values at the basin's meteorological stations for the period 1960-2020. A close correlation between precipitation values at the Maykhura weather station and data from other weather stations in the basin with the exception of the Aivaj and Ganjina meteorostations has been established. The temperature gradient between the Northern and Southern of the Varzob River and the mountain-valley circulation influence on the spatial distribution of atmospheric precipitation was observed. It is assumed that the main channel for the supply of precipitation sources in the Varzob River basin is moisture from the Atlantic Ocean carried by western air masses.

Key words: Varzob, precipitation, correlation, temperature gradient, circulation, air mass

Маълумот дар бораи муаллифон: **Норматов Ином Шерович** – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, доктори илмҳои химия, профессор, узви вобастаи АМИТ, мудири кафедраи метеорологияи климатологияи. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Сабурова Гурдофарид Нақимовна – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, унвонҷӯи кафедраи экологияи факултети биология. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com.

Мӯминов Абулқосим Оманқулович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон номзади илмҳои ҷуғрофӣ, дотсенти кафедраи метеорология ва климатологияи факултети физика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 93 525 00 86. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru.

Авази Мирзо - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, муаллими калони кафедраи усули таълими физикаи факултети физика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

Сведения об авторах: **Норматов Ином Шерович** – Таджикский национальный университет, доктор химических наук, профессор, член-корреспондент НАНТ, заведующий кафедрой метеорологии и климатологии. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Сабурова Гурдофарид Нақимовна – Таджикский национальный университет, соискатель кафедры экологии биологического факультета. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com

Муминов Абулқосим Оманқулович – Таджикский национальный университет, кандидат географических наук, доцент кафедры метеорологии и климатологии физического факультета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 93 525 00 86. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru

Авази Мирзо – Таджикский национальный университет, старший преподаватель кафедры методики преподавания физики физического факультета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

Information about the authors: **Normatov Inom Sherovich** – Tajik National University, Doctor of Chemical Sciences, Corresponding Member of NAST, Head of the Department of Meteorology and Climatology. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Saburova Gurdofarid Naqibovna - Tajik National University, Applicant of Ecology Department of Biology Faculty. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com

Muminov Abulkosim Omanqulovich - Tajik National University, Candidate of Geographical Sciences, assistant professor of the Department of Meteorology and Climatology, Faculty of Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992)935250086. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru

Avazi Mirzo - Tajik National University, Senior lecturer at the Department of Methods of Teaching Physics, Faculty of Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

СТРУКТУРА И СВЕТОСТОЙКОСТЬ ГРАФЕНОКСИДНАПОЛНЕННОГО ПОЛИЭТИЛЕНА

¹Рашидов Д., ¹Табаров С.Х., ²Возняковский А.П., ¹Содиков Ф.Х.,

¹Исматов Ш.П., ¹Акназарова Ш.И., ¹Дустов А.И.

¹Таджикский национальный университет

²ФГУП «НИИСК им. С. В. Лебедева»

Анализ литературы по исследованию влияния малых добавок наноуглеродных материалов на свойства полимеров позволяет оценить возможность их использования в качестве модификаторов полимерных систем с целью получения материалов нового поколения.

В качестве модифицирующих добавок к полимерам, как правило, используют различные новые аллотропные формы углерода, такие как фуллерены, нанотрубки, графены и др. [1, с.110; 2, с.1158; 3, с.20]. При этом, особое внимание привлекают 2Д углеродные структуры- графены. Одним из перспективных путей синтеза 2Д углеродных структур в необходимых для практики количествах является процесс самораспространяющегося высокотемпературного синтеза [4, с.180]. Другим наиболее простым способом получения 2Д углеродных структур является радиационная деструкция многостенных углеродных нанотрубок под действием гамма-излучения. В случае облучения в воздушной среде преимущественно образуются частицы окисленной формы графенов- так называемые графеноксиды [5, с.130]. Под графеноксидами понимают частицы графена с терминальными кислородосодержащими группами. Несомненно, что получение и изучения материалов с высокими механическими и прочностными характеристиками на основе включений из упорядоченных наночастиц, типа графеноксидов является задачей весьма актуальной.

Следует отметить, что исследованию структуры, тепловых и механических свойств, характера структурных преобразований в модифицированных наноуглеродными частицами полимерах посвящено немало работ [6, с.174; 7, с.20; 8, с.21; 9, с.388; 10, с.8; 11, с.13]. Однако вопросы влияния, как технологии получения, так и концентрации наполнителей на структуру, теплофизические и механические свойства наноуглеродсодержащих полимеров, их изменения в зависимости от условий испытания пока остаются не до конца изученными.

В частности, особый интерес представляет проблема светостойкости полимеров и композитов на их основе в условиях действия УФ-излучения, как наиболее распространённого и достаточно уязвимо для полимеров фактора. К сожалению, сведения о влиянии УФ-излучения на структуру и физические свойства наноуглероднаполненных полимерных композитов в литературе практически отсутствуют либо крайне недостаточны. Особый интерес подобные исследования должны представлять для специалистов авиастроения, при строительстве долгосрочных полимерных конструкций, работающих в условиях повышенной солнечной инсоляции.

Целью настоящего исследования является изучение влияния УФ-облучения на структуру, тепловые и деформационно-прочностные свойства полиэтилена, наполненного графеноксидами различного происхождения и модифицированными наноалмазами.

В качестве объекта исследования использовали полиэтилен низкой плотности (ПЭНП) с молекулярной массой $M = 6 \cdot 10^4$ [5, с.130]. Наполнителями служили порошки графеноксидов (ГО), синтезированных из природного лигнина (ЛГО) и крахмала (КГО) в процессе самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) [4, с.180] и детонационных наноалмазов (ДНА), модифицированных триметилсилиловыми $-\text{Si}(\text{CH}_3)_3$ фрагментами [12, с.380].

Образцы плёнок композитов получали отливкой смешанных растворов полимера и наполнителя в бромбензоле. Концентрацию графеноксида меняли в пределах 1-5% масс. Сформованные пленки композиционного материала имели толщину 30-50 мкм. Структуру образцов изучали на рентгенодифрактометрах ДРОН-2 и КРМ-1 с использованием медного излучения, фильтрованного никелем. Тепловые и механические свойства композитов изучали на приборе ДСК 204F1 и стандартной разрывной машине РМ-1 при относительной скорости движения подвижного зажима $0,0125 \text{ c}^{-1}$. Образцы для механических испытаний вырезали в форме двойной лопатки с рабочей длиной 25 мм и шириной 3,5 мм. УФ-облучение образцов производили монохроматическим светом лампы холодного свечения БУВ-30 с длиной волны $\lambda=254 \text{ нм}$. Интенсивность облучения составляла величину $5,35 \cdot 10^{25} \text{ квант/м}^2\text{с}$.

Светостойкость образцов оценивали двумя способами: 1) по изменению отношения разрывной прочности облученных образцов σ_t к разрывной прочности исходного образца σ_0 в зависимости от времени облучения; 2) по изменению предела текучести образцов в зависимости от времени облучения.

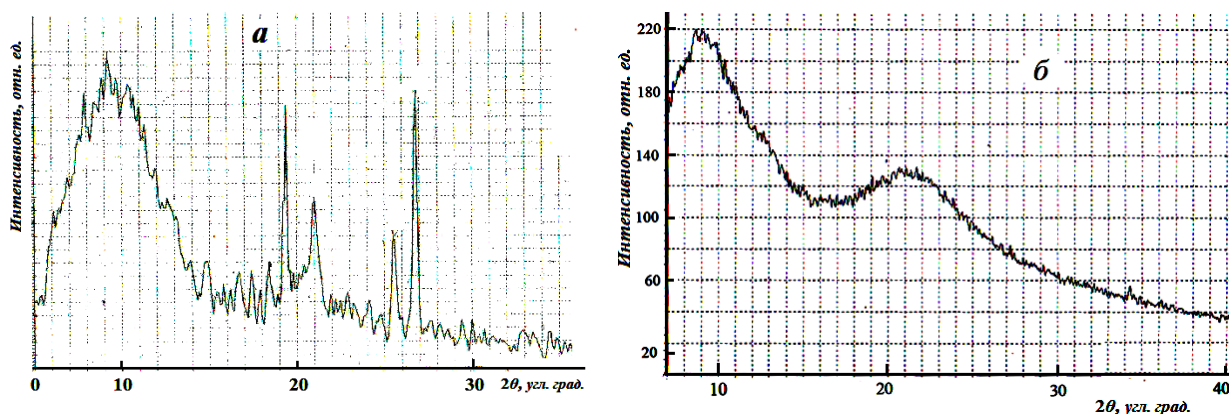
Для полноты картины исследования первым делом нами была изучена структура использованных наполнителей- мелкозернистых порошков, карбонизированных лигнина, крахмала и модифицированных триметилсилилом наноалмазов.

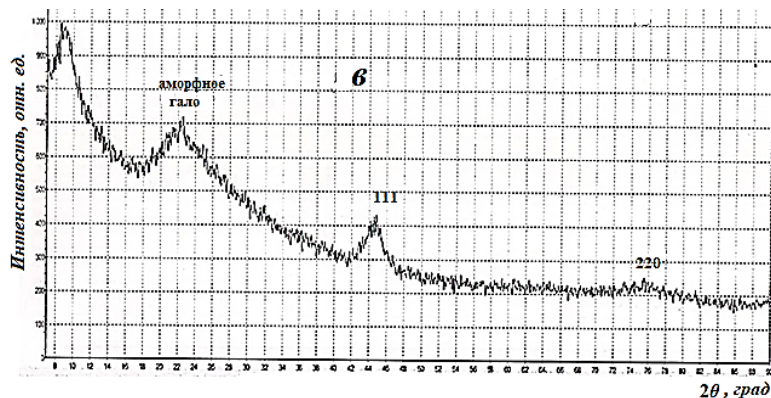
На рис.1 приведены большеугловые рентгенограммы (БР) порошков лигнинового (ЛГО) (а) и крахмального (КГО) графеноксида (б), а также модифицированных детонационных наноалмазов (ДНА) (в).

На БР лигнина наблюдаются кристаллические рефлексы на углах $2\theta = 19,37^\circ$; 21° ; $25,5^\circ$ и $2\theta = 26,7^\circ$ (рис. 1а). Такая форма дифрактограммы характерна для частиц многослойного графена [13, с.3120; 11, с.1562]. Появление кристаллического рефлекса на угле $2\theta = 26,7^\circ$ можно связать с терминальными кислородсодержащими группами-образованием графеноксида, а кристаллический рефлекс на угле $2\theta = 25,5^\circ$ соответствует графиту и указывает на то, что в процессе самоорганизации формируются частицы с небольшим числом слоёв.

Рисунок.1. Большеугловые рентгенограммы карбонизированных природных лигнина (а), крахмала (б) и модифицированных ДНА (в).

Figure 1. High-angle X-ray patterns of carbonized natural lignin (a), starch (b), and modified DNDs (c).



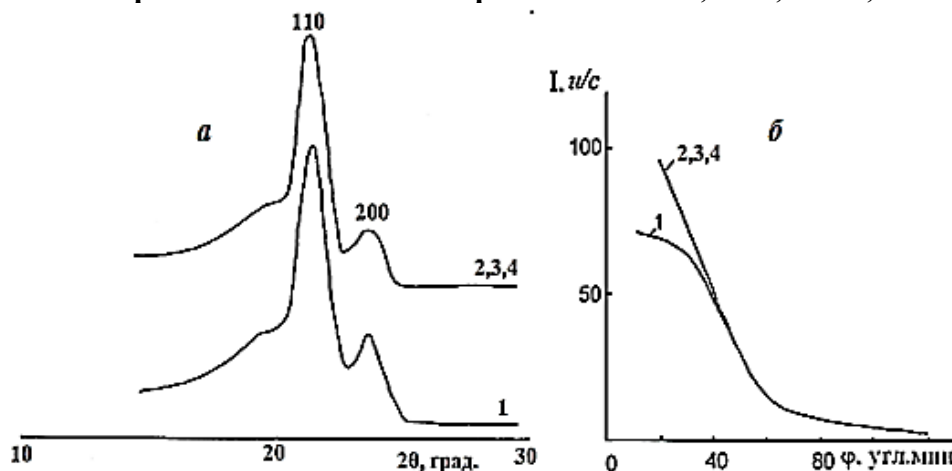


На БР карбонизированного крахмала (рис.1б) наблюдается широкое аморфное гало с максимумом на угле $2\theta = 21^\circ$, следов кристаллических рефлексов от крахмальных частиц не наблюдается. Это свидетельствует о том, что крахмальный графеноксид не образует стабильные многослойные (трёхмерные) структуры, а находится в исключительно аморфном монослойном состоянии. Что касается модифицированных ДНА (в), то на их рентгенограмме чётко видны характеристические рефлексы 111 и 220. Модификация триметилсилиловыми ($-\text{Si}(\text{CH}_3)_3$) группировками не нарушает исходной кристаллической структуры ДНА, средний размер кристаллитов составляет 4,5-5 нм.

На рис. 2 представлены БР (а) и МР (б) композитов ПЭНП-3% ЛГО в зависимости от времени предварительного УФ-облучения на воздухе. Как видно, на БР исходных и УФ-облучённых образцов (рис. 2а) наблюдаются основные характеристические рефлексы 110 и 200, свидетельствующие о сферолитной структуре полиэтилена со средним диаметром сферолитов ~ 5 мкм [5, с.130]. Следы наночастиц-графеноксидов, их кластеров или агломератов не проявляются. Аналогичные изменения рентгенограмм композитов ПЭНП-ЛГО наблюдается и в случае 1%-го и 5%-го наполнения.

Рисунок 2. Большеугловые (а) и малоугловые (б) рентгенограммы УФ-облученных композитов ПЭНП-3% ЛГО при разных временах УФ-облучения: 1-0; 2-50; 3-150; 4-250 час.

Figure 2. Large-angle (a) and small-angle (b) X-ray patterns of UV-irradiated LDPE-3% LGO composites at different UV exposure times: 1-0; 2-50; 3-150; 4-250 hours



В интервале использованных концентраций добавок графеноксида $C=1-5\%$ на БР УФ-облучённых образцов заметных изменений угловых положений 2θ , радиальной полуширины $\Delta 2\theta$ и интенсивности I_c рефлексов не наблюдается, размеры кристаллических образований составляют 5-6 нм. Аналогичная картина

наблюдается и для образцов ПЭНП-КГО и ПЭНП-модифиц. ДНА. Следовательно, как и в предыдущих исследованиях, для композитов ПЭНП-фуллерен С₆₀ [15, с.885; 16, с.1289], частицы графеноксидов КГО, ЛГО и модифицированных ДНА не входят в кристаллическую решётку ПЭНП, а располагаются в межкристаллитных и межсферолитных аморфных участках полимера. По-видимому, именно эта часть частиц наполнителя и вызывает ухудшение механических свойств композитов [15, с.885; 16, с.1289; 17, с. 30; 18, с.20].

На МР исходных и облученных образцов ПЭНП-ЛГО (рис. 2б) наблюдается слабое дискретное рассеяние с тангенциальной периодичностью ~ 30 нм. С ростом времени облучения происходит увеличение интенсивности диффузного рассеяния, которое поглощает дискретное рассеяние, что свидетельствует об образовании микронеоднородностей типа пор и трещин в полимерной матрице. Аналогичские изменения наблюдаются и при увеличении концентрации наполнения графеноксидами.

Термографические исследования показали, что для всех композитов в пределах наполнения С=1-5%, как для исходных, так и УФ-облученных образцов (в пределах 0-250 часов) наблюдается постоянство температур плавления Т_{пл} и кристаллизации Т_{кр}, что свидетельствует о высокой устойчивости образующихся кристаллических структур (табл.1).

Как видно, внедрение графеноксидов и ДНА в ПЭНП приводит к неодинаковым изменениям в структуре и физических свойствах композитов. Об этом также свидетельствуют результаты механических испытаний, представленных в той же таблице. По-видимому, это связано с тем, что при росте концентрации наполнения растёт вероятность образования крупных ассоциатов частиц наполнителя, что способствует росту концентрации микропор и микротрещин в полимерной матрице и изменению физического состояния (переходу из высокоэластического в стеклообразное) аморфных прослоек композитов.

Таблица 1. Механические и тепловые характеристики композитов ПЭНП-ЛГО, ПЭНП-КГО и ПЭНП-ДНА

Table 1. Mechanical and thermal characteristics of composites LDPE-LGO, LDPE-CGO and LDPE-DNA

Образец	σ_p , МПа	ϵ_p , %	Т _{пл} , °С	Т _{кр} , °С
ПЭНП исх.	20,0	550	107	95
ПЭНП-1% КГО	7,3	55	107	95
ПЭНП-3% КГО	4,2	28	107	95
ПЭНП-5% КГО	4,0	25	107	95
ПЭНП-1% ЛГО	12,0	200	107	95
ПЭНП-3% ЛГО	9,0	110	107	95
ПЭНП-5% ЛГО	8,0	70	107	95
ПЭНП-1% ДНА	15,8	380	107	95
ПЭНП-3% ДНА	18,0	430	107	95
ПЭНП-5% ДНА	20,0	380	107	95

На рис. 3 приведены зависимости светостойкости (σ/σ_0) от времени УФ-облучения для исходного ПЭНП (кривая 1) и композитов ПЭНП-КГО (а), ПЭНП-ЛГО (б) и ПЭНП-ДНА (в) с разным содержанием наполнителя (кривые 2, 3 и 4). Видно, что для чистого ПЭНП с ростом времени предварительного облучения имеет место монотонное снижение светостойкости, достигающее в пределе 30% от исходной прочности (рис. 3а, кривая 1), а у наполненных крахмальным графеноксидом ПЭНП (рис. 3а, кривые 2-4) наблюдается практически антибатный

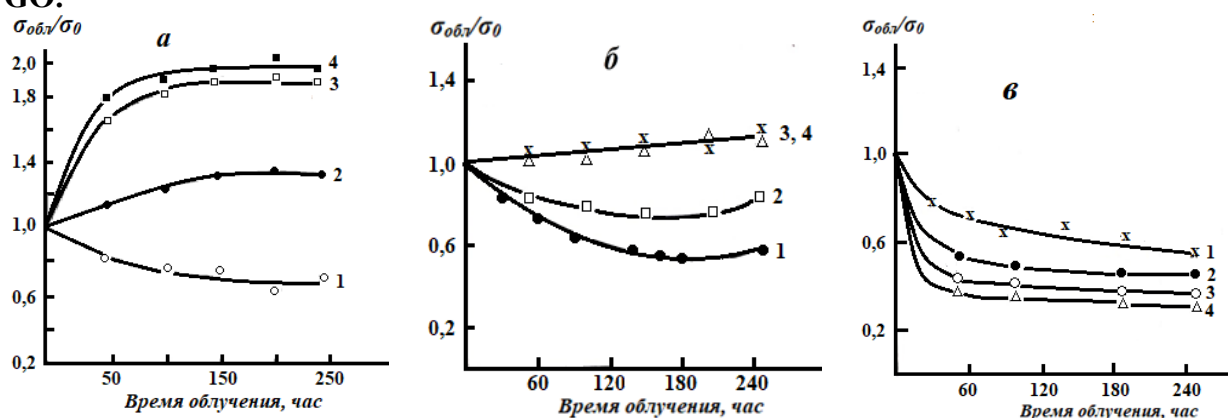
рост светостойкости, достигающий в пределе ~100%, т.е. налицо, как светостабилизирующее, так и структурирующее действие наполнителя.

Аналогичные изменения светостойкости наблюдается и для композита ПЭНП-ЛГО, но в меньшей по абсолютному значению степени (рис. 3б).

В случае чистого ПЭНП (рис. 3в, кривая 1) и ПЭНП с различными добавками модифицированных ДНА с ростом времени облучения светостойкость падает и асимптотически стремится к некоторой постоянной величине, близкой к 70% от исходной прочности при 5%-м наполнении (см. рис. 3в, кривая 4). Такой ход зависимости светостойкости от времени облучения характерен для разрушающихся полимеров.

Рисунок 3. Зависимость светостойкости композита ПЭНП-КГО (а), ПЭНП-ЛГО (б) и ПЭНП-ДНА (в) от времени предварительного УФ-облучения: 1-С=0; 2-1; 3-3; 4-5% ГО.

Figure 3. Dependence of the light fastness of the composite LDPE-CGO (a), LDPE-LGO (b) and LDPE-DND (c) on the time of preliminary UV irradiation: 1-C=0; 2-1; 3-3; 4-5% GO.



Светостабилизирующее действие графеноксидов на ПЭНП, вероятнее всего, связано с классическим механизмом стабилизации путями прямого поглощения квантов падающего света частицами наполнителя и/или передачи энергии возбуждения от молекул полимера к наполнителю с дальнейшим её рассеянием в виде тепла.

Таблица 2. Поведение механических свойств композитов ПЭНП-КГО при УФ-облучении

Table 2. Behavior of mechanical properties of LDPE-CGO composites under UV-irradiation

Образец	тобл.=0 час		тобл.=50 час		тобл.=100 час	
	σ_p , МПА	ϵ_p , %	σ_p , МПА	ϵ_p , %	σ_p , МПА	ϵ_p , %
ПЭНП исх.	20	550	16	310	14,6	30
ПЭНП-1% КГО	7	55	8,2	35	8,5	6
ПЭНП-3% КГО	4,2	28	6,7	8	7,0	6
ПЭНП-5% КГО	4,0	25	6,9	5	7,5	3
	тобл.=150 час		тобл.=200 час		тобл.=250 час	
	σ_p , МПА	ϵ_p , %	σ_p , МПА	ϵ_p , %	σ_p , МПА	ϵ_p , %
ПЭНП исх.	13,5	12	12,5	10	12,5	6
ПЭНП-1% КГО	9,2	3	9,4	4	9,2	3
ПЭНП-3% КГО	8,0	6	8,5	4	8,2	4
ПЭНП-5% КГО	8,0	3	8,5	3	8,3	3

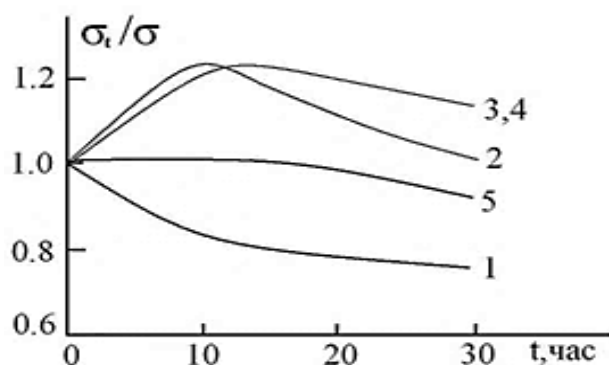
Рост же разрывной прочности после предварительного УФ-облучения у наполненных образцов ПЭНП (повышение светостойкости) (см. табл. 2), наиболее

вероятно, связан с межмолекулярной фотосшивкой полимерной матрицы посредством частиц наполнителя.

Сравнение этих результатов с ранее полученными по светостойкости композиций на основе ПЭНП и фуллерена C_{60} [19, с.65; 20, с.435] (рис.4) показывает, что они по характеру практически одинаковы, но эффект светостабилизации в системе ПЭНП-ГО выражен более ярко, т.е. при одинаковых временах облучения светостойкость системы ПЭНП-ГО в два раза больше, чем у системы ПЭНП- C_{60} .

Рисунок 4. Зависимость светостойкости σ_i/σ_0 ПЭНП+ C_{60} от времени предварительного УФ-облучения: 1- $C=0$; 2 - 1; 3 - 3; 4-5; 5- 10% C_{60} .

Figure 4. Dependence of light fastness σ_i/σ_0 of LDPE+ C_{60} on the time of preliminary UV-irradiation: 1- $C=0$; 2 - 1; 3 - 3; 4-5; 5 - 10% C_{60} .



Из этих данных следует, что частицы ГО наряду со стимулированием процессов структурирования макромолекул полимера играют роль защитного экрана. Развитие этих конкурирующих процессов может привести либо к экстремальному (в случае системы ПЭНП- C_{60}), либо к монотонному росту (ПЭНП-ГО) светостойкости полимерных композиций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губин, С.П. Графен и материалы на его основе/ Губин С.П., Ткачёв С.В. // Радиоэлектроника, наносистемы, информационные технологии. – 2010. Т.2. -№1-1. – С.99-137.
2. Saravanan1, N. Graphene and modified graphene-based polymer nanocomposites – A review/ N. Saravanan1, R Rajasekar, S. Mahalakshmi, T.P. Sathishkumar, KSK Sasikumar, S Sahoo // Journal of Reinforced Plastics and Composite. - 2014. Vol. 33. No.12. – Pp.1158-1180.
3. Garima, Mitta. A review on carbon nanotubes and graphene as fillers in reinforced polymer nanocomposites / Garima Mitta, Vivek Dhand, Kyong Yop Rhee, Soo-Jin Park, Wi Ro Lee// Journal of Industrial and Engineering Chemistr. - 2015. Vol.21. – Pp.11-25.
4. Мержанов, А.Г. Твердопламенное горение / А.Г.Мержанов, А.С. Мукасьян. -М.:Черноголовка, 2000.-336 с.
5. Туйчиев, Ш. Структура и свойства полимерных нанокompозитов/ Ш.Туйчиев, Д. Рашидов.- Душанбе: Эр-граф, 2018.-211 с.
6. Охлопкова, А.А. Полимерные нанокompозиты триботехнического назначения/ А.А.Охлопкова, С.Н.Попов, С.А.Слепцова, П.И.Петрова, Е.Г. Аввакумов // Журнал структурной химии. - 2004. -Т.45. -С.172 -177.
7. Соколова, Ю.А. Полимерные нанокompозиты. Структура. Свойства/ Ю.А.Соколова, С.М.Шубанов, Л.Б.Кандырин, Е.В. Калугина // Пластические массы.- 2009. -№3. -С. 18-23.
8. Мордкович, В. Нанокompозиты на основе полиолефинов и углеродных наночастиц и нановолокон/ В.Мордкович, И.Арутюнов и др. // Наноиндустрия. -2009. -№1. -С.20-22.
9. Inpil, I. Introduction to carbon nanotube and nanofiber smart materials / I.Inpil, Y.H.Yun, H.K. Jay // Composites, Part B: Engineering. -2006.- No.3.-Pp.382-394.
10. Бадамшина, Э.Р. Модификация свойств полимеров путем допирования фуллереном C_{60} / Э.Р. Бадамшина, М.П. Гафурова// Высокомолек. соедин. Сер.А. -2008.-Т.50.-№7.-С.1-14.
11. Тураев, Э.Р. Нанокompозиционные материалы на основе полиэтилена низкого давления с повышенными физико-механическими свойствами / Э.Р.Тураев, С.Ю.Хаширова, А.Ю.Беданок, Б.Ж.Джангуразов, А.А. Микитаев // Пластические массы. -2009. -№9. -С.11-14.

12. Долматов, В.Ю. Детонационные наноалмазы: синтез, строение, свойства и применение/ В.Ю. Долматов// *Успехи химии*. - 2007. -Т.46. -№4.-С.375-397.
13. Ahmed, A. E. Nanocomposite Graphene-Based Material for Fuel Cell Applications / A. E. Ahmed, M. A.Aboubakr, A. Salah El-Din Taher, M. Al-Enizi Abdullah, A. Maarouf Ahmed, Galat Ahmed, K. Hassan Hagar, H. El-Ads Ekram, S. Al-Theyab Salem, A Al-Ghamdi Attiah // *Int. J. Electrochem. Set.* -2012. Vol.7. - Pp.3115 – 3126.
14. Stankovich, S. D. Synthesis of graphene-based nanosheets via chemical reduction of exfoliated graphite oxide / S. D.Stankovich, R. D.Dikin, K. A. Kohlhaas, A. Kleinhammes, Y. Jia, R. S. Ruoff // *CARBON*. -2007. Vol.45. No.7. -Pp.1558-1565.
15. Гинзбург, Б.М. Влияние фуллерена C60 на структуру и механические свойства полиэтилена: Технологический аспект / Б.М.Гинзбург, Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, С. Х.Табаров, Т.Е.Суханова, М.Э.Вылегжанина, А.А.Кутин, В.Л. Уголков // *Высокомолекулярные соединения. Серия А*, 2011.-Т.53.-№6.-С.883-896.
16. Гинзбург, Б.М. Влияние фуллерена C60 на структуру и механические свойства тонких пленок из полиметилметакрилата и других карбоцепных полимеров винилового ряда: Технологический аспект/ Б.М.Гинзбург, Ш.Туйчиев, Д. Рашидов, С. Х. Табаров и др. // *Высокомолек. соедин. Серия А*. - 2012. - Т.54. -№8. -С.1283-1296.
17. Туйчиев, Ш. Влияние добавок фуллерена C60 на механические свойства пленок из полиэтилена низкой плотности/ Ш.Туйчиев, С.Х.Табаров, Дж.Рашидов, У.Шоиморв, Б.М.Гинзбург // *Письма в ЖТФ*. – 2008.- том.34.- вып.2. - С.28-31.
18. Мошев, В.В. Структурная механика дисперсно-наполненных эластомерных композитов/ В.В.Мошев, О.К. Гаришин // *Успехи механики*. - 2005. - Т. 3. -№ 2. - С. 3-36.
19. Туйчиев, Ш. Влияние фуллерена C60 на светостойкость полиэтилена низкой плотности и атактического полиметилметакрилата / Ш.Туйчиев, Б.М.Гинзбург, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, Ф.Х. Истамов // *Доклады НАН Таджикистана*. -2015. -Т.58. -№1. -С.63-66.
20. Туйчиев Ш. Фотостарение кристаллических полимерных нанокompозитов/Ш.Туйчиев, Дж.Рашидов, Х.Ш.Абдулов, Ш.И.Акназарова, Х.Туйчиев// *Доклады НАН Таджикистана*. -2019. -Т.62. - №7-8. –С.434-439.

REFERENCES

1. Gubin, S.P. Graphene and materials based on it / Gubin S.P., Tkachev S.V. // *Radioelectronics, nanosystems, information technologies*. -2010. -Vol.2. - No 1-1. -Pp.99-137.
2. Saravanan1, N. Graphene and modified graphene-based polymer nanocomposites – A review/ N. Saravanan1, R Rajasekar, S. Mahalakshmi,T.P. Sathishkumar, KSK Sasikumar,S Sahoo // *Journal of Reinforced Plastics and Composite*. - 2014. -Vol. 33. -No.12. -Pp.1158-1180.
3. Garima, Mitta. A review on carbon nanotubes and graphene as fillers in reinforced polymer nanocomposites / Garima Mitta, Vivek Dhand, Kyong Yop Rhee, Soo-Jin Park, Wi Ro Lee// *Journal of Industrial and Engineering Chemistr.* - 2015. -Vol.21. -Pp.11-25.
4. Merzhanov, A.G. Solid flame combustion / A.G. Merzhanov, A.S. Mukasyan. -M.: Chernogolovka, 2000. - 336 p.
5. Tuichiev, Sh. Structure and properties of polymer nanocomposites / Sh. Tuichiev, D. Rashidov.- Dushanbe: Er-graph, 2018.-211 p.
6. Okhlopkova, A.A. Polymer nanocomposites for tribotechnical purposes / A.A. Okhlopkova, S.N. Popov, S.A. Sleptsova, P.I. Petrova, E.G. Avvakumov // *Journal of Structural Chemistry*. - 2004. - Vol. 45. - Pp.172-177.
7. Sokolova Yu.A. Polymer nanocomposites. Structure. Properties/ Yu.A.Sokolova, S.M.Shubanov, L.B.Kandyrin, E.V. Kalugina // *Plastic masses*. - 2009. - No. 3. - Pp. 18-23.
8. Mordkovich, V. Nanocomposites based on polyolefins and carbon nanoparticles and nanofibers / V. Mordkovich, I. Arutyunov et al. // *Nanoindustry*. – 2009.- No.1, -Pp.20-22.
9. Inpil I., Yun Y.H., Jay H.K. Introduction to carbon nanotube and nanofiber smart materials // *Composites, Part B: Engineering*. - 2006. -No.3. -Pp.382-394.
10. Badamshina, E.R. Modification of polymer properties by doping with C₆₀ fullerene / E.R. Badamshina, M.P. Gafurova// *Vysokomolek. connect. Series A*, -2008. -Vol.50. -No.7. -Pp.1-14.
11. Turaev, E.R. Nanocomposite materials based on low pressure polyethylene with enhanced physical and mechanical properties / E.R. Turaev, S.Yu. Khashirova, A.Yu. Bedanokov, B. Zh. Dzhangurazov, A.A. Mikitaev // *Plastic masses*. - 2009. -No.9. -Pp.11-14.
12. Dolmatov, V. Yu. Detonation nanodiamonds: synthesis, structure, properties and application / V. Yu. Dolmatov // *Advances in Chemistry*. -2007.-Vol.46. -No.4. -Pp.375-397.
13. Ahmed, A. E. Nanocomposite Graphene-Based Material for Fuel Cell Applications / A. E. Ahmed, M. A.Aboubakr, A. Salah El-Din Taher, M. Al-Enizi Abdullah, A. Maarouf Ahmed, Galat Ahmed, K. Hassan

Hagar, H. El-Ads Ekram, S. Al-Theyab Salem, A Al-Ghamdi Attiah // Int. J. Electrochem. Set. -2012. -Vol.7. - Pp.3115 – 3126

14. Stankovich, S. D. Synthesis of graphene-based nanosheets via chemical reduction of exfoliated graphite oxide / S. D. Stankovich, R. D. Dikin, K. A. Kohlhaas, A. Kleinhammes, Y. Jia, R. S. Ruoff // CARBON. -2007. -Vol.45. -No.7. -Pp.1558-1565.

15. Ginzburg, B.M. Influence of C₆₀ fullerene on the structure and mechanical properties of polyethylene: Technological aspect / B.M. Ginzburg, Sh. Tuichiev, D. Rashidov, S. Kh. , V.L. Ugolkov // High-molecular compounds. Series A, 2011. -Vol.53. -No.6. -Pp.883-896.

16. Ginzburg, B.M. Influence of C₆₀ fullerene on the structure and mechanical properties of thin films of polymethyl methacrylate and other carbon chain polymers of the vinyl series: Technological aspect / BM Ginzburg, Sh. Tuichiev, D. Rashidov, S. Kh. Tabarov et al. connect. Series A. - 2012. -Vol.54. -No.8. -Pp.1283-1296.

17. Tuichiev, Sh. Influence of C₆₀ fullerene additives on the mechanical properties of low-density polyethylene films/ Sh. Tuichiev, S. Kh. Tabarov, J. Rashidov, U. Shoimorv, B. M. Ginzburg / Letters to ZhTF. – 2008.- Vol.34.- No 2. - Pp.28-31.

18. Moshev, V.V. Structural mechanics of particulate-filled elastomeric composites / V.V. Moshev, O.K. Garishin // Advances in mechanics. - 2005. - Vol. 3. - No. 2. - Pp. 3-36.

19. Tuichiev, Sh. Influence of C₆₀ fullerene on the light resistance of low density polyethylene and atactic polymethylmethacrylate / Sh. Tuichiev, B.M. Ginzburg, D. Rashidov, S. Kh. Tabarov, F. Kh. Istamov // Reports of the National Academy of Sciences of Tajikistan. -2015. -Vol.58. -No.1. -Pp.63-66.

20. Tuichiev Sh. Photoaging of crystalline polymer nanocomposites / Sh. Tuichiev, J. Rashidov, Kh. Sh. Abdulov, Sh. -2019. -Vol.62. -No. 7-8. -Pp.434-439.

СОХТОР ВА РЀШНОТОБОВАРИИ ПОЛИЭТИЛЕНИ БО ГРАФЕНОКСИДХО ПУРКАРДАШУДА

Таҳқиқи таъсири графеносидҳои табиаташон гуногун ва наноалмосҳои детонатсионӣ ба сохтор ва рӯшнотобоварии полиэтиленӣ зичиаш паст гузаронида шудааст. Нишон дода шудааст, ки бо афзоиши консентратсияи графеносидҳо дар ибтидо афтиши мустаҳкамии кандашавӣ, пасон доимияти он, ҳамзамон афтиши саҳти деформатсияи кандашавии композитҳо ба амал меояд. Чунин рафтори хосиятҳои механикӣ композитҳо бар асоси полиэтилен аз тағирёбии ҳолати физикӣ соҳаҳои аморфӣ полимер, яъне гузариш аз ҳолати баландэластик ба ҳолати шишагунӣ дарак медиҳад. Нишон дода шудааст, ки рӯшнотобоварии композитҳо бар асоси полиэтиленӣ бо графеносидҳои табиаташон гуногун ва наноалмосҳои детонатсионӣ пур кардашуда дар зерӣ таъсири рӯшноӣ ултрабунафш тавсифоти гуногунранг дорад. Чунончӣ, рӯшнотобоварии композитҳои бо графеносиди крахмалӣ пур кардашуда бо афзоиши вақти нурборонкунии ултрабунафши пешакӣ то ду маротиба меафзояд, ҳол он ки барои композитҳои бо графеносиди лигнинӣ пур кардашуда ин афзоиш ҳамагӣ то якқарата мерасад. Ҳамин тариқ, таъсири истиқоркунии графеносидҳои ҷӣ крахмалӣ ва ҷӣ лигнинӣ ба полимер аён аст. Аммо дар сурати графеносиди крахмалӣ, эҳтимол, сохторсозии матритсаи полимерӣ низ ҷой дорад, ки афзоиши дуқаратаи рӯшнотобоварии композитро шарҳ медиҳад. Барои композитҳои бо наноалмосҳо пур кардашуда бо афзоиши консентратсия ва вақти нурборонкунии пешакӣ талафи саҳти рӯшнотобоварӣ ҷой дорад. Меканизми таъсири рӯшноистіқоркунии ва сохторсозии графеносидҳои крахмалӣ ва лигнинӣ ба полиэтилен пешниҳод карда шудааст.

Калидвожаҳо: полимер, графеносид, композит, сохтор, мустаҳкамӣ, рӯшнотобоварӣ, деформатсия.

СТРУКТУРА И СВЕТОСТОЙКОСТЬ ГРАФЕНОКСИДНОПОЛНЕННОГО ПОЛИЭТИЛЕНА

Проведено исследование влияния графеносидов различного происхождения и модифицированных детонационных наноалмазов на структуру и светостойкость полиэтилена низкой плотности. Показано, что с увеличением концентрации графеносидов наблюдается вначале падение, а затем сохранение разрывной прочности при резком снижении величины разрывной деформации. Такое поведение механических свойств композитов на основе полиэтилена свидетельствует об изменении физического состояния аморфных областей полимера, то есть переходу их из высокоэластического состояния в стеклообразное. Показано, что светостойкость композитов на основе ПЭНП, наполненных графеносидами различного происхождения и кремнемодифицированными наноалмазами под действием УФ-света характеризуется удивительным образом неоднозначно. Так, светостойкость композитов, наполненных крахмальным графеносидом с ростом времени предварительного облучения увеличивается в два раза, в то время как для композитов с лигниновыми графеносидами рост не превышает однократный. Таким образом, налицо стабилизирующее действие, как крахмального, так и лигнинового графеносидов. Однако в случае крахмального графеносида, видимо, имеет место также и структуризация матрицы полимера, что и объясняет двукратный рост светостойкости композита. Для композитов с наноалмазным наполнением с ростом концентрации и времени предварительного

облучения наблюдается существенная потеря светостойкости. Предложен механизм стабилизирующего и структурирующего действия крахмального и лигнинового графеноксидов на ПЭНП.

Ключевые слова: полимер, графеноксид, композит, структура, прочность, светостойкость, деформация.

STRUCTURE AND LIGHT RESISTANCE GRAPHENOXIDE FILLED POLYETHYLENE

The effect of graphene oxides of various origins and modified detonation nanodiamonds on the structure and light resistance of low-density polyethylene has been studied. It is shown that with an increase in the concentration of graphene oxides, first a drop is observed, and then the rupture strength is retained with a sharp decrease in the tensile strain. This behavior of the mechanical properties of composites based on polyethylene indicates a change in the physical state of the amorphous regions of the polymer, i.e., their transition from a highly elastic state to a glassy one. It is shown that the light resistance of composites based on LDPE filled with graphene oxides of various origins and silicon-modified nanodiamonds under the action of UV light is surprisingly ambiguous. Thus, the light resistance of composites filled with starch graphene oxide doubles with increasing pre-irradiation time, while for composites with lignin graphene oxides, the growth does not exceed a single increase. Thus, there is a stabilizing effect of both starch and lignin graphene oxides. However, in the case of starch graphene oxide, structurization of the polymer matrix apparently also takes place, which explains the twofold increase in the light resistance of the composite. For composites with nanodiamond filling, with increasing concentration and pre-irradiation time, a significant loss of light resistance is observed. A mechanism of the stabilizing and structuring effect of starch and lignin graphene oxides on LDPE has been proposed.

Keywords: polymer, graphene oxide, composite, structure, strength, light resistance, deformation.

Маълумот дар бораи муаллифон: Рашидов Чалил - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-таҳқиқотӣ, сарҳодими илмии озмоишгоҳи физикаи муҳитҳои конденсӣ. **Суроға:** 734025, Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.1943@mail.ru

Табаров Саъдӣ Холович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-таҳқиқотӣ, мудири озмоишгоҳи физикаи муҳитҳои конденсӣ. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, шаҳри Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** s.tabarov@mail.ru.

Возняковский Александр Петрович — Корхонаи воҳиди давлатии федералии «НИИСК ба номи С.В.Лебедев». **Суроға:** 198035, Русия, ш. Санкт-Петербург, кӯчаи Гапсальская 1, **Телефон:** +79052268267. **E-mail:** voznap@mail.ru.

Содиқов Фирӯзҷон Ходихочаевич - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-таҳқиқотӣ, ходими пешбари илмии озмоишгоҳи физикаи муҳитҳои конденсӣ. **Суроға:** 734025, шаҳри Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 918-21-69-60. **E-mail:** fiuz34@mail.ru.

Исматов Шабоз - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи физикаи ҷисмҳои сахт, ходими илмӣ. **Суроға:** 734025, Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.43@mail.ru.

Ақназарова Шафоат Иқболидиновна - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-таҳқиқотӣ, ходими калони илмии озмоишгоҳи физикаи муҳитҳои конденсӣ. **Суроға:** 734025, Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 933-33-80-99. **E-mail:** shafoat83@mail.ru.

Дустов Алишер Исқандарович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-таҳқиқотӣ, ходими калони илмии озмоишгоҳи физикаи муҳитҳои конденсӣ. **Суроға:** 734025, Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 919-64-72-04. **E-mail:** alidust@mail.ru.

Сведения об авторах: Рашидов Джалил—Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, главный научный сотрудник лабораторией физики конденсированных сред. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.1943@mail.ru.

Табаров Саади Холович – Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, заведующий лабораторией физики конденсированных сред. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** s.tabarov@mail.ru.

Возняковский Александр Петрович –ФГУП «НИИСК им.С.В.Лебедева». **Адрес.** 198035, Россия, г. Санкт-Петербург, Гапсальская улица 1. **Телефон:** +79052268267. **E-mail:** voznap@mail.ru.

Содиқов Фирӯзҷон Ходиходжаевич - Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, ведущий научный сотрудник лабораторией физики конденсированных сред. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 918-21-69-60. **E-mail:** firuz34@mail.ru.

Исматов Шабоз - Таджикский национальный университет, кафедра физики твердого тела, научный сотрудник. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.43@mail.ru.

Акназарова Шафоат Икболиддиновна – Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, старший научный сотрудник лаборатории физики конденсированных сред. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 933-33-80-99. **E-mail:** shafloat83@mail.ru.

Дустов Алишер Искандарович - Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, старший научный сотрудник лабораторией физики конденсированных сред. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 919-64-72-04. **E-mail:** alidust@mail.ru.

Information about the authors: Rashidov Jalil - Tajik National University, Research Institute, Chief Researcher of the Laboratory of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.1943@mail.ru.

Tabarov Saadi Kholovich - Tajik National University, Research Institute, Head of the Laboratory of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** s.tabarov@mail.ru.

Voznyakovsky Alexander Petrovich - Federal State Unitary Enterprise "NIISK named after S.V. Lebedev". **Address:** 198035, Russia, St. Petersburg, Gapsalskaya street 1. **Phone:** +79052268267. **E-mail:** voznap@mail.ru.

Sodikov Firuzjon Khodikhodzhaevich - Tajik National University, Research Institute, Leading Researcher at the Laboratory of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 918-21-69-60. **E-mail:** firuz34@mail.ru.

Ismatov Shaboz - Tajik National University, Department of Solid State Physics, researcher. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 988-57-89-11. **E-mail:** rashidov.43@mail.ru.

Aknazarova Shafloat Ikboliddinovna - Tajik National University, Research Institute, Senior Researcher, Laboratory of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 933-33-80-99. **E-mail:** shafloat83@mail.ru.

Dustov Alisher Iskandarovich - Tajik National University, Research Institute, senior researcher at the Laboratory of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 919-64-72-04. **E-mail:** alidust@mail.ru.

УДК: 551.582: 556.12

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ БАССЕЙНА И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ФОРМИРОВАНИЕ СТОКА РЕКИ ЯГНОБ

Мирзохонова С.О., Норматов И.Ш.

Таджикский национальный университет

ВВЕДЕНИЕ. В совместном заявлении Президента Республики Узбекистан и Президента Республики Таджикистан, подписанном 17 августа 2018 года, была предусмотрена проработка вопроса о строительстве двух ГЭС общей мощностью 320 МВт в бассейне реки Зеравшан. В первую очередь, планируется строительство Яванской ГЭС с выработкой 800 млн. кВт·ч электроэнергии в год и мощностью 140 МВт, и далее строительство ГЭС “Фондаря” на реке Фондаря мощностью 135 МВт и выработкой 600 млн. кВт·ч электроэнергии.

Известно, что режим работы гидротехнических сооружений и перспектива освоения гидроэнергетического потенциала бассейна реки Зеравшан планируется на основе разработки сценариев и результатов математических моделей перспективного состояния водных ресурсов бассейна реки. В свою очередь, создание таких сценариев и математических моделей для долгосрочного прогноза стока реки осуществляется с использованием базы многолетних метеорологических и гидрологических данных. Учитывая, что река Ягноб является одним из притоков реки Фондаря, на которой запланировано возведение гидроэлектростанции, важное значение представляет систематический мониторинг метеорологии и гидрологии ее бассейна.

В зависимости от метеорологических условий и рельефа местности бассейн реки Зеравшан подразделяется на две отдельные части. Горная восточная часть водосбора – влажная, со средней температурой воздуха ниже 5 °С и годовым количеством осадков ниже 300 мм, в то время как западная низменная часть водосбора – засушливая, со средней температурой воздуха выше 15 °С и годовым количеством осадков ниже 150 мм [1].

Горная часть долины р. Зеравшан является уникальным местом во всей Центральной Азии. Бассейн реки вытянут с востока на запад и обрамлен высокими горами. Туркестанский хребет с севера, Зеравшанский и Гиссарский хребты с юга надежно экранируют долину от южных и северных ветров, приносящих обильные осадки. На южных склонах Гиссарского хребта в ущелье Варзоб выпадает до 2000 мм осадков в год, а в долине р. Зеравшан – 115-500 мм в год [2].

Незначительное годовое количество осадков (300 – 350 мм) почти на всех метеостанциях вдоль реки Зарафшан сводит на минимум прямое влияние атмосферных осадков на сток реки. Влияние температуры воздуха на сток рек более ощутимо благодаря наличию достаточных площадей оледенения со множеством ледников [3].

Изучение метеорологических условий Зеравшанской долины имеет большое значение не только для разработки региональных сценариев прогнозирования изменения климата, но и для решения ряда практических задач, таких как: рациональное использование гидроэнергетических ресурсов путем эффективного размещения гидротехнических сооружений, планирование развития сельского хозяйства, комплексное и эффективное использование рекреационного потенциала долины [4 – 13].

За период 1940 – 2012 гг. температура воздуха в большинстве районов Республики Таджикистан, включая низкогорно-долинные до 1000 м н. у. м. (м над уровнем моря), горные (1000 – 2500 м н. у. м.) и высокогорные (выше 2500 м н. у. м.), увеличилась, но масштабы потепления были разными в зависимости от географического расположения и климатических факторов. На равнинной территории Таджикистана среднегодовая температура увеличилась на 0,1 – 0,2 °С за десятилетие, с

наибольшим увеличением температуры на 0,5 – 0,8 °С. Средняя годовая температура в горных регионах на высоте от 1000 до 2500 м н. у. м. увеличилась на 0,3 – 0,5 °С, в районах, расположенных выше 2500 м н. у. м. на 0,2 – 0,4° за десятилетие. В период 1976 – 2012 гг. наибольшее увеличение температуры наблюдалось в весенний период 0,3 °С/10 лет, к осени 0,2 °С/10 лет и зимой 0,15 °С/10 лет [14].

Влияние орографии бассейнов горных рек является доминирующим фактором в пространственном распределении климатических характеристик и соответственно в формировании стока рек. Истоком трансграничной реки Зеравшан является ледник Зеравшан на восточной горной части ее бассейна и примыкает к себе ряд притоков по течению. Каждый из притоков характеризуется своей орографией и метеорологическими условиями.

Естественно для оценки водных ресурсов реки Зеравшан в перспективных планах их использования важным является выявление вклада каждой из притоков в формировании стока главной реки, а в первую очередь осуществляется при широком использовании метеорологических характеристик бассейнов притоков.

Река Ягноб является одной из главных притоков реки Зеравшан водосбор которой находится на высоте 3440 м н. у. м. с площадью 1650 км². Расход воды в июне – июле достигает 194,2 м³/с, а среднемноголетнее значение составляет 31,8 м³/с. В зимне-весенние месяцы (февраль – март) расход воды составляет 11,28 м³/с. Площадь оледенения бассейна реки составляет 70,8 км². Река Ягноб питается водами тающих снегов (58%), ледников (не более 3%) и подземными водами (29%) и смывает с каждого квадратного километра 187 тонн различных материалов, которые в течение года составляют 308,5 тысяч тонн. Среднегодовая мощность реки 430 МВт, выработка электроэнергии 3368 млн. кВт·ч.

Целью работы является исследование динамики метеорологических условий бассейна реки Ягноб за период 1930 – 2020 гг. и их влияние на формирование стока реки Ягноб.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ. Объектом исследования является бассейн реки Ягноб – приток р. Зеравшан (рис.1).

Рисунок 1. Бассейн реки Ягноб.

Figure 1. Yagnob river basin



Из рис.1 видно, что бассейны рек Зеравшан и Ягноб с севера закрыты Туркестанским хребтом, а с юга – Зеравшанским и Гиссарскими хребтами, благодаря которым бассейны рек сохраняют на более продолжительный период узкий диапазон значений метеорологических параметров.

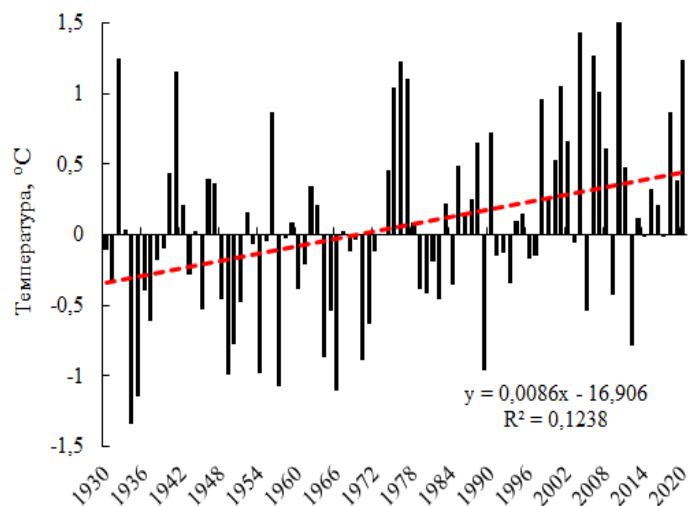
Метеорологические условия бассейна реки Ягноб и гидрологические характеристики реки Ягноб оценивались на основе обобщения данных гидрометеорологической станции Такфон, применялись статистические методы

обработки метеорологических, гидрологических данных и корреляционные зависимости температуры воздуха и стока реки.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Систематизация и обработка данных метеорологических станций Такфон (39.2054823° , 68.6223429°) (бассейн реки Ягноб) за период 1930 — 2020 гг. показывают, что температура в бассейне р. Ягноб за рассматриваемый период характеризуется возрастающим трендом (рис.2).

Рисунок 2. Изменение температуры воздуха в бассейне реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг.

Figure 2. The temperature change of the Yagnob river basin for the period 1930-2020

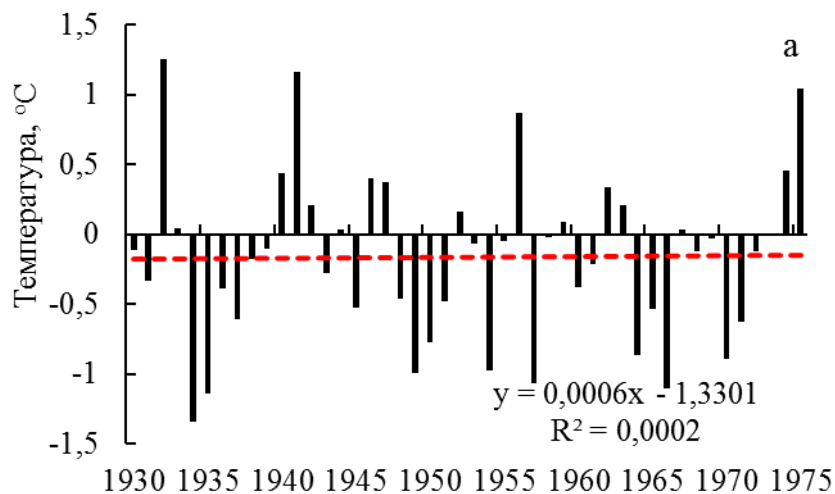


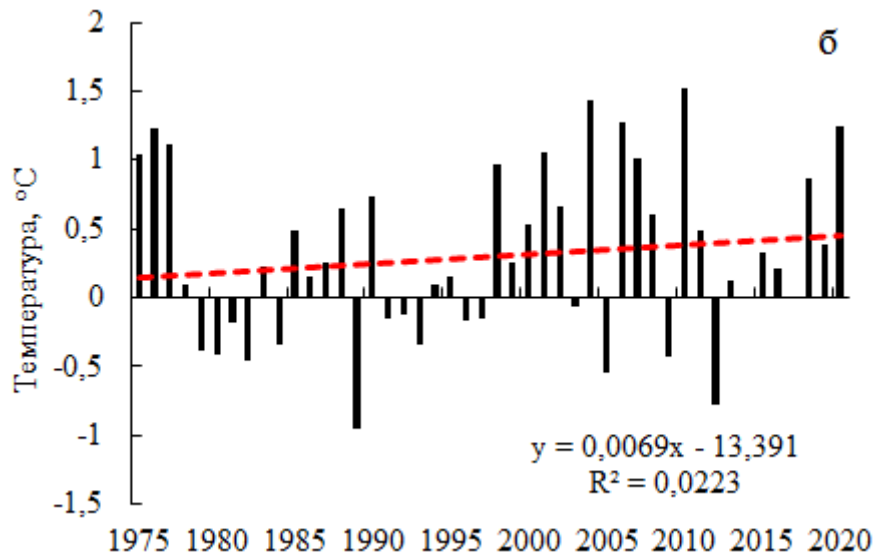
Было установлено, что увеличение температуры воздуха в бассейне реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг. составляет $0,76^{\circ}\text{C}$ при ежегодном ее повышении на $8,35 \cdot 10^{-3}^{\circ}\text{C}$.

Динамика температур воздуха в бассейне реки Ягноб за периоды 1930 — 1975 и 1975 — 2020 гг. представлена на рис.3, а, б.

Рисунок 3. Тренд изменения температуры воздуха в бассейне реки Ягноб за периоды 1930 — 1975 (а) и 1975 — 2020 гг (б).

Figure 3. The temperature trend in the Yagnob river basin for the periods 1930-1975 (a) and 1975-2020 (b)





Оценка статистической значимости тренда температуры бассейна реки Ягноб осуществлялась с использованием методических подходов, подробно изложенных в [15]. Для определения критического значения коэффициента корреляции, соответствующего уровню значимости β , был использован критерий Стьюдента:

$$r_{кр} = \frac{t_{\beta}}{\sqrt{N-2+t_{\beta}^2}} \quad (1)$$

где N — количество наблюдений, t_{β} — статистика Стьюдента, которая определяется выражением:

$$t_{\beta} = \frac{r_{xy} \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \quad (2)$$

Коэффициент корреляции r_{xy} между линейным трендом и фактическим рядом определяется по величине коэффициента детерминации R^2 :

$$r_{xy} = \sqrt{R^2} \quad (3)$$

При количестве наблюдений по $N = 45$ в периодах 1930 — 1975 и 1975 — 2020 гг. и $N = 90$ за период 1930 — 2020 гг. с использованием соотношений (1) – (3) были получены следующие значения для $r_{кр}$ и r_{xy} : 0,29 и 0,14 (1930 — 1975 гг.); 0,15 и 0,29 (1975—2020 гг.); 0,21 и 0,35 (1930 — 2020 гг.). Таким образом было установлено (с учетом условия $|r_{xy}| > r_{кр}$), что тренд изменения температуры в бассейне реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг. статистически значим на 5% уровне значимости.

Оценка значимости тренда температуры воздуха в бассейне реки Ягноб показывает, что за периоды 1930 — 1975 гг. и 1975 — 2020 гг. ежегодное повышение температуры составляет соответственно $0,6 \cdot 10^{-3}$ и $15 \cdot 10^{-3}$ °C.

Предполагается [16], что географическое расположение долины Зеравшан между Зеравшанской и Гиссарской горными системами создает изолированное и слабо проветриваемое климатическое условие, благодаря которому в зависимости от высоты расположения местности устанавливается определенный температурный режим.

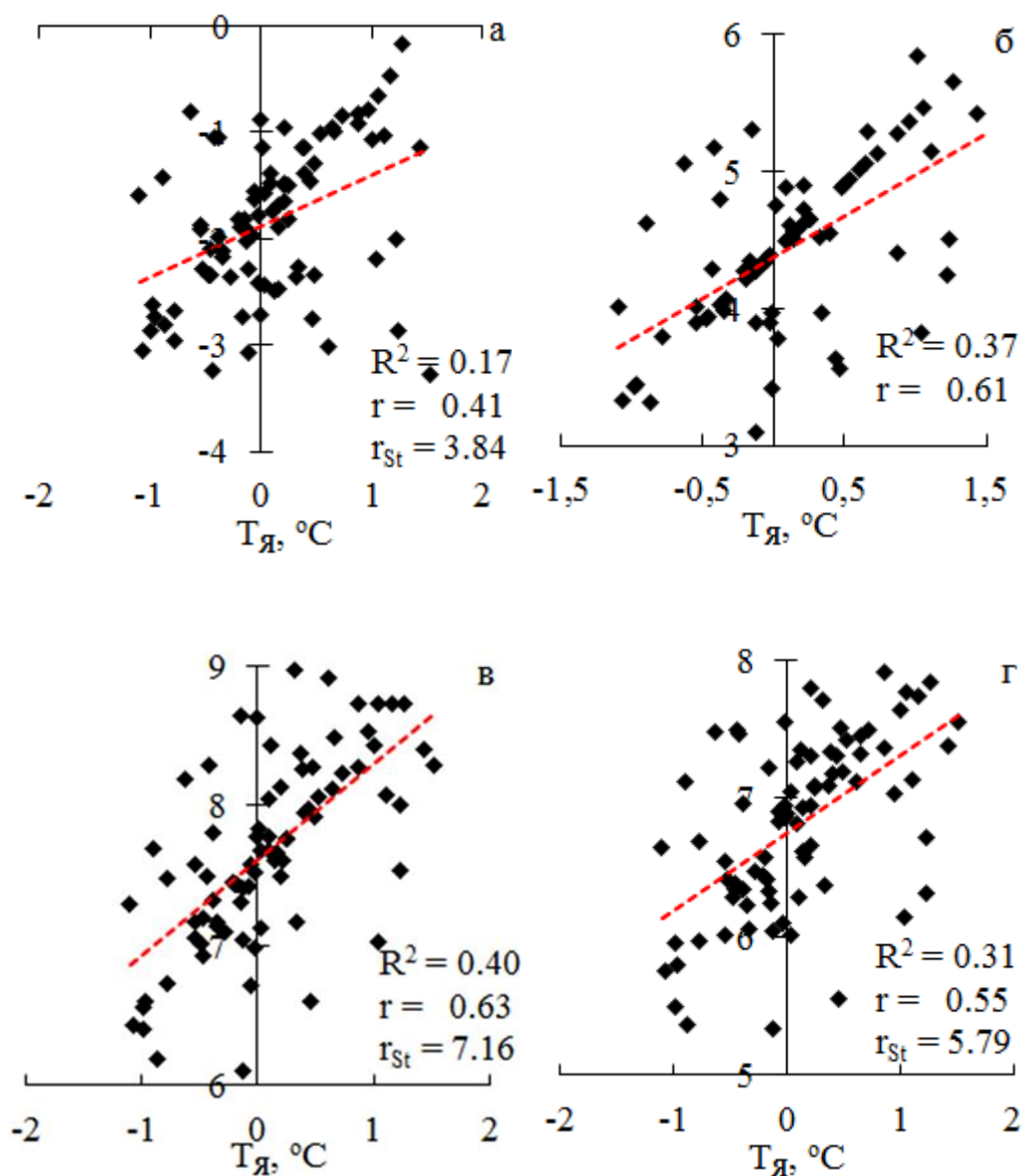
Изучение пространственного распределения температуры по всему бассейну реки Зеравшан важно с точки зрения комплексного представления климатической картины в условиях изменения климата. Предполагаем, что для решения проблемы

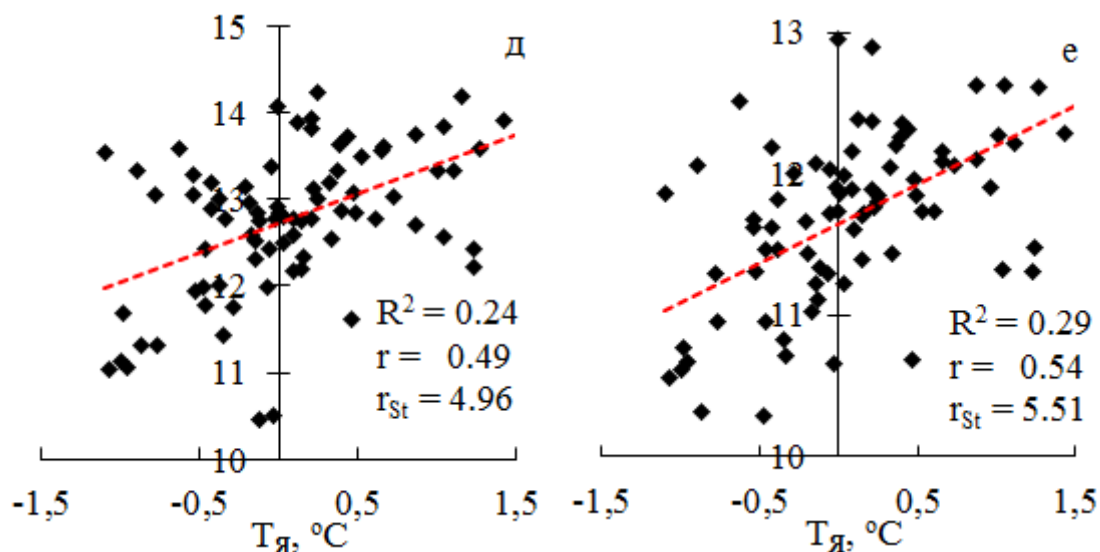
пространственного распределения температуры корреляционные зависимости метеорологических параметров являются оптимальными.

На рис.4 (а, б, в, г, д) представлены результаты корреляции среднегодовых значений температуры бассейна реки Ягноб с соответствующими значениями других метеорологических станций бассейна реки Зеравшан (Анзоб, Дехавз, Мадрушкат, Искандеркуль, Пенджикент и Сангистон).

Рисунок 4. Корреляция среднегодовой температуры бассейна реки Ягноб с значениями температуры метеостанций бассейна реки Зеравшан: Анзоб (а), Искандеркуль (б), Дехавз (в), Мадрушкат (г), Пенджикент (д) и Сангистон (е).

Figure 4. Correlation of the average annual temperature of the Yagnob river basin with the temperature values of the weather stations of the Zeravshan river basin: Anzob (a), Iskanderkul (b) and Dehavz (c), Madrushkat (d), Penjikent (e), Sangiston (f).





Наблюдаемая тесная корреляция значений температур между данными метеостанции Такфон и остальными метеостанциями бассейна реки Зеравшан, за исключением метеостанции Анзоб, может стать подтверждением, что проникающая в долину между Зеравшанским и Гиссарским хребтами воздушная масса будет циркулировать продолжительное время и способствовать процессу уравнивания температурного режима по долготе и широте с учетом его высотного градиента.

Метеорологическая станция Анзоб находится у самых северо-западных ворот, через которые наблюдается проникновение холодных северных и западных воздушных масс. Климатические условия данной местности находятся в постоянном проветренном состоянии.

Представляется важным исследование влияния метеорологических условий бассейна реки Ягноб на динамику формирования и изменения стока реки Ягноб в условиях изменения климата.

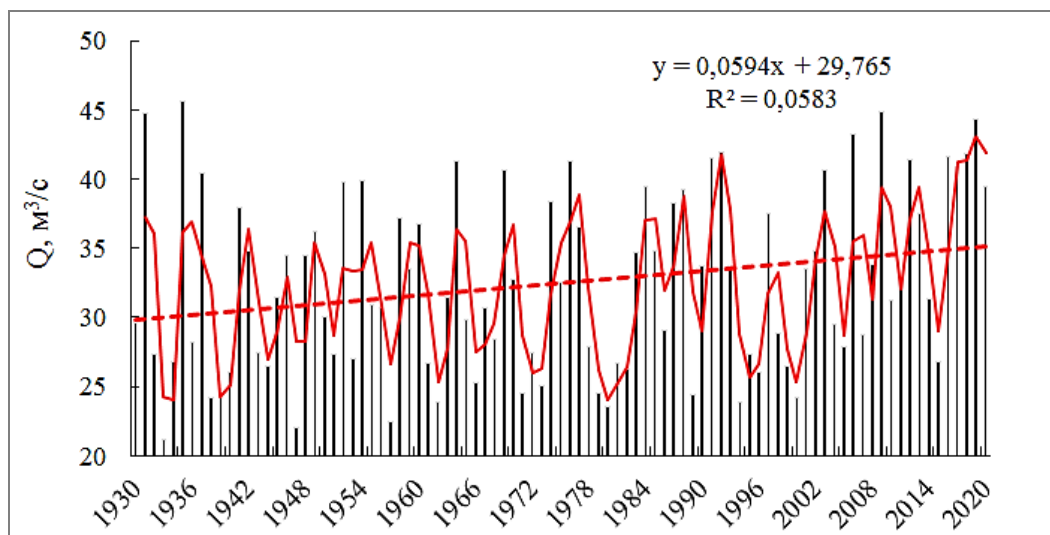
Многие гляциологи и гидрологи придерживаются точки зрения, что увеличение объема стока рек связано с таянием ледников, после образования разрыва между ледником и водостоком будет наблюдаться уменьшение стока рек, в связи с чем может происходить смена снежно-ледникового питания рек на снежное [17, 18].

На рис. 5 представлена динамика изменения среднемноголетнего стока реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг. Оценка значимости тренда изменения стока реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг., проведенная с использованием соотношений (1) – (3) показала, что $r_{xy} = 0,24$ и $r_{кр} = 0,21$. Это означает, что тренд изменения стока реки Ягноб за рассматриваемый период статистически значим на 5% уровне значимости.

Значимость тренда водного стока реки Ягноб показывает, что его увеличение за период 1930 — 2020 гг. ежегодно составляло 176,4 млн. м³.

Рисунок 5. Изменение стока реки Ягноб за период 1930 — 2020 гг.

Figure 5. The flow change of the Yagnob River for the period 1930 — 2020.



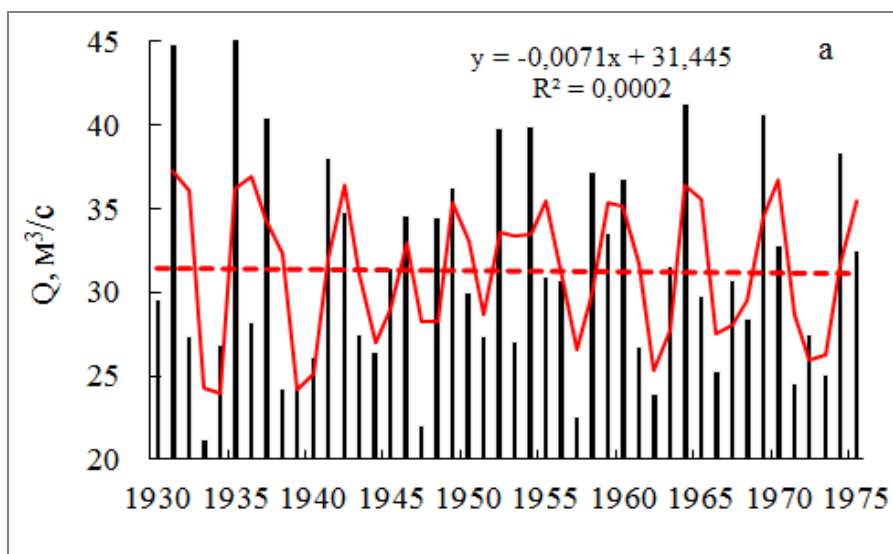
Для оценки влияния изменения температуры бассейна реки Ягноб в периоды 1930 — 1975 гг. и 1975 — 2020 гг. на водный сток рассматривалась динамика расхода воды реки Ягноб в соответствующих периодах, результаты которой представлены на рис. 6, а, б.

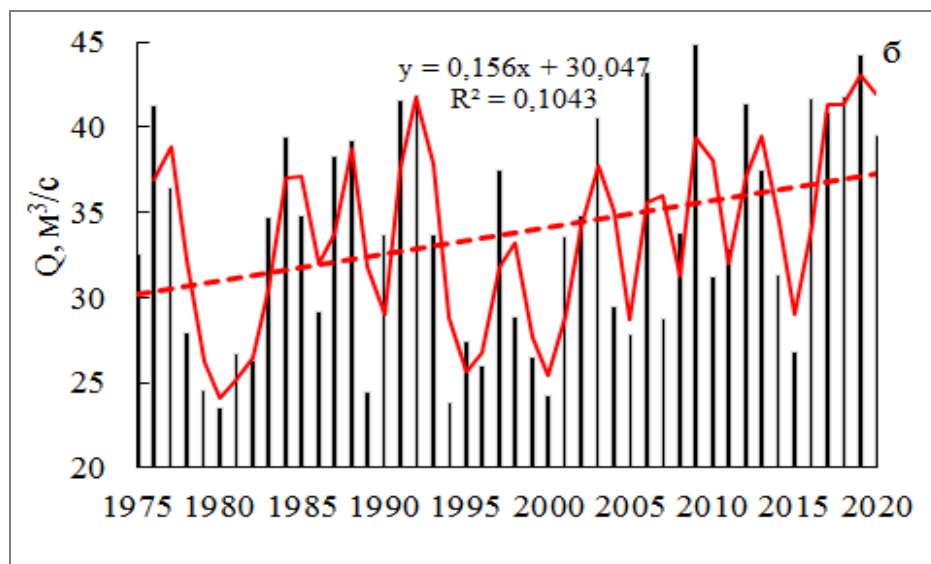
Из рис. 6 видно, что нисходящий тренд стока реки Ягноб за период 1930 — 1975 гг. переходит в возрастающий за период 1975 — 2020 гг., т. е. наблюдается соответствие динамик изменения температур и стока реки.

Сток реки Ягноб за периоды 1930 — 1975 гг. и 1975 — 2020 гг. характеризуется возрастающим трендом, Значимость трендов стока реки Ягноб показывает об увеличении стока на 10 млн. м³/год за период 1930 — 1975 гг. и 220 млн. м³/год за период 1975 — 2020 гг.

Рисунок 6. Тренд изменения стока реки Ягноб за периоды 1930 — 1975 гг. (а) и 1975 — 2020 гг. (б).

Figure 6. Trend of the Yagnob River flow for the periods 1930 — 1975 (a) and 1975 — 2020 (b).





Река Ягноб в основном питается талыми водами снежного покрова (~60 %), подземными водами (~30 %), а вклад ледников составляет не более 3% [19]. В период маловодья резервуары подземных вод бассейна превращаются в единственный источник водообеспечения реки Ягноб, которые заполняются при весенних, осенних осадках, таянии снегов и ледников, и тем самым влияют на значения измеряемого стока реки.

ВЫВОДЫ. Установлена тесная корреляционная зависимость значений температур воздуха на метеостанции Такфон бассейна реки Ягноб с данными остальных метеостанций бассейна реки Зеравшан, что связано с продолжительной циркуляцией, проникающей в долину воздушной массы и с процессом уравнивания температурного режима.

Значимость тренда температуры воздуха в бассейне реки Ягноб показывает, что за периоды 1930 — 1975 гг. и 1975 — 2020 гг. ежегодное повышение температуры составляет соответственно $0,6 \cdot 10^{-3}$ и $15 \cdot 10^{-3}$ °С. Тренд водного стока реки Ягноб показывает, что его увеличение за период 1930 — 2020 гг. ежегодно составляло 176,4 млн. м³.

Сток реки Ягноб за периоды 1930 — 1975 гг. и 1975 — 2020 гг. характеризуется возрастающим трендом, значимость которого показывает об увеличении стока на 10 млн.м³/год за период 1930 — 1975 гг. и 220 млн. м³/год за период 1975 — 2020 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. Groll M., Opp Ch., Kulmatov R., Ikramova M., Normatov I. Water quality, potential conflicts and solutions – an upstream-downstream analysis of the transnational Zarafshan River (Tajikistan, Uzbekistan). *Envir. Earth Sci.* 2015. V. 73(2). P.743–763. doi: 10.1007/s12665-013-2988-5.
2. Реки и озера Таджикистана. Главное управление по гидрометеорологии и наблюдениям за природной средой Министерства охраны природы Республики Таджикистан. – Душанбе, 2003. – С. 1–23.
3. Норматов П.И., Армстронг Р., Норматов И.Ш. Изменение гидрологических характеристик р. Зеравшан и ее притоков в зависимости от метеорологических условий // *Метеорология и гидрология*. 2016. №9. С. 91-96.
4. Норматов П.И., Фрумин Г.Т. Сравнительный анализ гидрохимических показателей верховья и низовья Трансграничной реки Зеравшан // *Гидрометеорология и экология (Ученые записки)*. 2015. № 39. С. 181–188.
5. Normatov P.I. Quantitative estimation of Hyman intervention Rivers on quality of waters of the Transboundary Rivers of the Central Asia. *Abstract Book Intern. Conference Goldschmidt*. California. 2014. P. 1827.
6. Normatov P.I. Monitoring influence of industrial complexes on water quality and chemical analyses of seasonal snow of the Zerafshan River Basin glaciers. *Proc.16th Annual Conference of the International Association for Mathematical Geosciences*. Jawaharlal Nehru University. New Delhi, India. 2016. P. 208–212.

7. Клапцов В.М. Водно-энергетические проблемы в Центральной Азии: причины, трудности и подходы к разрешению. Проблемы национальной стратегии // Экономика. 2012. №6 (15). С. 165–162.
8. Мироненков А. Что кроется за нехваткой воды: ситуация с наличием водных ресурсов и водопользованием в Центральной Азии. 2006. URL: http://analitika.org/ca/water-and_energetics/1145-20061114224933178.html (дата обращения: 21.09.2021).
9. Проект ПРООН: План интегрированного управления водными ресурсами и водосбережения для бассейна реки Зеравшан(2005-2009). Узбекистан. 2009. 39 с. URL: www.uz.undp.org (дата обращения: 02.04.2022).
10. Водно-энергетические вопросы Центральной Азии и взгляд Республики Таджикистан на их решение. URL: www.tajikembassytr.org/eski/RU/tomain178.html (дата обращения: 09.07.2022).
11. Нурмахмадов Д.Н. Гидроэнергетика Таджикистана. Современное состояние и перспективы развития. Сборник докладов Межд. Конф. Состояние, проблемы и перспективы развития банковской системы в странах Центральной Азии на этапе перехода к рыночным отношениям. Душанбе, Таджикистан. 16-17 июня 2005. С.12–16.
12. Рахимов А.Р. Предварительный отчет оценки воздействия на окружающую среду Яванской ГЭС в Республике Таджикистан. URL: http://www.unece.org/fileadmin/DAM/env/eia/documents/Events/DushanbeFeb07/Dushanbe07_Rakhimov.pdf (дата обращения: 18.06.2022).
13. Alihanov B.B. About a Condition of Environment and Use of Natural Resources in Republic of Uzbekistan (the Retrospective Analysis for 1988-2007), National Report of the State Committee for Nature Protection of the Republic of Uzbekistan. Tashkent: Chinor. 2008. 189 p.
14. Третье Национальное Сообщение Республики Таджикистан Рамочной конвенции об изменении климата. Государственное учреждение по гидрометеорологии Комитета по охране окружающей среды при Правительстве Республики Таджикистан. Правительство Республики Таджикистан, Душанбе, 2014. Доступно по адресу: <http://unfccc.int/resource/docs/natc/tjknc3.pdf>.
15. Малинин В. Н. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. Учебник. СПб.: РГГМУ, 2008. 408 с.
16. Абдушукуров Д.А., Мамадалиев Б., Шаймуродов Ф. Происхождение воды в бассейне реки Зеравшан в весенний период // Наука, Новые технологии и инновации Кыргызстана. 2019, № 4, С/15-19. doi: 10.26104/NNTIK.2019.45.557.
17. Immerzeel, W. W., Pellicciotti, F., Bierkens, M.F.P. Rising river flows throughout the twenty-first century in two Himalayan glacierized watersheds. *Nature Geoscience*. 2013. V. 6. P. 742–745. doi: 10.1038/NGEO1896.
18. Punkari M., Droogers, P., Immerzeel W.W., Korhonen N., Lutz A., Venäläinen A. Climate change and sustainable management in Central Asia. ADB Central and West Asia working paper series. 2014. No 5. 21P.
19. Gunya A. Yagnob valley – nature, history and changes of a Mountain community development in Tajikistan. M.: KMK Scientific Press Ltd., 2002, 113P.
20. Шарофзода Ф.А. Пространственное распределение атмосферных осадков по климатическим зонам бассейна реки Зеравшан / Ф.А. Шарофзода // Вестник Таджикского национального университета, сер. естественных наук 2022. № 4. сс. 262-270.
21. Sharofzoda F.A. Applicability assessment of the Zeravshan River water for irrigation / F.A. Sharofzoda // Кишоварз. 2022. 3(96). сс.113-117.

REFERENCES

1. Groll M., Opp Ch., Kulmatov R., Ikramova M., Normatov I. Water quality, potential conflicts and solutions – an upstream-downstream analysis of the transnational Zarafshan River (Tajikistan, Uzbekistan). *Envir. Earth Sci.* 2015. 73(2): 743–763. doi: 10.1007/s12665-013-2988-5.
2. Rivers and lakes of Tajikistan. Main Directorate for Hydrometeorology and Natural Environment Observations of the Ministry of Nature Protection of the Republic of Tajikistan. - Dushanbe, 2003. - P. 1–23. Normatov P.I., Armstrong R., Normatov I.S. Changes in hydrological characteristics of the Zeravshan River and its tributaries depending on meteorological conditions // *Meteorology and Hydrology*. 2016. No. 9. – Pp. 91-96.
3. Normatov P.I., Frumin G.T. Sravnitel'nyj analiz gidrohimicheskikh pokazatelej verhov'ya i nizov'ya Transgranichnoj reki Zeravshan. Comparative analysis of hydrochemical indicators of the upper and lower reaches of the Transboundary Zeravshan River. *Gidrometeorologiya i ekologiya (Uchenye zapiski)* 2015.39: 181-188.
4. Normatov P.I. Quantitative estimation of Hyman intervention Rivers on quality of waters of the Transboundary Rivers of the Central Asia. Abstract Book Intern. Conference Goldschmidt. California. 2014, 1827.

5. Normatov P.I. Monitoring influence of industrial complexes on water quality and chemical analyses of seasonal snow of the Zeravshan River Basin glaciers. Proc.16th Annual Conference of the International Association for Mathematical Geosciences. Jawaharlal Nehru University. New Delhi, India. 2016, 208–212.
6. Klapsov V.M. Vodno-energeticheskie problemy v Central'noj Azii: prichiny, trudnosti i podhody k razresheniyu. Problemy nacional'noj strategii. Water and energy problems in Central Asia: causes, difficulties and approaches to resolution. Problems of the national strategy. Ekonomika. 2012. 6 (15): 165–162 (in Russian).
7. Klapsov V.M. Water and energy problems in Central Asia: causes, difficulties and approaches to resolution. Problems of national strategy // Economics. 2012. No. 6 (15). pp. 165–162.
8. Mironenkov A. What lies behind the water shortage: the situation with the availability of water resources and water use in Central Asia. 2006. URL: <http://analitika.org/ca/water-and-energetics/1145-2006114224933178.html> (access date: 09/21/2021).
9. UNDP Project: Integrated Water Resources Management and Water Conservation Plan for the Zeravshan River Basin (2005-2009). Uzbekistan. 2009. 39 p. URL: www.uz.undp.org (access date: 04/02/2022).
10. Water and energy issues of Central Asia and the view of the Republic of Tajikistan on their solution. URL: www.tajikembassytr.org/eski/RU/tomain178.html (access date: 07/09/2022).
11. Nurmakhmadov D.N. Hydropower in Tajikistan. Current state and development prospects. Collection of reports Int. Conf. State, problems and prospects for the development of the banking system in the countries of Central Asia at the stage of transition to market relations. Dushanbe, Tajikistan. June 16-17, 2005. P.12–16.
12. Rakhimov A.R. Preliminary environmental impact assessment report for the Yavan hydroelectric power station in the Republic of Tajikistan. URL: http://www.unece.org/fileadmin/DAM/env/eia/documents/Events/DushanbeFeb07/Dushanbe07_Rakhimov.pdf (access date: 06/18/2022).
13. Alihanov V.V. About a Condition of Environment and Use of Natural Resources in the Republic of Uzbekistan (the Retrospective Analysis for 1988-2007), National Report of the State Committee for Nature Protection of the Republic of Uzbekistan. Tashkent: Chinor. 2008. 189 p.
14. Third National Communication of the Republic of Tajikistan to the Framework Convention on Climate Change. State institution for hydrometeorology of the Committee for Environmental Protection under the Government of the Republic of Tajikistan. Government of the Republic of Tajikistan, Dushanbe, 2014. Available at: <http://unfccc.int/resource/docs/natc/tjknc3.pdf>.
15. Malinin V.N. Statistical methods for analyzing hydrometeorological information. Textbook. SPb.: RGGMU, 2008. 408 p.
16. Abdushukurov D.A., Mamadaliev B., Shaimurodov F. Origin of water in the Zeravshan River basin in the spring // Science, New Technologies and Innovations of Kyrgyzstan. 2019, No. 4, C/15-19. doi: 10.26104/NNTIK.2019.45.557.
17. Immerzeel, W. W., Pellicciotti, F., Bierkens, M.F.P. Rising river flows throughout the twenty-first century in two Himalayan glacierized watersheds. Nature Geoscience. 2013. V. 6. P. 742–745. doi: 10.1038/NGEO1896.
18. Punkari M., Droogers, P., Immerzeel W.W., Korhonen N., Lutz A., Venäläinen A. Climate change and sustainable management in Central Asia. ADB Central and West Asia working paper series. 2014. No 5. 21P.
19. Gunya A. Yagnob valley – nature, history and changes of a Mountain community development in Tajikistan. M.: KMK Scientific Press Ltd., 2002, 113P.
20. Sharofzoda F.A. Spatial distribution of atmospheric precipitation across climatic zones of the Zeravshan river basin / F.A. Sharofzoda // Bulletin of the Tajik National University, ser. Natural Sciences 2022. No. 4. pp. 262-270.
21. Sharofzoda F.A. Applicability assessment of the Zeravshan River water for irrigation / F.A. Sharofzoda // Kishovar. 2022. 3(96). pp. 113-117.

ШАРОИТИ МЕТЕОРОЛОГИИ ҲАВЗА ВА ТАЪСИРИ ОН БА ТАШАККУЛҒИИ МАЧРОИ ОБИ ДАРӢИ ЯҒНОБ

Мақсади асосии мақола мониторинги шароити метеорологии ҳавзаи дарӢи Яғноб ва омӯзиши таносуби мутақобилаи ҳарорати миёнаи солонаи ҳавзаи дарӢи Яғноб ва минтақаҳои иқлимии ҳавзаи дарӢи Зарафшон дар солҳои 1930-2020 аз рӯи маълумоти шабакаҳои обуҳавошиносии минтақаҳои дахлдор ва инчунин муайян намудани таъсири динамикаи ҳарорати миёнаи солонаи ҳавзаи дарӢи Яғноб ба маҷрои дарӢи Яғноб мебошад. Байни қиматҳои ҳарорати ҳаво дар ҳавзаи дарӢи Яғноб ва шабакаҳои метеорологии ҳавзаи дарӢи Зарафшон ҷой доштани таносуби наздик муқаррар шудааст. Тамоюли ҳарорати ҳаво дар ҳавзаи дарӢи Яғноб нишон медиҳад, ки дар солҳои 1930-1975 ва 1975-2020 афзоиши ҳарорати солона мутаносибан $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ ва $15 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ мебошад. Маҷрои дарӢи Яғноб дар солҳои 1930 - 1975 ва 1975 - 2020 бо тамоюли афзоианда тавсиф карда мешавад, ки қимати он дар давраи солҳои 1930-1975 ба 10 миллион m^3 ва 220 миллион m^3 дар давраи 1975-2020 дар як сол мебошад.

Калидвожаҳо: Яғноб, Зарафшон, ҳарорат, таносуб, ҷараёни об, массаи ҳаво

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ БАСЕЙНА И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ФОРМИРОВАНИЕ СТОКА РЕКИ ЯГНОБ

Целью настоящей работы является мониторинг метеорологических условий бассейна реки Ягноб и изучение взаимной корреляции среднегодовых значений температур бассейна реки Ягноб и климатических зон бассейна реки Зеравшан по данным метеорологических станций соответствующих зон за период 1930-2020 гг., а также оценка влияния динамики среднегодовых температур бассейна реки Ягноб на среднегодовой объем стока реки Ягноб за этот же период. Установлена тесная корреляционная зависимость значений температур воздуха на метеостанции Такфон бассейна реки Ягноб с данными остальных метеостанций бассейна реки Зеравшан. Оценка значимости тренда температуры воздуха в бассейне реки Ягноб показывает, что за периоды 1930-1975 гг. и 1975-2020 гг. ежегодные повышения температуры составляют $0,6 \cdot 10^{-3}$ °C и $15 \cdot 10^{-3}$ °C соответственно. Сток реки Ягноб за периоды 1930-1975 гг. и 1975-2020 гг. характеризуется возрастающим трендом, значимость которого показывает на увеличение стока на 10 млн.м³/год за период 1930 -1975 гг. и 220 млн. м³/год за период 1975-2020 гг.

Ключевые слова: Ягноб, Зеравшан, температура, корреляция, сток, воздушная масса

METEOROLOGICAL CONDITIONS OF THE BASIN AND THEIR INFLUENCE ON THE FORMATION OF THE YAGNOB RIVER FLOW

The purpose of this work is to monitor the meteorological conditions of the Yagnob River basin for the period 1930-2020. To use the Pearson correlation to determine the relationship between the averages annual values of its air temperature with the average annual temperatures of meteorological stations in the Zeravshan River basin and to assess the influence of the temperature dynamics of the basin on the formation of the flow of the Yagnob River. The object of the study is the Yagnob River basin, a tributary of the Zeravshan River. The meteorological conditions of the Yagnob River basin and the hydrological characteristics of the river were evaluated based on the generalization of data from hydro meteorological stations of the Taxon, statistical methods of processing meteorological, hydrological data, as well as correlations of temperature and river flow using Pearson correlation were used. It was found that during the period under review, 1930-2020, the temperature change in the Yagnob River basin is characterized by a tendency to increase by $8.35 \cdot 10^{-3}$ °C/year. The observed close correlation of temperature data from the Takfon weather station and other stations of the Zeravshan River basin can confirm that the air penetrating the valley between the Zeravshan and Gissar ridges will circulate for a long time and contribute to the process of balancing the temperature regime in longitude and latitude, taking into account its height gradient. The transition of the trend of decreasing the flow of the Yagnob River from 1930-1975 to the trend of increase in 1975-2020 indicates full compliance with the changes in temperature and river flow. The flow of the Yagnob River for the periods 1930-1975 and 1975-2020 is characterized by an increasing trend, the significance of which shows an increase in flow by 10 million m³/year for the period 1930-1975 and 220 million m³/year for the period 1975- 2020.

Keywords: Yagnob, Zeravshan, temperature, correlation, runoff, air mass

Маълумот дар бораи муаллиф: Мирзохонова Ситора Олтибоевна – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои техника, дотсенти кафедраи метеорология ва климатология. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Чумхурии Тоҷикистон, хиёбони Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 919033479. **E-mail:** sitora.82@mail.ru

Норматов Ином Шерович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, доктори илмҳои химия, профессор, узви вобастаи АМИТ, мудири кафедраи метеорология ва климатология. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Чумхурии Тоҷикистон, хиёбони Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934-450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Сведения об авторах: Мирзохонова Ситора Олтибоевна – Таджикский национальный университет, к.т.н., доцент кафедры метеорологии и климатологии. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 9190333479. **E-mail:** sitora.82@mail.ru

Норматов Ином Шерович – Таджикский национальный университет, доктор химических наук, профессор, член-корреспондент НАНТ, заведующий кафедрой метеорологии и климатологии. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934-450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Information about the authors: Mirzokhonova Sitora Oltiboevna – Tajik National University, Candidate of Technical Sciences, Department of Meteorology and Climatology. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 9190333479. **E-mail:** sitora.82@mail.ru

Normatov Inom Sherovich – Tajik National University, Doctor of Chemical Sciences, Corresponding Member of NAST, Head of the Department of Meteorology and Climatology of the. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ НЕЛИНЕЙНОГО ФОТОАКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ С РЕЛАКСАЦИЕЙ ПОТОКА ТЕПЛА

Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П., Сулаймонов А.Э.

Таджикский национальный университет

В [1] нами была предложена математическая модель определения вклада релаксации потока тепла в характеристике первых двух гармоник нелинейного фотоакустического (ФА) сигнала в однослойных твердотельных образцах. Линейная задача для рассматриваемого случая была решена в [2], что является обобщением известной теории Розенцвейга- Гершо [3]. Настоящая работа является развитием [1] и посвящена теоретическому исследованию вклада релаксации потока тепла в параметры второй гармоники (ВГ) нелинейного ФА - сигнала.

Отметим, что в [4-17] достаточно подробно изучены различные аспекты возбуждения первых двух гармоник нелинейного ФА – сигнала различными твердотельными одно- и двухслойными образцами и было установлено, что ВГ нелинейного ФА–сигнала не искажена сигналом, генерируемым линейным механизмом. С другой стороны, недавно в [18, 19] было показано, что ФА–микроскоп на ВГ тепловых волн обладает значительно более высоким по сравнению с микроскопом на основной гармонике разрешением. Это позволило авторам добиться визуализации микрометрической неоднородности в биологических тканях. Однако во всех этих работах оказался неисследованным вклад релаксации потока тепла в формирование ВГ нелинейного ФА – сигнала, что и является целью настоящей работы.

Исходим из следующей системы уравнений для ВГ нелинейной составляющей колебания температуры [1]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{2Ng}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{2Ng}(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2g} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_g}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) [\Phi_{Lg}^2(t,x)], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{2Ns}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_s^{(0)}} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Phi_{2Ns}(x,t)}{\partial t} - 0,5 \left[\delta_{2s} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_s}{\chi_s^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \right] \Phi_{LS}^2(x,t) - \\ - \frac{I_0 A_s^{(0)} \beta e^{\beta^{(0)} x}}{2k_s^{(0)}} \times \delta_3 \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \Phi_{LS}(0,t) \exp[i\omega t] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{2Nb}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{2Nb}(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_b}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) [\Phi_{Lb}^2(t,x)]. \quad (3)$$

Здесь I_0 , ω , $A^{(0)}$, β - интенсивность падающего луча, частота её модуляции, начальное значение поглотательной способности (степени черноты) и оптический коэффициент поглощения образца соответственно, $\chi_i^{(0)} = \kappa_i^{(0)} / C_{pi}^{(0)}$, $\kappa_i^{(0)}$, $C_{pi}^{(0)}$, $\Phi_{Li}(x,t)$ - начальные значения температуропроводности, теплопроводности, теплоемкости единицы объёма и линейной составляющей колебания температуры в соответствующих слоях, τ - время релаксации потока тепла в образце, $\delta_i = (1/C_{pi}^{(0)}) (\partial C_{pi} / \partial T)$, $\delta_{2i} = (1/\kappa_i^{(0)}) (\partial \kappa_i / \partial T)$, $\delta_3 = (1/A^{(0)}) (\partial A / \partial T)$ - термические коэффициенты величин C_{pi} , κ_i , A_s , соответственно.

Необходимые шесть граничных условий для решения системы (1) -(3) имеют следующий вид:

$$\Phi_{2Nb}(t, -l_s - l_b) = \Phi_{2Ng}(t, l_g) = 0, \Phi_{2Ns(1)}(t, 0) = \Phi_{2Ng}(t, 0), \Phi_{2Nb}(t, -l_b - l_s) = \Phi_{2Ns(2)}(t, -l_b - l_s), \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi_{2g}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} (1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial \Psi_{2s}(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=0}, \left. \frac{\partial \Psi_{2b}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-l_s} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_b^{(0)}} (1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial \Psi_{2s}(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=-l_s}, \quad (5)$$

где $\Psi_{2i}(t, x) = \Phi_{2Ni}(t, x) + 0,5\delta_{2i}\Phi_{Li}^2(t, x)$.

Граничные условия (5) указывают на то, что для решения сформулированной задачи необходимо иметь уравнения для функций $\Psi_{2i}(t, x)$. Из (1) -(3) для этих функций получим следующую систему уравнений для соответствующих слоев

$$\frac{d\Psi_{2g}(\omega, x)}{dx^2} - \sigma_{2g}^2 \Psi_{2g}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2g}^2 (\delta_g - \delta_{2g}) \Phi_{Lg}^2(\omega, x)}{2}, \quad (6)$$

$$\frac{d\Psi_{2s}(\omega, x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_{2s}^2 \Psi_{2s}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2s}^2 (\delta_s - \delta_{2s}) \Phi_{Ls}^2(\omega, x)}{2} - \frac{I_0 A_s^{(0)} \beta \delta_3 \exp[\beta x] \Phi_{Ls}(\omega, 0)}{2k_{2s}^{(0)}} (1 + i\omega\tau_s), \quad (7)$$

$$\frac{d\Psi_{2b}(\omega, x)}{dx^2} - \sigma_{2b}^2 \Psi_{2g}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2b}^2 (\delta_b - \delta_{2b}) \Phi_{Lb}^2(\omega, x)}{2}, \quad (8)$$

где $\tilde{\sigma}_{2s}^2(\Omega_i) = i\omega(1 + i\omega\tau_i) / \chi_i$. Величину $\tilde{\sigma}_i(\Omega_i)$ представим в виде

$$\tilde{\sigma}_s(\Omega_i) = \frac{1}{\mu(\Omega)} + i \frac{2\pi}{\lambda(\Omega)},$$

где $\Omega_i = \omega\tau_i$, $\mu_i(\Omega_i)$ – длина тепловой диффузии в релаксирующей среде. Тогда имеют место выражения

$$\mu(\Omega) = \sqrt{\frac{2\chi_i\tau_i}{\Omega\sqrt{1 + \Omega^2} - \Omega^2}}, \quad \lambda(\Omega) = 2\pi\mu(\Omega).$$

Учитывая наличие гармонического источника в правой части (7), а также то, что

$$\Phi_L^2 \approx \Phi_L^2(\omega, x) \exp(i2\omega t),$$

в (6) –(8) положим

$$\Psi_{2i}(t, x) = \Psi_{2i}(\omega, x) \exp(i2\omega t).$$

Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d\Psi_{2g}(\omega, x)}{dx^2} - \sigma_{2g}^2 \Psi_{2g}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2g}^2 (\delta_g - \delta_{2g}) \Phi_{Lg}^2(\omega, x)}{2}, \quad (9)$$

$$\frac{d\Psi_{2s}(\omega, x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_{2s}^2 \Psi_{2s}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2s}^2 (\delta_s - \delta_{2s}) \Phi_{Ls}^2(\omega, x)}{2} - \frac{I_0 A_s^{(0)} \beta \delta_3 \exp[\beta x] \Phi_{Ls}(\omega, 0)}{2k_{2s}^{(0)}} (1 + i\omega\tau_s), \quad (10)$$

$$\frac{d\Psi_{2b}(\omega, x)}{dx^2} - \sigma_{2b}^2 \Psi_{2g}(\omega, x) = \frac{\sigma_{2b}^2 (\delta_b - \delta_{2b}) \Phi_{Lb}^2(\omega, x)}{2}. \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что для решения этих уравнений необходимо знать вид функций $\Phi_{Li}(x, \omega)$, выражения для которых получены в [2] и имеют следующий вид:

$$\Phi_{Lg}(x, \omega) = \frac{(1+i\omega\tau_s)\beta I_0 e^{(\beta-\tilde{\sigma}_s)x}}{2k_s^{(0)}(\beta^2 - \tilde{\sigma}_s^2)} \frac{(r-1)(b+1)e^{\tilde{\sigma}_s l} - (r+1)(b-1)e^{-\tilde{\sigma}_s l} + 2(b-r)e^{-\beta l}}{(g+1)(b+1)e^{\tilde{\sigma}_s l} - (g-1)(b-1)e^{-\tilde{\sigma}_s l}}, \quad (12)$$

$$\Phi_{Ls}(x, \omega) = 0.5rE[(G+1)e^{\tilde{\sigma}_s x} + (G-1)e^{-\tilde{\sigma}_s x}], \quad (13)$$

$$\Phi_{Lb}(x, \omega) = 0.5b^{-1}rE[(G+1)e^{\tilde{\sigma}_s(x+l_s)} + (G-1)e^{-\tilde{\sigma}_s(x+l_s)} + e^{-\beta(x+l_s)}]. \quad (14)$$

Здесь

$$E = \frac{(1+i\omega\tau_s)\beta I_0 \exp(\beta x)}{2k_s(\beta^2 - \sigma_s^2)}, \quad g = \frac{\sigma_g k_g}{\sigma_s k_s^{(0)}(1+i\omega\tau_s)}, \quad b = \frac{\sigma_b k_b}{\sigma_s k_s^{(0)}(1+i\omega\tau_s)},$$

$r = \beta(\tilde{\sigma}_s)^{-1}$, $\tilde{\sigma}_i^2 = i\omega(1+i\omega\tau_s)/\chi^{(0)}_i$, $\sigma_i = (1+i)/\mu_i$, $\mu_i = (2\chi^{(0)}_i/\omega)^{1/2}$ - начальное значение длины тепловой диффузии, $G = (e^{\tilde{\sigma}_s l_s} + \text{Re}^{-\tilde{\sigma}_s l_s})/(e^{\tilde{\sigma}_s l_s} - \text{Re}^{-\tilde{\sigma}_s l_s})$, а

$R = (1-b)/(1+b)$ - коэффициент отражения тепловых волн. Решение системы (9)-(11) можно представить в виде

$$\Psi_{2g}(\omega, x) = \Theta_{2Ng} e^{-\sigma_{2g} x} + W_{1g}(\omega, x) e^{\sigma_{2g} x} - W_{2g}(\omega, x) e^{-\sigma_{2g} x}, \quad (15)$$

$$\Psi_{2b}(\omega, x) = W_{2Nb} e^{\sigma_{2b}(x+l_s)} + W_{1b}(\omega, x) e^{\sigma_{2b}(x+l_s)} - W_{2b}(\omega, x) e^{-\sigma_{2b}(x+l_s)}, \quad (16)$$

$$\Psi_{2s}(\omega, x) = R_{2s}[S_{s(1)}(\omega, x) e^{\sigma_{2s} x} - S_{s(2)}(\omega, x) e^{-\sigma_{2s} x}] + [\Omega_{s(2)}(\omega, x) e^{-\sigma_{2s} x} - \Omega_{s(1)}(\omega, x) e^{\sigma_{2s} x}] + \gamma_1 e^{\sigma_{2s} x} + \gamma_2 e^{-\sigma_{2s} x}. \quad (17)$$

Здесь использованы обозначения

$$S_{s(1)}(\omega, x) = \int e^{-\sigma_{2s} x} \Phi_{Ls}^2(\omega, x) dx, \quad S_{s(2)}(\omega, x) = \int e^{\sigma_{2s} x} \Phi_{Ls}^2(\omega, x) dx$$

$$\Omega_{s(1)}(\omega, x) = \frac{I_0 A_s^{(0)} \beta \delta_3}{4k_s^{(0)} \sigma_{2s}} (1+i\omega\tau_s) \int e^{(\beta-\sigma_{2s})x} \Phi_{Ls}(\omega, 0) dx,$$

$$\Omega_{s(2)}(\omega, x) = \frac{I_0 A_s^{(0)} \beta \delta_3}{4k_s^{(0)} \sigma_{2s}} (1+i\omega\tau_s) \int e^{(\beta+\sigma_{2s})x} \Phi_{Ls}(\omega, 0) dx, \quad R_{2i} = \frac{\sigma_{2i}(\delta_i - \delta_{2i})}{4}, \quad i = g, s, b$$

$$W_{1g}(\omega, x) = R_{2g} \int e^{-\sigma_{2g} x} \Phi_{Lg}^2(\omega, x) dx = -\frac{R_{2g} \Theta_L^2}{\sigma_{2g} + 2\sigma_g} e^{-(\sigma_{2g} + 2\sigma_g)x},$$

$$W_{2g}(\omega, x) = R_{2g} \int e^{\sigma_{2g} x} \Phi_{Lg}^2(\omega, x) dx = \frac{R_{2g} \Theta_L^2}{\sigma_{2g} - 2\sigma_g} e^{(\sigma_{2g} - 2\sigma_g)x},$$

$$W_{1b}(\omega, -l_s) = R_{2b} \int e^{-\sigma_{2b}(x+l_s)} \Phi_{Lb}^2(\omega, x) dx = -\frac{R_{2b} W^2}{\sigma_{2b} - 2\sigma_b} e^{-(\sigma_{2b} - 2\sigma_b)(x+l_s)},$$

$$W_{2b}(\omega, -l_s) = R_{2b} \int e^{\sigma_{2b}(x+l_s)} \Phi_{Lb}^2(\omega, x) dx = \frac{R_{2b} W^2}{\sigma_{2b} + 2\sigma_b} e^{(\sigma_{2b} + 2\sigma_b)(x+l_s)}.$$

Из граничных условий получим следующую систему алгебраических уравнений для определения величин $\Theta_{2Ng}, W_{2Nb}, \gamma_1, \gamma_2$:

$$\begin{aligned} g[-\Theta_{2Ng} + W_{1g}(\omega, 0) + W_{2g}(\omega, 0)] &= R_{2s}[S_{s(1)}(\omega, 0) + S_{s(2)}(\omega, 0)] - \\ &- [\Omega_{s(1)}(\omega, 0) + \Omega_{s(2)}(\omega, 0)] + \gamma_1 + \gamma_2, \\ \Theta_{2Ng} + W_{1g}(\omega, 0) - W_{2g}(\omega, 0) &= \gamma_1 + \gamma_2 + R_{2s}[S_{s(1)}(\omega, 0) - S_{s(2)}(\omega, 0)] + \\ &+ [\Omega_{s(2)}(\omega, 0) - \Omega_{s(1)}(\omega, 0)] + 0.5\delta_{2g}\Phi_{Lg}^2(\omega, 0) - 0.5\delta_{2s}\Phi_{Ls}^2(\omega, 0), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{2s}[S_{s(1)}(\omega, -l_s)e^{-\sigma_{2s}l_s} - S_{s(2)}(\omega, -l_s)e^{\sigma_{2s}l_s}] &+ [\Omega_{s(2)}(\omega, -l_s)e^{\sigma_{2s}l_s} - \Omega_{s(1)}(\omega, -l_s)e^{-\sigma_{2s}l_s}] + \\ \gamma_1e^{-\sigma_{2s}l_s} + \gamma_2e^{\sigma_{2s}l_s} &= W_{2Nb} + W_{1b}(\omega, -l_s) - W_{2b}(\omega, -l_s) + 0.5\delta_{2s}\Phi_{Ls}^2(\omega, -l_s) - 0.5\delta_{2b}\Phi_{Lb}^2(\omega, -l_s), \\ b[W_{2Nb} + W_{1b}(\omega, -l_s) + W_{2b}(\omega, -l_s)] &= R_{2s}[S_{s(1)}(\omega, -l_s)e^{-\sigma_{2s}l_s} + S_{s(2)}(\omega, -l_s)e^{\sigma_{2s}l_s}] - \\ &- [\Omega_{s(2)}(\omega, -l_s)e^{\sigma_{2s}l_s} + \Omega_{s(1)}(\omega, -l_s)e^{-\sigma_{2s}l_s}] + \gamma_1e^{-\sigma_{2s}l_s} + \gamma_2e^{\sigma_{2s}l_s}. \end{aligned}$$

Из этой системы для искомой величины Θ_{2Ng} получим выражение

$$\begin{aligned} \Theta_{2Ng} &= W_{2g}(\omega, 0) - W_{1g}(\omega, 0) + 0.5\Theta_L^2(\delta_{2g} - \delta_{2s}) + \frac{2\Delta_1}{\Delta}[R_{2s}S_{s(1)}(\omega, 0) - R_{2s}S_{s(1)}(\omega, -l_s) - \\ \Omega_{s(1)}(\omega, 0) + \Omega_{s(1)}(\omega, -l_s)] &+ \frac{2\Delta_1}{\Delta}[R_{2s}S_{s(2)}(\omega, 0) - R_{2s}S_{s(2)}(\omega, -l_s) - \Omega_{s(2)}(\omega, 0) + \\ &+ \Omega_{s(2)}(\omega, -l_s)] - \Delta^{-1}b[\delta_{2s}\Phi_{Ls}^2(\omega, l_s) - \delta_{2b}\Phi_{Lb}^2(\omega, l_s)] - 4W_{2b}(\omega, l_s) \end{aligned} \quad (18)$$

где $\Delta = (1-b)e^{-\sigma_{2s}l_s} - (1+b)e^{\sigma_{2s}l_s}$, $\Delta_1 = (1-b)e^{-\sigma_{2s}l_s}$, $\Delta_2 = (1+b)e^{\sigma_{2s}l_s}$.

Для определения величины ФА-сигнала на ВГ воспользуемся известным выражением [11,12]

$$\delta p_2(\omega) = \frac{\mathcal{P}_0 2\pi\mu_{2g}}{T_{00}l_g} \overline{\Phi}_{2Ng}(\omega) = \frac{\mathcal{P}_0}{T_{00}l_g} \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \Phi_{2N}(\omega, x) dx = \frac{\mathcal{P}_0 \xi_{2N}}{T_{00}l_g}. \quad (19)$$

Здесь

$$\xi_{2N} = \Theta_{2N}\xi_1 - 0.5\delta_{2g}\xi_2 + \xi_3 - \xi_4,$$

$$\xi_1 = \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \exp(-\sigma_{2g}x) dx = \frac{1}{\sigma_{2g}}, \quad \xi_3 = \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \exp[(\sigma_{2g}x)] W_{1g}(\omega, x) dx = -\frac{\Theta_L^2 R_{2g}}{2\sigma_g(2\sigma_g + \sigma_{2g})}, \quad (20)$$

$$\xi_2 = \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \Phi_{Lg}^2(\omega, x) dx = \frac{\Theta_L^2}{2\sigma_g}, \quad \xi_4 = \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \exp[-(\sigma_{2g}x)] W_{2g}(\omega, x) dx = \frac{\Theta_L^2 R_{2g}}{2\sigma_g(\sigma_{2g} - 2\sigma_g)}. \quad (21)$$

Выражение (19) совместно с (18), (20) и (21) и является общим решением сформулированной задачи. Для дальнейшего рассмотрения необходимо учитывать, что коэффициент отражения тепловых волн R меняется в пределе от $R = 1$ (подложка-идеальный теплоизолятор) до $R = -1$ (подложка-идеальный теплопроводник).

Рассмотрим случай $R = 1$. Выполнив необходимые вычисления, из (19) получаем

$$\delta p_2(\omega) = \frac{\mathcal{P}_0 I_0^2 (1 + i\omega\tau_s)}{4k_s^2 \tilde{\sigma}_s^2 \tilde{\sigma}_g T_{00} l_g} [K_1 G G_{N1} - K_2 G^2 + K_3 G G_{N2}], \quad (22)$$

$$\text{где } K_1 = \frac{A_s^{(0)} \delta_3}{\sqrt{2}}, \quad K_2 = \frac{3\delta_{2g} - 2\delta_g 2\delta_{2s} - \sqrt{2}(\delta_g - \delta_{2g})}{4}, \quad K_3 = \frac{\delta_{2g} - \delta_{2s}}{2},$$

$$G_{N1} = (e^{\tilde{\sigma}_{2s} l_s} + \text{Re}^{-\tilde{\sigma}_{2s} l_s}) / (e^{\tilde{\sigma}_{2s} l_s} - \text{Re}^{-\tilde{\sigma}_{2s} l_s}),$$

$$G_{N2} = \frac{2,44(e^{0,6\sigma_s l_s} + e^{-0,6\sigma_s l_s}) - 2(e^{1,4\sigma_s l_s} + e^{-1,4\sigma_s l_s}) + 0,41(e^{3,4\sigma_s l_s} + e^{-3,4\sigma_s l_s})}{(e^{0,6\sigma_s l_s} - e^{-0,6\sigma_s l_s}) + 2(e^{1,4\sigma_s l_s} - e^{-1,4\sigma_s l_s}) - (e^{3,4\sigma_s l_s} - e^{-3,4\sigma_s l_s})}.$$

Выражение (22) перепишем в виде

$$\delta p_2(\Omega) = \frac{I_0^2(1-\rho)P_0}{2T_0 l_g} \frac{\sqrt{D_s^2 D_g}}{k_s^2} \frac{\tau_s \sqrt{\tau_s}}{\Omega \sqrt{\Omega}} \frac{1}{i\sqrt{i}} \left(\frac{(1+\Omega^2)^2}{1+(\alpha\Omega)^2} \right)^{1/4} (Z + iZ_1), \quad (23)$$

где

$$Z = \frac{K_1 A_1 C_2 C_3 + K_2 A_2 C_1 C_3 + K_3 A_3 C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3}, \quad Z_1 = \frac{K_1 B_1 C_2 C_3 + K_2 B_2 C_1 C_3 + K_3 B_3 C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3},$$

$$A_1 = (\text{Cos}^2 \Psi \text{Ch}^2 \xi - \text{Sin}^2 \Psi \text{Sh}^2 \xi)(\text{Cos}^2 \Psi \text{Sh}^2 \xi - \text{Sin}^2 \Psi \text{Ch}^2 \xi) + 0,5 \text{Sin} 2\Psi \text{Sh} 2\xi,$$

$$A_2 = (\text{Cos} 2,4\Psi \text{Ch} 2,4\xi)^2 - (\text{Cos} 0,41\Psi \text{Ch} 0,41\xi)^2 + (\text{Sin} 2,4\Psi \text{Sh} 2,4\xi)^2 - (\text{Sin} 0,41\Psi \text{Sh} 0,41\xi)^2,$$

$$A_3 = (2,44 \text{Cos} 0,6\Psi \text{Ch} 0,6\xi - 2 \text{Cos} 1,4\Psi \text{Ch} 1,4\xi - 0,41 \text{Cos} 3,4\Psi \text{Ch} 3,4\xi)(\text{Cos} 0,6\Psi \text{Sh} 0,6\xi + \\ + 2 \text{Cos} 1,4\Psi \text{Sh} 1,4\xi - \text{Cos} 3,4\Psi \text{Sh} 3,4\xi) + (2,44 \text{Sin} 0,6\Psi \text{Sh} 0,6\xi - 2 \text{Sin} 1,4\Psi \text{Sh} 1,4\xi - \\ - 0,41 \text{Sin} 3,4\Psi \text{Sh} 3,4\xi) \times (\text{Sin} 0,6\Psi \text{Ch} 0,6\xi + 2 \text{Sin} 1,4\Psi \text{Ch} 1,4\xi - \text{Sin} 3,4\Psi \text{Ch} 3,4\xi)$$

$$B_1 = 0,5 \text{Sin} 2\Psi \text{Sh} 2\xi,$$

$$B_2 = 2 \text{Sin} 0,41\Psi \cdot \text{Sh} 0,41\xi \cdot \text{Cos} 2,4\Psi \cdot \text{Ch} 2,4\xi - 2 \text{Sin} 2,4\Psi \cdot \text{Sh} 2,4\xi \cdot \text{Cos} 0,41\Psi \cdot \text{Ch} 0,41\xi,$$

$$B_3 = ((\text{Cos} 0,6\Psi \text{Sh} 0,6\xi + 2 \text{Cos} 1,4\Psi \text{Sh} 1,4\xi - \text{Cos} 3,4\Psi \text{Sh} 3,4\xi)(2,44 \text{Sin} 0,6\Psi \text{Sh} 0,6\xi - \\ - 2 \text{Sin} 1,4\Psi \text{Sh} 1,4\xi - 0,41 \text{Sin} 3,4\Psi \text{Sh} 3,4\xi) - (2,44 \text{Cos} 0,6\Psi \text{Ch} 0,6\xi - 2 \text{Cos} 1,4\Psi \text{Ch} 1,4\xi - \\ - 0,41 \text{Cos} 3,4\Psi \text{Ch} 3,4\xi) \times (\text{Sin} 0,6\Psi \text{Ch} 0,6\xi + 2 \text{Sin} 1,4\Psi \text{Ch} 1,4\xi - \text{Sin} 3,4\Psi \text{Ch} 3,4\xi)$$

$$C_1 = (\text{Cos}^2 \Psi \text{Sh}^2 \xi - \text{Sin}^2 \Psi \text{Ch}^2 \xi)^2 - (0,5 \text{Sin} 2\Psi \text{Sh} 2\xi)^2,$$

$$C_2 = (\text{Cos} 2,4\Psi \cdot \text{Ch} 2,4\xi - \text{Cos} 0,41\Psi \cdot \text{Ch} 0,41\xi)^2 + (\text{Sin} 2,4\Psi \cdot \text{Sh} 2,4\xi - \text{Sin} 0,41\Psi \cdot \text{Sh} 0,41\xi)^2,$$

$$C_3 = (\text{Cos} 0,6\Psi \text{Sh} 0,6\xi + 2 \text{Cos} 1,4\Psi \text{Sh} 1,4\xi - \text{Cos} 3,4\Psi \text{Sh} 3,4\xi)^2 + \\ + (\text{Sin} 0,6\Psi \text{Ch} 0,6\xi + 2 \text{Sin} 1,4\Psi \text{Ch} 1,4\xi - \text{Sin} 3,4\Psi \text{Ch} 3,4\xi)^2,$$

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \delta \Omega \left[\sqrt{1 + \frac{1}{\Omega^2}} - 1 \right]^{1/2}, \quad \Psi = \frac{\sqrt{2}}{2} \delta \Omega \left[\sqrt{1 + \frac{1}{\Omega^2}} + 1 \right]^{1/2}, \quad \delta = \frac{l_s}{\sqrt{\chi_s \tau_s}}.$$

Выражение (23) представим в виде

$$\delta p_2(\omega) = |\delta p_2(\omega)| \exp[i\varphi(\omega)], \quad (24)$$

тогда для амплитуды и фазы ФА- сигнала получим выражения

$$\delta p_2(\Omega) = \frac{\gamma P_0 I_0^2 \sqrt{\chi_s^2 \chi_g} \tau_s \sqrt{\tau_s} \left(\frac{(1 + \Omega^2)^2}{1 + (\alpha \Omega)^2} \right)^{1/4} \sqrt{Z^2 + Z_1^2}}{2 T_0 l_g k_s^2 \Omega \sqrt{\Omega}} \quad (25)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} + \frac{\arctg[\Omega]}{2} - \arctg\left[\frac{Z_1}{Z}\right]. \quad (26)$$

Выражения (25) и (26) являются искомыми и позволяют выполнить численный расчет частотной зависимости этих параметров для различных видов твердых образцов, поток тепла которых являются релаксирующим. Важно подчеркнуть, что в этом случае подложка, по отношению к образцу должна быть низко теплопроводящей. Для расчета оказалось удобным вести нормировку амплитуды ФА – сигнала на величину $\delta p_2(\Omega = 1)$. Для этого мы ввели безразмерную величину $\eta = \delta p_2(\Omega) / \delta p_2(\Omega = 1)$ и выполнили расчет зависимости этой величины и фазы от частоты для различных значений безразмерной толщины образца $\delta = l_s / \sqrt{\chi_s \tau_s}$. Термические коэффициенты $\delta_{2s} = -1.85 \cdot 10^{-3} K^{-1}$, $A_{s(1)}^{(0)} = 0.5$, $\delta_{3s} = -3.0 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ [20,21] соответствуют полиэтилену низкой плотности, а $\delta_g = 0.29 \cdot 10^{-3} K^{-1}$, $\delta_{2g} = 3.39 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ для газового слоя [22].

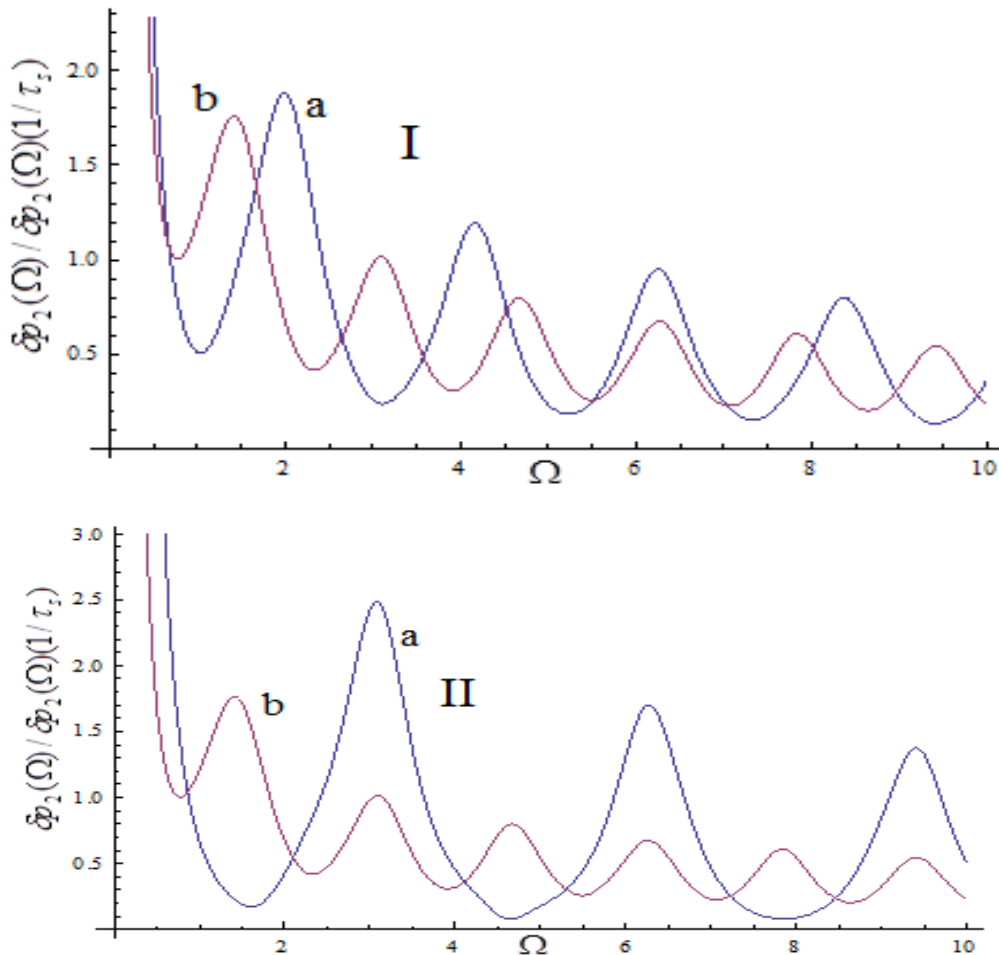


Рис. 1. Зависимость нормированной амплитуды второй гармоники ФА – сигнала от частоты для различных значений толщины образца: I- а-для $\delta = 1.5$, б- для $\delta = 2$; II - а-для $\delta = 1$, б-для $\delta = 2$.

Fig.1.The frequency dependence of the normalized amplitude of second harmonic of PA-signal at the difference value of thickness of sample: I- a- for $\delta = 1.5$, b-for $\delta = 2$; II - a-for $\delta = 1$, b-for $\delta = 2$.

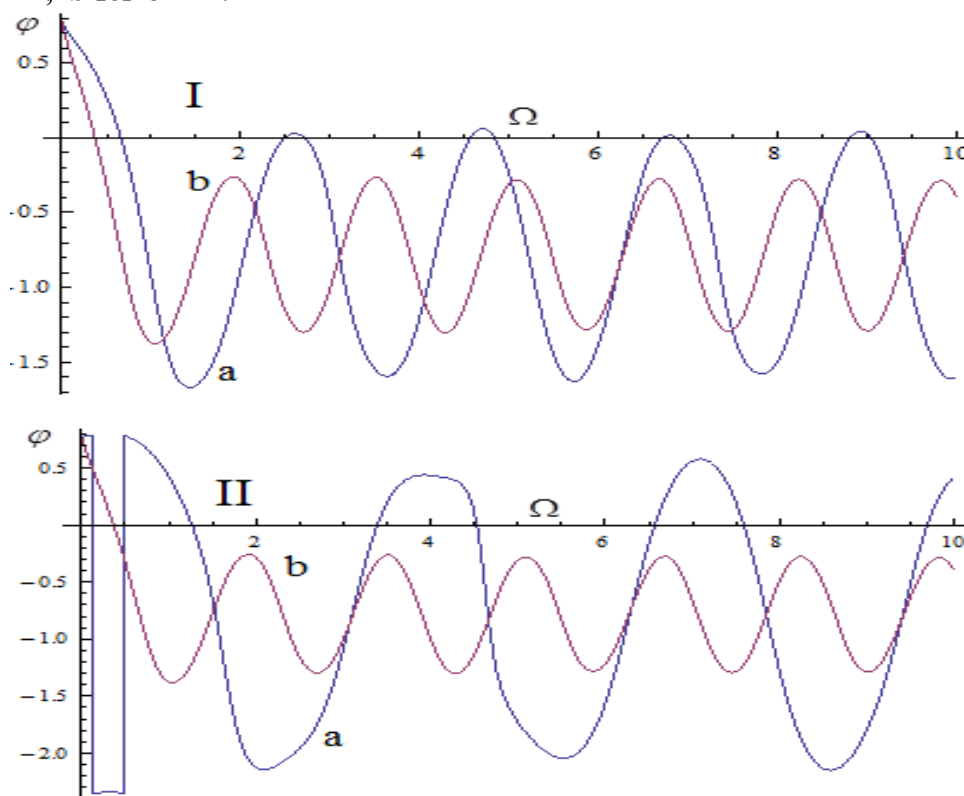


Рис.2. Зависимость фазы второй гармоники ФА – сигнала от частоты для различных значений толщины образца: I- а-для $\delta = 1.5$, б-для $\delta = 2$; II - а-для $\delta = 1$, б-для $\delta = 2$.

Fig. 2. Dependence of the phase of the second harmonic of the FA - signal on the frequency for different values of the sample thickness: I- a-for $\delta = 1.5$, b-for $\delta = 2$; II - a-for $\delta = 1$, b-for $\delta = 2$.

Результаты расчета иллюстрированы на рис.1. и 2., из которых следует, что:

- 1) учет релаксации приводит к формированию набора резонансных пиков;
- 2) рост толщины образца приводит к уменьшению амплитуды и фазы генерируемой ВГ нелинейного ФА – сигнала.

Таким образом, в рамках настоящей работы удалось исследовать вклад релаксации потока тепла в формирование ВГ нелинейного ФА – сигнала. Результаты численного расчета показали, что в этом случае зависимость амплитуды и фазы ВГ нелинейного ФА – сигнала от частоты имеет резонансную природу. Следовательно, измерения амплитуды и фазы второй гармоники нелинейного ФА – сигнала позволяют определить не только теплофизические величины образца, подложки и газового слоя, оптических параметров образца, но и время релаксации потока тепла в образце.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках республиканской целевой программы (0121ТJ1095).

ЛИТЕРАТУРА

1. Салихов, Т.Х. Математическая модель оценки вклада релаксации потока тепла на нелинейный фотоакустический отклик твердотельных образцов/Т.Х.Салихов, Ю.П.Ходжаев, А.Э.Сулаймонов. Известия Национальная Академия Наук Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук.-2023.-№2.- С.15-23.

2. Салихов, Т.Х. О вкладе релаксации потока тепла в характеристики фотоакустического сигнала твердотельных образцов/Т.Х.Салихов, Ю.П.Ходжаев, А.Э.Сулаймонов//Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук -2023.-№1.-С.149-159.
3. Rosencwaig, A. Theory of the photoacoustic effect with solids / A. Rosencwaig, A. Gersho // J.Appl Phys. -1976. - Vol.47.- No.1. -Pp.64-69.
4. Егерев, С.В. Оптоакустика неоднородных медицинских сред: конкуренция механизмов и перспективы применения / С.В. Егерев, Я.О. Симановский // Акустический журнал. - 2022. - Т.68. - №1. - С.96-116.
5. Лямшев, Л.М. Оптическая генерация звука. Нелинейные эффекты. Обзор / Л.М. Лямшев, К.А Наугольных //Акуст. журн.- 1981. - Т.27. Вып.5.- С.641-668.
6. Гусев В.Э. Лазерная оптоакустика / В.Э Гусев., А.А Карабутов. М.:Наука, 1991.-304 с.
- 7.Gao, R. Nonlinear mechanism tool in photoacoustics-powerful tools in photoacoustic imaging / Gao R, Xu Zh, Ren Ya, Song L, Liu Ch. //Photoacoustics. - 2021. - Vol. 22. -P. 1-23.
- 8.Проскурин, М.А. Фототермическая и оптоакустическая спектроскопия: Современное состояние и перспективы / М.А. Проскурин., В.Р. Хабибулин, Л.О. Усольцева, Е.А. Вырко., И.В. Михеев, Д.С. Волков. // Успехи физических наук. 2022. Т.192. №3. С.294-340.
- 9.Gusev, V. Nonlinear photothermal response of thin solid films and coatings / V. Gusev, A. Mandelis, R. Bleiss. // Mater. Sci. Eng.- 1994.- B26.- No.1. - Pp.111-119.
10. Мадвалиев, У. Нелинейный фотоакустический отклик непрозрачных сред при газомикрофонной регистрации сигнала / У.Мадвалиев, Т.Х. Салихов, Д.М. Шарифов, Н.А. Хан // Журнал прикладной спектроскопии . - 2006. - Т.73. - № 2. - С.170-176.
11. Мадвалиев, У. Влияние тепловой нелинейности сильно поглощающих сред на параметры фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации. Основная и вторая / У, Мадвалиев, Т.Х. Салихов, Д.М, Шарифов // Журнал технической физики. - 2006. - Т.76. - № 6. - С.87-97.
12. Салихов, Т.Х. Вклад температурной зависимости теплофизических параметров подложки на параметры второй гармоники фотоакустического сигнала непрозрачных сред / Т.Х. Салихов, Д.М. Шарипов, Х.Ш. Туйчиев // Доклады АН Республики Таджикистан.- 2008.- Т. 51.- № 8.- С.588-593.
13. Салихов, Т.Х. Влияние температурной зависимости оптических величин на характеристики основной гармоники нелинейного фотоакустического сигнала твердых тел с объемным поглощением луча / Т.Х. Салихов, Д.М. Шарифов, Х.Ш. Туйчиев // Доклады АН Республики Таджикистан .- 2011.- Т. 54.- № 6.- С.465-472.
14. Салихов, Т.Х. Теория генерации второй гармоники нелинейного фотоакустического сигнала двухслойными непрозрачными образцами / Т.Х. Салихов Ю.П. Ходжаев, Р.К Рахмонов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук.- 2014. - №1/4(153). - С.174-180.
15. Салихов, Т.Х. Теория генерации второй гармоники нелинейного фотоакустического сигнала оптически неоднородными твердыми телами / Т.Х. Салихов, А. Махмалатиф, Ю.П. Ходжаев, Р.К. Рахмонов // Доклады АН Республики Таджикистан .- 2015.- Т. 58.-№ 9.- С.804-812.
16. Салихов, Т.Х. Влияние теплофизических свойств подложки на характеристики нелинейного фотоакустического сигнала непрозрачных сред / Т.Х. Салихов, У. Мадвалиев, Д.М. Шарифов, Х.Ш. Туйчиев // Журнал прикладной спектроскопии. - 2019. - Т.86. - № 6. - С.908-916
- 17 Салихов, Т.Х. К теории генерации нелинейного фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации / Т.Х. Салихов, У. Мадвалиев, Д.М. Шарифов, Х.Ш. Туйчиев // Журнал технической физики. - 2021. - Т.91.- Вып.11. - С.1608-1618.
18. Zhenhui Z, Subdiffraction-limited second harmonic photoacoustic microscopy based on nonlinear thermal diffusion/ Z. Zhenhui // Optics Letters.- 2018.- Vol. 43- No. 10- Pp.2336-2339.
19. Yujiao, Sh. Nonlinear photoacoustic imaging dedicated to thermalnonlinearity characterization / Sh. Yujiao, Z. Zhenhui // Chinese Optics Letters.-2021.-Vol.19.- No. 7. - Pp. 1-5.
20. Новиченок Л.Н. Теплофизические свойства полимеров / Л.Н Новиченок, З.П Шульман. - Минск: Наука и Техника, 1971, 120 с.
21. Золотарев, В.М. Оптические постоянные природных и технических сред / В.М Золотарев, В.Н Морозов, Е.В Смирнов Справочник.- Л.: Химия, -1984, 216 с.
22. Физические величины. Справочник (под. ред. И.С.Григорьева и Е.З. Мейлихова).- М.: Энергоатомиздат, 1991, 1232 с.

REFERENCES

- 1.Salikhov, T.Kh. Mathematical model for evaluating of the contribution of heat flux relaxation to the nonlinear photoacoustic response of the solids samples/ Т.Кh.Salikhov, Y.P.Khodjaev, A.

E.Sulaimonov// Izvestiya NANT. Department of Physical and Mathematical, Chemical, Geological and Technical Sciences- 203.- №2.- Pp.15-23.

2.Salikhov, T.Kh. On the contribution of the relaxation of the heat slow to the characteristics of the photoacoustic signal of the solids samples/ T.Kh.Salikhov, Y.P.Khodjaev, A. E.Sulaimonov// Bulletin of TNU. Series of Natural Sciences. -2023. -№1.- Pp. 149-159.

3.Rosencwaig, A. Theory of the photoacoustic effect with solids / A. Rosencwaig, A. Gersho // J.Appl. Phys. -1976. -Vol.47. No.1. -Pp.64-69.

4. Egerev, S.V. Optoacoustics of Inhomogeneous Biomedical Media: Competition of Mechanisms and Prospects for Application (a Review) / S.V. Egerev, Ya.O. Simanovsky // *Acoustical Physics*. -2022.- Vol.68.- No1.-Pp.96-116.

5. Lyamshev, L.M. Optical sound generation. Non-linear effects / L.M. Lyamshev, K.A. Naugolnykh // Review. Acoustic Journal. 1981, vol. 27. issue 5, Pp. 641-668.

6. Gusev, V.E. Laser optoacoustic / V.E. Gusev, A.A. Karabutov. M.:Nauka, 1991. Pp.304.

7. Gao, R. Nonlinear mechanism in photoacoustic - powerful tools in photoacoustic imaging. / R. Gao, Z. Xu, Y. Ren, L. Song, C. Liu // *Photoacoustics*. - 2021. - Vol. 22. - Pp.100-243.

8. Proskurin M.A. Photothermal and optoacoustic spectroscopy: State of the art and prospects / M.A. Proskurin, V.R. Khabibulin, L.O. Usoltseva, E.A. Vyrko, I.V. Mikheev, D.S. Volkov // *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 2022. Vol.192. No.3. Pp. 294-340.

9.Gusev V. Nonlinear photothermal response of thin solid films and coatings / V. Gusev, A. Mandelis, R. Bleiss // *Mater. Sci. Eng.* - 1994. - B26.- No.1. -Pp.111-119.

10. Madvaliev, U. Nonlinear photoacoustic response of opaque media during gas microphone signal recording / U. Madvaliev, T.Kh. Salikhov, D.M. Sharifov, N.A. Khan // *Journal of Applied Spectroscopy*. - 2006. - Vol.73. - No. 2. - Pp.170-176.

11. Madvaliev, U. Influence of Thermal Nonlinearity of Strongly Absorbing Media on the Parameters of a Photoacoustic Signal during Gas Microphone Recording. Fundamental and second harmonics / U. Madvaliev, T.Kh. Salikhov, D.M. Sharifov // *Journal of Technical Physics*. - 2006. - Vol.76. - No. 6. - Pp.87-97.

12. Salikhov, T.Kh. Influence of the thermal nonlinearity of substrate to the parameters of thesecond harmonic of pftoacoustic signal of the opaque medium / T.Kh. Salikhov, D.M. Sharifov, Kh.Sh. Tuichiev // *DAS RT-2008*. -Vol.51. - No.8. - Pp.588-593.

13. Salikhov, T.Kh. The influence of the thermal dependence of the optical values to parameters of the the fundamental harmonic of nonlinear photoacoustic response of solids at the volume absorption beam / T.Kh. Salikhov, D.M. Sharifov, Kh.Sh. Tuichiev. // *DAS RT* - 2011. - Vol.54. - No.6. - Pp.465-472.

14. Salikhov, T.Kh. Theory of second harmonics of the nonlinear photoacoustic signal of the two layer opaque samples / T.Kh. Salikhov, Yu.P. Khodzhaev, R.K. Rakhmonov // *Bulletin of TNU. Series of Natural Sciences*. -2014. -№4.- Pp. 174-180.

15. Salikhov, T.Kh. The theory of the generation of second harmonic of the nonlinear photoacoustics signal of the optical inhomogeneous solids / T.Kh. Salikhov, A. Mahmalatif, Yu.P. Khodzhaev, R.K. Rakhmonov // *DAS RT*.-2015.-Vol.58, No.9. -Pp.804-812.

16. Salikhov, T. Kh. Effect of the Thermal Properties of the Substrate on the Nonlinear Photoacoustic Signal Characteristics of Opaque Media / T. Kh. Salikhov, U. Madvaliev, D. M. Sharifov, H. Sh. Tuichiev // *Journal of Applied Spectroscopy*-2019. - Vol.86,-No. 6. - Pp.1021-1030.

17. Salikhov, T.Kh. On the theory of nonlinear photoacoustic signal generation with gas microphone registration / T.Kh. Salikhov, Y. Madvaliev, D.M. Sharifov, Kh.Sh. Tuichiev // *Technical Physics* - 2021. - Vol.91, No.11. - Pp.1608-1618.

18. Zhenhui Z. Subdiffraction-limited second harmonic photoacoustic microscopy based on nonlinear thermal diffusion/ Zhenhui Z. // *Optics Letters*.- 2018.- Vol. 43.- №10.- Pp.2336-2339.

19. Yujiao Shi. Nonlinear photoacoustic imaging dedicated to thermalnonlinearity characterization/ Sh. Yujiao, Z. Zhenhui // *Chinese Optics Letters*.- 2021. - Vol.19. - No. 7. - Pp.1-5.

20. Novichenok L.N., Shulman Z.P. Thermophysical properties of polymers / Novichenok L.N., Shulman Z.P // *Minsk: Science and Technology*. 1971. - Pp. 120.

21. Zolotarev V.M. Optical constants of natural and technical media / Zolotarev V.M. Morozov, V.N. Smirnov, E.V. Handbook // *L. : Chemistry*, -1984. - Pp.216.

22. Physical quantities. Handbook (edited by I.S. Grigoriev and E.Z. Meilikhov). - M. : Energoatomizdat. 1991. - Pp.1232.

ХУСУСИЯТИ АНГЕЗИШИ ГАРМОНИКАИ ДУЮМИ СИГНАЛИ ҒАЙРИХАТТИИ ФОТОАКУСТИКӢ ДАР МУҲИТӢИ КОНДЕНӢ ДОРОИ РЕЛАКСАТСИЯИ СЕЛИ ГАРМО

Ба таври назариявӣ хусусияти ангезиши гармоникаи дуҷуми (ГД) сигнали ғайрихаттии фотоакустикӣ ҳангоми дорои релаксатсия будани сели гармо омӯхта шудааст. Системаи муодилаҳо барои ГД-и лапиши ҳарорат аз системаи ғайрихаттии муодилаҳои гармигузаронӣ барои

қабати газӣ, намуна ва такягоҳ ҳосил карда шуд. Бо мақсади омӯзиши ҳолати умумӣ фарз карда мешавад, ки муҳитҳои ҳамаи қабатҳо дорои релаксатсияи хос мебошанд. Вобастагии параметрҳои гармофизикӣ ва оптикӣ аз ҳарорат ба таври хаттӣ қабул карда шудааст. Азбаски нури афтанда бо вақт ба таври гармоникӣ тағйир меёбад, пас аз вақт вобастагии лапиши ҳароратҳо низ дар муодилаҳои асосӣ ба таври гармоникӣ тасвир карда шудааст. Бо ҳалли масъалаи канорӣ барои гармоникаи дуҷуми лапиши температура ифодаи зарурӣ ҳосил карда шуда, дар асоси он барои қабати газӣ ифода барои лапиши фишор дар ҳамин гармоника ёфта шудааст. Ин ифода пурра таҳлил карда шудааст. Дар мавриде, ки такягоҳ изолятори идеалии гармӣ буда, аз он мавҷҳои гармидиҳӣ пурра инъикос мешаванд, ҳисобкунии адабии вобастагии амплитуда ва фазаи ин сигнал аз басомад барои ғафсии гуногуни намуна гузаронида шуд. Муайян карда шуд, ки дар ин маврид вобастагии параметрҳои ГД –и сигнали ФА аз басомад хусусияти резонансӣ дорад.

Калидвожаҳо: оптоакустика, сели гармо, релаксатсияи сели гармо, ғайрихаттӣ ҳароратӣ, фотоакустика, пажвоки ғайрихаттӣ фотоакустикӣ, гармоникаи дуҷум, қайдгирии газомикрофонӣ, ФА – сигнал.

ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ НЕЛИНЕЙНОГО ФОТОАКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ С РЕЛАКСАЦИЕЙ ПОТОКА ТЕПЛА

Теоретически исследованы особенности генерации второй гармоники (ВГ) нелинейного фотоакустического (ФА) отклика для случая, когда поток тепла в образце является релаксирующим. Исходная система уравнений для колебания температуры на ВГ получена из нелинейной системы уравнений теплопроводности для газового слоя, образца и подложки. Для общности рассматриваемой задачи считается, что все три слоя в ФА – камере обладают своими собственными временами релаксации. Температурная зависимость теплофизических и оптических параметров принята в линейном виде. Ввиду того, что временное изменение теплового источника, обусловленного поглощением падающего луча, имеет гармоническую форму, временная зависимость колебания температуры в исходных уравнениях также представлена в гармоническом виде. Решением граничной задачи получены общие выражения для колебательной составляющей возмущения температуры на ВГ, а затем по известной схеме и для колебания давления в газовом слое. Выполнен анализ полученных выражений. Для случая, когда подложка является идеальным теплоизолятором, от которого полностью отражаются тепловые волны, проведен численный расчет частотной зависимости амплитуды и фазы этого сигнала при различных толщинах образца. Обнаружено, что в этом случае частотная зависимость параметров ВГ ФА – сигнала имеет резонансную особенность.

Ключевые слова: оптоакустика, тепловой поток, релаксация теплового потока, тепловая нелинейность, фотоакустика, нелинейный фотоакустический отклик, вторая гармоника, газомикрофонная регистрация.

THE FEATURES OF THE GENERATION OF THE SECOND HARMONIC OF A NONLINEAR PHOTOACOUSTIC SIGNAL IN CONDENSED MEDIA WITH RELAXATION OF THE HEAT FLOW

The features of the generation of the second harmonic (SH) of the nonlinear photoacoustic (PA) response are theoretically studied for the case when the heat flux of the sample is relaxing. The initial system of equations for temperature perturbation of the SH was obtained from a nonlinear system of heat conduction equations for the gas layer, sample, and substrate. For the generality of the problem under consideration, it is assumed that all three layers in the PA-chamber have their own relaxation times. The temperature dependence of thermophysical and optical parameters is taken in a linear form. Due to the fact that the temporal change of the heat source due to the absorption of the incident beam has a harmonic form, the time dependence of temperature perturbations in the initial equations is also presented in a harmonic form. By solving the boundary problem, general expressions were obtained for the oscillatory component of the temperature perturbation at the SH, and then, according to the well-known scheme, for pressure perturbation in the gas layer. The analysis of the obtained expressions was carried out. For the case when the substrate is an ideal heat insulator, from which thermal waves are completely reflected, a numerical calculation of the frequency dependence of the amplitude and phase of this signal has been done for different sample thicknesses. It has been found that in this case the frequency dependence of the parameters of the SH of PA-signal has a resonant feature.

Keywords: optoacoustics, heat flow, heat flow relaxation, thermal nonlinearity, photoacoustics, nonlinear photoacoustic response, second harmonic, gas microphone registration, PA-signal.

Маълумот дар бораи муаллифон: Салихов Тағоймурод Ҳайтович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-тадқиқотӣ, сарҳодими илмӣи шӯъбаи «Физикаи муҳитҳои конденсӣ», д.и.ф.м., профессор. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Чумхурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 919-24-83-11. **E-mail:** tsalikhov@mail.ru.

Ҳочаев Юнус Пардалиевич- Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-тадқиқотӣ, ходими. пешбари. илмӣи шӯъбаи «Физикаи муҳитҳои конденсӣ», н.и.ф.м. **Суроға:** 734042, ш.

Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** 918-24-03-50. **E-mail:** kh.yunus84@mail.ru

Сулаймонов Айдар Эроншоевич - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмӣ-тадқиқотӣ, унвочӯи шуъбаи “Физикаи муҳитҳои конденсӣ”. **Суроға:** 734042, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. **Телефон:** 931923312. **E-mail:** aidar81_81@mail.ru.

Сведения об авторах: Салихов Тагаймурод Хаитович – Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник отдела «Физики конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект. Рӯдаки, 17. **Телефон:** (+992) 919-24-83-11. **E-mail:** tsalikhov@mail.ru.

Ходжаев Юнус Пардалиевич-Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, к.ф.м.н. **Адрес:** 734042, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** 918240350. **E-mail:** kh.yunus84@mail.ru.

Сулаймонов Айдар Эроншоевич–Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт, соискатель отдела «Физики конденсированного состояния». **Адрес:** 734042. г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** 918240350. **E-mail:** aidar81_81@mail.ru.

Information about the authors: Salikhov Tagaymurod Haitovich – Tajik National University, Scientific Research Institute, doctor of physical and mathematical sciences, professor, the chief researcher of Department of "Physics of the Condensed Matter". **Address:** 734042, Dushanbe, : Republic of Tajikistan, Rudaki, Avenue 17. **Phone:** (+992) 919-24-83-11. **E-mail:** tsalikhov@mail.ru.

Khodjaev Yunus Pardalievich - Tajik National University, Scientific Research Institute, Ph.D., Leading Researcher, Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** 918-24-03-50. **E-mail:** kh.yunus84@mail.ru.

Sulaimonov Aidar Eronshoevich- Tajik National University, Scientific Research Institute, applicant of the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** 931923312. **E-mail:** aidar81_81@mail.ru.

УДК: 534.16; 539.1.043

К ТЕОРИИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МЕТАЛЛАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПУЧКА БЫСТРЫХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Исмаатов Т.Н.

Таджикский национальный университет

Исследованию особенностей взаимодействия пучка заряженных частиц и фотонов с металлами посвящено достаточное количество, как теоретических, так и экспериментальных работ (см., например, [1-8] и приведенную там библиографию). Одно из направлений подобных изысканий относится к исследованию особенностей формирования поля температуры в металлах при их облучении потоком различных видов заряженных частиц [9-13]. Целью настоящей работы является теоретическое исследование формирования поля температуры в металлах при облучении потоком быстрых тяжелых ионов согласно модели термического пика, когда временное затухание потока происходит по экспоненциальному закону. Для описания особенностей этого процесса, как правило, используется модель теплового пика, согласно которой теплофизические аспекты взаимодействия заряженных частиц с металлом описываются следующей системой двух нелинейных уравнений теплопроводности для температур электронной $T_e(r, z, t)$ и ионной $T_i(r, z, t)$ подсистем соответственно [1, с.392]:

$$C_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = \nabla(\kappa_e \nabla T_e) - g(T_e - T_i), \quad (1)$$

$$C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \nabla(\kappa_i \nabla T_i) + g(T_e - T_i) \quad (2)$$

где C_e , C_i , κ_e и κ_i - теплоемкости и теплопроводности электронного газа и решетки, соответственно, g - коэффициент, характеризующий передачу энергии от электронного газа решетке.

Система уравнений (1) -(2) является достаточно сложной. Обычно она решается численными методами [4, с.6735; 5, с.64; 6, с.2]. Для ее аналитического решения используются некоторые упрощения. Так, например, в работах [13, с.40; 14, с.155] при нагревании металла импульсом лазерного луча принимался во внимание тот факт, что электронный газ в проводнике имеет очень маленькую теплоемкость, а фононный газ имеет пренебрежимо малую теплопроводность. Учитывая эти обстоятельства, систему уравнений (1) -(2) можно записать в следующем виде:

$$\kappa_e \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_e}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T_e}{\partial z^2} \right) = g(T_e - T_i), \quad (3)$$

$$C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = g(T_e - T_i). \quad (4)$$

Начальные и граничные условия, необходимые для совместного решения системы уравнений (3) -(4), можно принять в виде [14, с.155; 15, с.2]

$$T'_{e,i}(r, z, 0) = 0, \quad -\kappa_e \left. \frac{\partial T'_{e,i}}{\partial z} \right|_{z=0} = A_e(r, t), \quad (5)$$

где $A_e(r, t)$ - объемная плотность мощности, вносимой потоком ионов в электронную подсистему. Следуя [16, с.290; 17, с.147], вид этой функции можно написать в виде

$$A_e(r, t) = f(t)D(r),$$

где

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t}, \quad \alpha = 1/\tau,$$

τ - характерное время экспоненциального распада импульса ионов, $D(r)$ - функция радиального распределения δ -электронов в тормозящей среде, которая имеет вид

$$D(r) = \frac{S_e}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-r^2/\sigma^2},$$

где S_e - профиль ионизационных потерь иона, σ - пространственная полуширина распределения Гаусса.

Для решения уравнений (3) -(4) используем интегральные преобразования Лапласа по t и Ханкеля по r [18, с.187, 292]:

$$\hat{F}(s, p) = \int_0^\infty \left[\int_0^\infty F(r, t) J_0(rs) r dr \right] e^{-pt} dt,$$

где $J_0(x)$ - функция Бесселя. Тогда с учётом начального условия $T'_i(r, z, 0) = 0$ получим

$$\kappa_e \left(-s^2 \hat{T}'_e + \frac{\partial^2 \hat{T}'_e}{\partial z^2} \right) - g(\hat{T}'_e - \hat{T}'_i) = 0 \quad (6)$$

$$\hat{T}'_i = \frac{g}{C_i p + g} \hat{T}'_e \quad (7)$$

Исключив величину \hat{T}'_i из этой системы, для \hat{T}'_e получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2 \hat{T}'_e}{dz^2} - q^2 \hat{T}'_e = 0, \quad (8)$$

где

$$q(p) = \sqrt{s^2 + \frac{C_i g p}{\kappa_e (C_i p + g)}}.$$

Учитывая, что источник локализован поверхностным слоем для сверхбыстрого нагрева металлов, решение уравнения (8) ищем в виде

$$\hat{T}'_e = \gamma e^{-qz}.$$

Находя величину γ из граничного условия (5), будем иметь

$$\hat{T}'_e = \frac{\hat{f}(p) \tilde{D}(s) e^{-qz}}{\kappa_e q},$$

где

$$\hat{f}(p) = \alpha \int_0^\infty e^{-(\alpha+p)t} dt = \frac{\alpha}{p+\alpha}, \quad \tilde{D}(s) = \frac{S_e}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_0^\infty e^{-r^2/\sigma^2} J_0(rs) r dr = \frac{S_e \sigma}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\sigma^2 s^2/4}.$$

Для удобства выражение \hat{T}'_e перепишем в виде

$$\hat{T}'_e(s, z, p) = \frac{\alpha S_e e^{-\sigma^2 s^2/4}}{2\sqrt{2\pi\kappa_e}} \frac{e^{-qz}}{(p+\alpha)q} = \frac{\alpha S_e e^{-\sigma^2 s^2/4}}{2\sqrt{2\pi\kappa_e} \sqrt{C_i B(s)}} \frac{e^{-qz} \sqrt{(C_i p + g)}}{(p+\alpha) \sqrt{p-p_1}}. \quad (9)$$

Здесь $B(s) = g + \kappa_e s^2$, $p_1 = -\frac{\kappa_e s^2 g}{C_i B(s)}$.

Чтобы получить искомое выражение для $\hat{T}'_e(s, z, t)$ в (9) необходимо выполнить обратное преобразование Лапласа по t

$$T'_e(s, z, t) = L^{-1}[\hat{T}'_e(s, z, p)],$$

где L^{-1} -оператор обратного преобразования Лапласа. Ввиду сложности выражения (9) воспользуемся результатом известной теоремы свертки [18, с.292;19, с.206]:

$$L^{-1}[F(p) \cdot G(p)] = \int_0^t L^{-1}[F(p)]_{p \rightarrow t-\tau} L^{-1}[G(p)]_{p \rightarrow \tau} d\tau = \int_0^t F(\tau)G(t-\tau)d\tau.$$

Для удобства применения этой теоремы выражение $\hat{T}'_e(s, z, p)$ перепишем в виде

$$\hat{T}'_e(s, z, p) = \frac{\alpha \sigma \mathcal{S}_e e^{-\sigma^2 s^2 / 4}}{2\sqrt{2\pi} \sqrt{\kappa_e C_i B(s)}} \hat{\theta}_1(p) \hat{\theta}_2(p),$$

где

$$\hat{\theta}_1(p) = \frac{1}{\sqrt{p-p_1}} \text{ и } \hat{\theta}_2(p) = \frac{e^{-q(p)z} \sqrt{C_i p + g}}{(p+\alpha)}.$$

Обратные преобразования Лапласа от этих функций имеют вид [19, с.206]:

$$\theta_1(t) = L^{-1}[\hat{\theta}_1(p)] = \frac{e^{pt}}{\sqrt{\pi t}}, \quad \theta_2(t) = L^{-1}[\hat{\theta}_2(p)] = e^{-q(-\alpha)z} \sqrt{g - C_i \alpha} e^{-\alpha t},$$

где $q(-\alpha) = \sqrt{s^2 + \frac{g\alpha C_i}{\kappa_e(\alpha C_i - g)}}$. Поскольку $g \ll \alpha C_i$ то эту величину можно

написать в виде $q(-\alpha) \cong \sqrt{\frac{B(s)}{\kappa_e}}$. Тогда для $T'_e(s, z, t)$ будем иметь выражение

$$T'_e(s, z, t) = \frac{\alpha \sigma \mathcal{S}_e e^{-\sigma^2 s^2 / 4}}{2\sqrt{2\pi} \sqrt{\kappa_e C_i B(s)}} \int_0^t \theta_1(\tau) \theta_2(t-\tau) d\tau. \quad (10)$$

Выполняя обратное преобразование Ханкеля по r [18, с.187] из выражения (10) получим

$$T'_e(r, z, t) = \frac{\alpha \sigma \mathcal{S}_e}{2} \sqrt{\frac{C_i(g - \alpha C_i)}{2\pi \kappa_e}} e^{-\alpha t} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{\sigma^2 s^2}{4} + \sqrt{\frac{B(s)}{\kappa_e}} z\right)} \frac{\sqrt{B(s)} J_0(rs) \operatorname{erf} \left[\sqrt{\left(\frac{\kappa_e s^2 g}{C_i B(s)} - \alpha\right) t} \right]}{\kappa_e s^2 g - \alpha C_i B(s)} s ds, \quad (11)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ - функция ошибок [18, с.470].

Далее, подставляя выражение (9) в (4) для $T'_i(s, z, t)$ получим выражение

$$\hat{T}'_i(s, z, p) = \left(\frac{g}{C_i p + g} \right) \hat{T}'_e = \frac{\alpha \sigma \mathcal{S}_e g e^{-\sigma^2 s^2 / 4}}{2\sqrt{2\pi} C_i \sqrt{\kappa_e B(s)}} \frac{e^{-qz}}{(p+\alpha) \sqrt{(p-p_1)(p-p_2)}}, \quad (12)$$

где $p_1 = -\frac{\kappa_e s^2 g}{C_i B(s)}$, $p_2 = -g/C_i$.

Перепишем выражение (12) в виде

$$\hat{T}'_i(s, z, p) = \frac{b\alpha\mathcal{S}_e g e^{-\sigma^2 s^2/4}}{2\sqrt{2\pi C_i} \sqrt{\kappa_e B(s)}} \hat{\theta}_3(p) \hat{\theta}_4(p),$$

где

$$\hat{\theta}_3(p) = \frac{1}{\sqrt{(p-p_1)(p-p_2)}} \text{ и } \hat{\theta}_4(p) = \frac{e^{-qz}}{p+\alpha}.$$

Обратные преобразования Лапласа от этих функций имеют вид [19, с.206]:

$$\theta_3(t) = L^{-1}[\hat{\theta}_3(p)] = e^{\frac{p_1+p_2}{2}t} I_0\left(\pm \frac{p_1-p_2}{2}t\right) = e^{\frac{g(B(s)+\kappa_e s^2)}{2C_i B(s)}t} I_0\left[\frac{g^2}{2C_i B(s)}t\right],$$

$$\theta_4(t) = L^{-1}[\hat{\theta}_4(p)] = e^{-q(-\alpha)z} e^{-\alpha t},$$

где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого порядка.

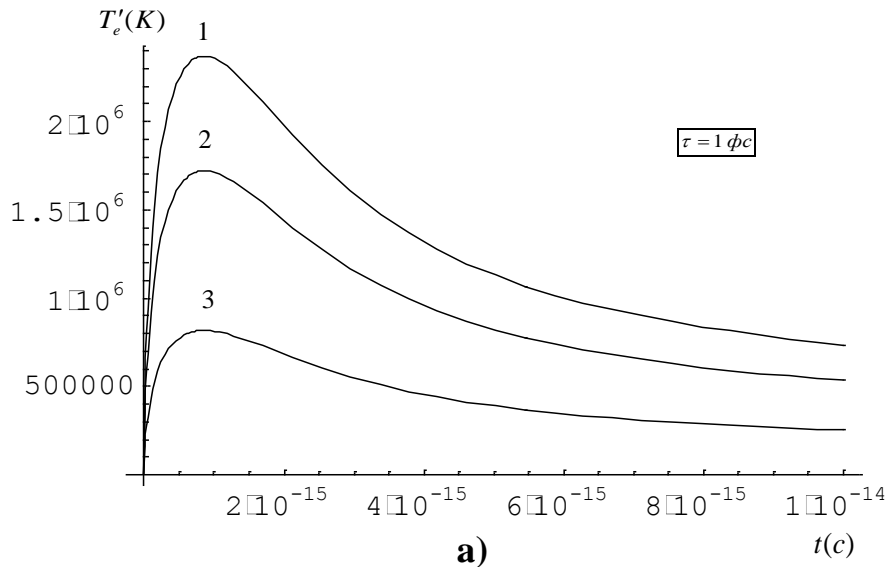
Теперь опять используя теорему свертки, для $T'_i(s, z, t)$ получим выражение

$$T'_i(s, z, t) = \frac{\alpha\mathcal{S}_e g}{2\sqrt{2\pi C_i} \sqrt{\kappa_e B(s)}} e^{-\left(\frac{\sigma^2 s^2}{4}\right)t} \int_0^t \theta_3(\tau) \theta_4(t-\tau) d\tau. \quad (13)$$

Выполняя обратное преобразование Ханкеля по r от (13) будем иметь

$$T'_i(r, z, t) = \frac{\alpha\mathcal{S}_e g}{2\sqrt{2\pi\kappa_e} C_i} e^{-\alpha z} \int_0^\infty \frac{J_0(rs)}{\sqrt{g+\kappa_e s^2}} e^{-\left(\frac{\sigma^2 s^2}{4} + \sqrt{\frac{B(s)}{\kappa_e}} \cdot z\right)} \left[\int_0^t e^{\left[\alpha - \frac{g(B(s)+\kappa_e s^2)}{2C_i B(s)}\right]\tau} I_0\left(\frac{g^2}{2C_i B(s)}\tau\right) d\tau \right] s ds. \quad (14)$$

Выражения (11) и (14) являются решением выше сформулированной задачи. Используя эти выражения мы провели численный расчет временного и пространственного распределения температуры электронной подсистемы и решетки для пластины из золота (Au), теплофизические параметры которой при $T=300$ К имеют следующие значения [4, с.6745; 20, с.300; 21, с. 1870]: $C_i=2.5 \times 10^6$ Дж/м³·К, $C_e=2.1 \times 10^4$ Дж/м³·К, $\kappa_e=3.15 \times 10^2$ Вт/м·К, $g=2.3 \times 10^{16}$ Вт/м³·К, $\tau=1.0 \times 10^{-15}$ с, $\sigma=1.0 \times 10^{-9}$ м, $S_e=1.58 \times 10^{-5}$ Дж/м. Результаты расчетов приведены на рисунках 1-3.



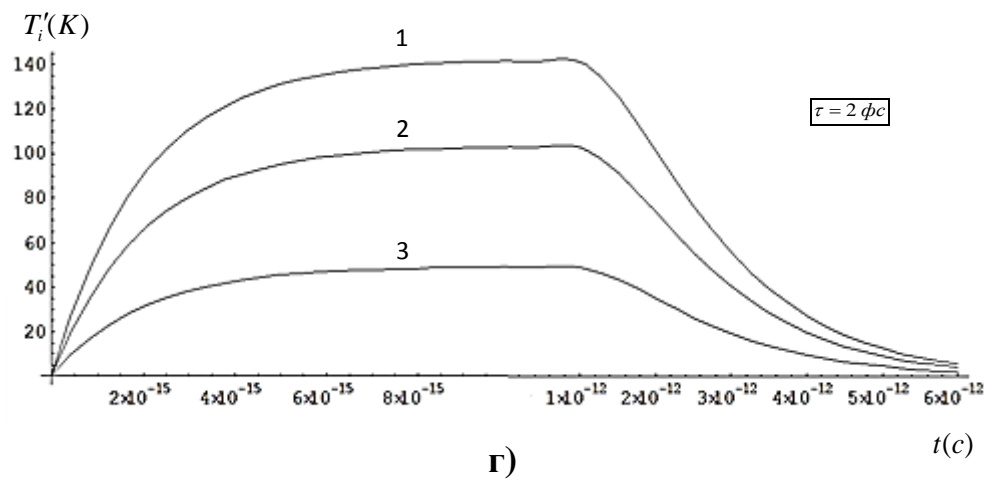
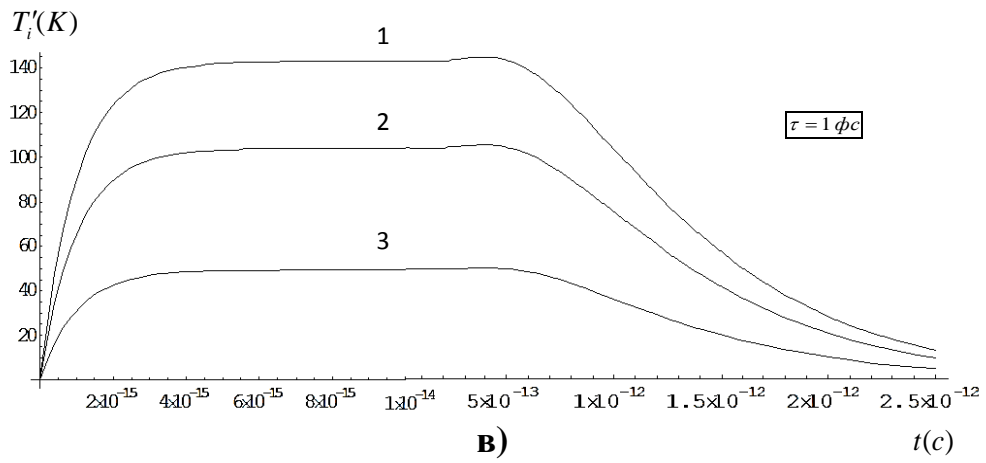
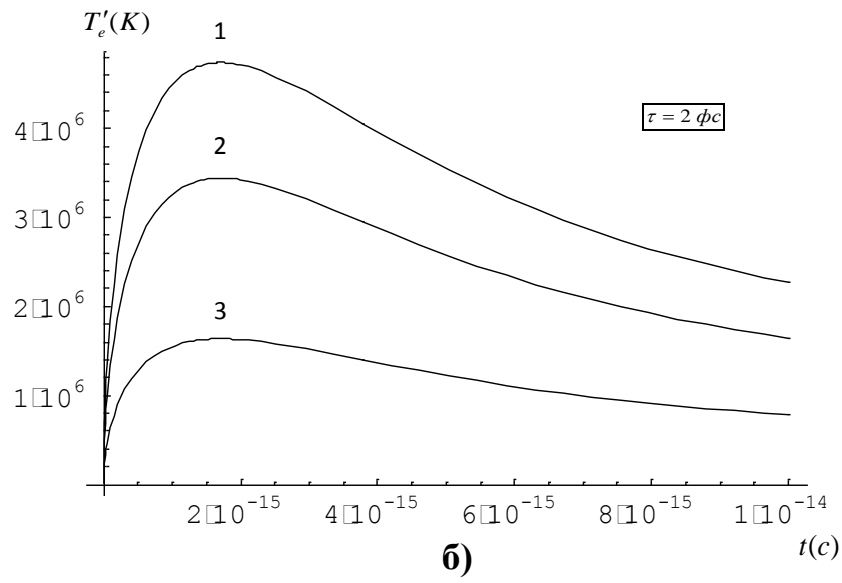


Рис.1. Временная зависимость температуры T'_e - электронного газа (а-б) и T'_i - решетки (в-г) на поверхности пластины из золота при облучении ионами урана с начальной энергией 5 МэВ/а.е.м.: 1- $r = 0.5$ нм, 2- $r = 1$ нм, 3- $r = 2$ нм.

Fig.1. The time dependence of the surface temperature of (a-b) the electron gas (T'_e) and (c-d) the lattice (T'_i) of the gold plate by irradiating with incident energy of 5 MeV/amu uranium ions: 1- $r = 0.5$ nm, 2- $r = 1$ nm, 3- $r = 2$ nm.

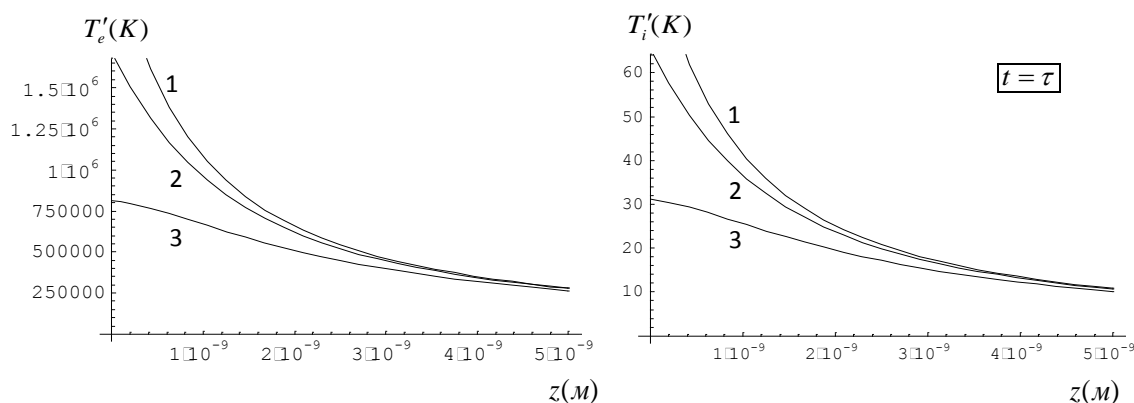


Рис.2. Распределение температуры электронного газа (T'_e) и решетки (T'_i) по глубине пластины из золота при облучении ионами урана с начальной энергией 5 МэВ/а.е.м.: 1- $r \approx 0$ нм, 2- $r = 1$ нм, 3- $r = 2$ нм.

Fig.2. The temperature dependence of the electron gas (T'_e) and the lattice (T'_i) of the gold plate on the depth by irradiating with incident energy of 5 MeV/amu uranium ions: 1- $r \approx 0$ nm, 2- $r = 1$ nm, 3- $r = 2$ nm.

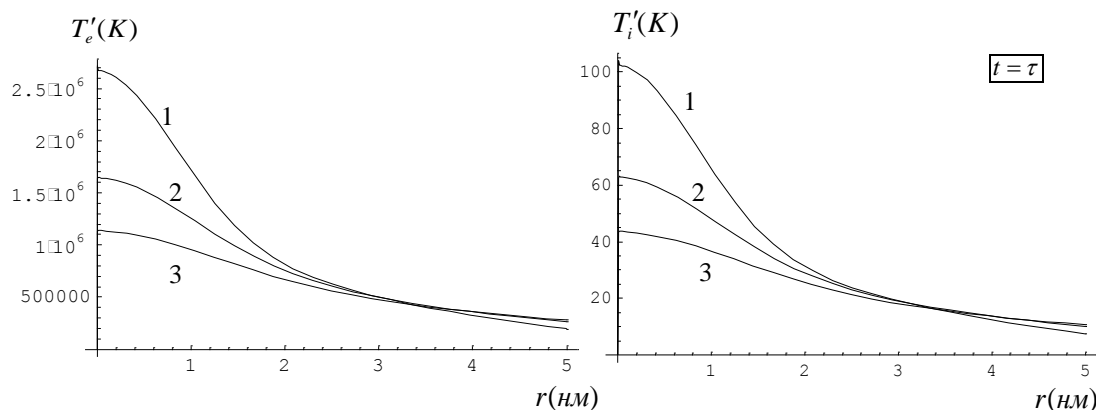


Рис.3. Радиальное распределение температуры электронного газа (T'_e) и решетки (T'_i) пластины из золота при облучении ионами урана с начальной энергией 5 МэВ/а.е.м.: 1- $z = 0$ нм, 2- $z = 0.5$ нм, 3- $z = 1$ нм.

Fig.3. The dependence of the temperature of the electron gas (T'_e) and the lattice (T'_i) of gold plate on the radius of cylindrical sample by irradiating with incident energy of 5 MeV/amu uranium ions: 1- $z = 0$ nm, 2- $z = 0.5$ nm, 3- $z = 1$ nm.

Из результатов расчета следует, что во всех случаях максимальное значение температуры электронов соответствует времени $t = \tau$ и по мере удаления от центра пучка происходит постепенное уменьшение, как T'_e так и T'_i . Максимальное

значение температуры ионов наблюдается при $t \approx C_e/g$, а затем резко уменьшается. Глубинное распределение обеих температур является экспоненциально затухающим, в то время как радиальное распределение температур обеих подсистем соответствует гауссовой функции. Эти результаты качественно совпадают с выводами эксперимента [7, с.5].

Таким образом, в рамках настоящей работы нам удалось получить выражения, описывающие пространственно-временное распределение поля температур электронов и решетки металлов при облучении потоком быстрых тяжелых ионов с экспоненциальным временным затуханием. Результаты численного расчета раскрывают все особенности формирования нестационарного поля температуры электронной подсистемы и решетки металла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лифшиц, И.М. К теории радиационных изменений в металлах / И.М. Лифшиц, М.И. Каганов, Л.В. Танатаров // Атомная энергия. –1959. –Т.16. –№ 4. –С.391-402.
2. Комаров, Ф.Ф. Дефектообразование и трекообразование в твердых телах при облучении ионами сверхвысоких энергий / Ф.Ф. Комаров // УФН. –2003. –Т.173. –№ 12. –С.1287-1318.
3. Комаров, Ф.Ф. Нано–и микроструктурирование твердых тел быстрыми тяжёлыми ионами / Ф.Ф. Комаров // УФН. –2017. –Т.187. –№ 5. –С.465-504.
4. Wang, Z.G. The S_e sensitivity of metals under swift-heavy-ion irradiation: a transient thermal process / Z.G. Wang, C. Dufour, E. Paumier, M. Toulemonde // J. Phys.: Condens. Matter. – 1994. –Vol.6. –Pp.6733-6750.
5. Амирханов, И.В. Численное исследование температурных эффектов в материалах при облучении их тяжелыми ионами высоких энергий в рамках уравнений теплопроводности для электронов и решетки / И.В. Амирханов, Е.В. Дидык, И.В. Земляная, Т.П. Пузынин и др. // ЭЧАЯ. –2006. –Т.3. –№ 1(130). –С.63-75.
6. Dufour, Ch. Ion-matter interaction: the three-dimensional version of the thermal spike model. Application to nanoparticle irradiation with swift heavy ions. NA / Ch. Dufour, V. Khomenkov, G. Rizza, M. Toulemonde // Journal of Physics D: Applied Physics. –2012. –Vol.45. –No 6. –DOI: 10.1088/0022-3727/45/6/065302
7. Stodel, C. “Thermal Spike” model applied to thin targets irradiated with swift heavy ion beams at few MeV/u / C. Stodel, M. Toulemonde, C. Fransen, B. Jacquot, G. Fremont, M. Michel, C. Dufour // EPJ Web of Conferences, Proceedings of the 29th International Conference of the International Nuclear Target Development Society (INTDS2018). –2020. –No.229. –Pp.05001. –DOI: 10.1051/epjconf/202022905001
8. Wesch, W. Ion Beam Modification of Solids: Ion-Solid Interaction and Radiation Damage / W. Wesch, E. Wendler. \–Springer. Series in surface sciences, 2016. –Vol.16. –534 p.
9. Салихов, Т.Х. Нестационарное температурное поле поверхности металлов при непрерывном облучении сильноточными ионами / Т.Х. Салихов, Т.Н. Исмаев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –2019. –№ 1. –С.113-116
10. Салихов, Т.Х. Температурное поле металлов в поле гауссового импульса пучка ионов по "радикальной" модели взаимодействия / Т.Х. Салихов, Т.Н. Исмаев // ДАН РТ. –2019. –Т.62 –№ 9-10. –С.555-560.
11. Салихов, Т.Х. К теории формирования температурного поля металлов в поле гауссового пучка ионов / Т.Х. Салихов, Т.Н. Исмаев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –2020. –№ 3. –С.136-141.
12. Салихов, Т.Х. О температурном поле металлических пластин в поле быстрых тяжелых пучков ионов / Т.Х. Салихов, Т.Н. Исмаев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2021. –№ 1. –С.136-144.
13. Анисимов, С.И. Действие излучения большой мощности на металлы / С.И. Анисимов, Я.А. Имас, Г.С. Романов, Ю.В. Ходыко. \–М.: Наука, 1970. –272 с.
14. Индейцев, Д.А. Двухтемпературная модель оптического возбуждения звука в проводниках / Д.А. Индейцев, Е.В. Осипова // –ДАН. –2017. –Т.473. –№ 2. –С.1-5.
15. Shmidberskaya, A.A. Study of temperature fields under impact of fine-focused heavy ion beam onto metal substrates structure / A.A. Shmidberskaya P.A. Shmidberskiy, R.L. Plomodyalo // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. –2018. –Vol.327. –No.2. –DOI:10.1088/1757-899X/327/2/022081
16. Khara, G.S. Dislocation loop formation by swift heavy ion irradiation of metals / G.S. Khara, S.T. Murphy, D.M. Duffy // J. Phys.: Condens. Matter. –2017. –Vol.29. –No.28. Pp.285-303.
17. Darkins, R. Modelling radiation effects in solids with two-temperature molecular dynamics / R. Darkins, D.M. Duffy // Computational Materials Science. –2018, –Vol.147. –Pp.145-153.

18. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. –488 с.
19. Roberts, G.E., Tables of Laplace Transforms / G.E. Roberts, H. Kaufman //, -London: Saunders Company, 1966. –254 p.
20. Бабичев, А.П. Физические величины / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. \–М.: Энергоатомиздат, 1991. –1232 с.
21. Du, G. Ultrafast temperature relaxation evolution in Au film under femtosecond laser pulses irradiation / G. Du, G. Chen, Q. Yang, J. Si, X. Hou // Optics Communications. –2010. –Vol.283. – Pp.1869-1872.

REFERENCES

1. Lifshits, I.M. On the theory of radiation-induced changes in metals / M.I. Kaganov, L.V. Tanatarov // Atomnaya Energiya. –1959. –Vol.16. –No. 4. –Pp.391-402.
2. Komarov, F.F. Defect and track formation in solids irradiated by superhigh-energy ions / F.F. Komarov // Phys.Usp. –2003. –Vol.46. –No.12. –Pp.1253-1282.
3. Komarov, F.F. Nano- and microstructuring of solids by swift heavy ions / F.F. Komarov // Phys.-Usp. –2017. –Vol.60. –No. 5. –Pp.435-471.
4. Wang, Z.G. The Se sensitivity of metals under swift-heavy-ion irradiation: a transient thermal process / Z.G. Wang, C. Dufour, E. Paumier, M. Toulemonde // J. Phys.: Condens. Matter. – 1994. –Vol.6. –Pp.6733-6750.
5. Amirkhanov, I.V. Numerical investigation of temperature effects in materials irradiated by high-energy heavy ions in the framework of heat conduction equation for electrons and lattice / I.V. Amirkhanov, E.V. Didyk, I.V. Zemlyanaya, T.P. Puzynin et al. // Physics of Particles and Nuclei Letters. – 2006. –Vol.3. –No.1(130). –Pp.63-75.
6. Dufour, Ch. Ion-matter interaction: the three-dimensional version of the thermal spike model. Application to nanoparticle irradiation with swift heavy ions. NA / Ch. Dufour, V. Khomenkov, G. Rizza, M. Toulemonde // Journal of Physics D: Applied Physics. –2012. –Vol.45. –No.6. –DOI: 10.1088/0022-3727/45/6/065302
7. Stodel, C. “Thermal Spike” model applied to thin targets irradiated with swift heavy ion beams at few MeV/u / C. Stodel, M. Toulemonde, C. Fransen, B. Jacquot, G. Fremont, M. Michel, C. Dufour // EPJ Web of Conferences, Proceedings of the 29th International Conference of the International Nuclear Target Development Society (INTDS2018). –2020. –No.229. –Pp.05001. –DOI: 10.1051/epjconf/202022905001
8. Wesch, W. Ion Beam Modification of Solids: Ion-Solid Interaction and Radiation Damage / W. Wesch, E. Wendler. \–Springer. Series in surface sciences, 2016. –Vol.16. –534 p.
9. Salikhov, T.Kh. Nonstationary temperature field of the surface of metals under continuous irradiation by high-intensity ions / T.KH. Salikhov, T.N. Ismatov // Bulletin of the TNU. Natural Science Series. –2019. –No.1. –Pp.113-116.
10. Salikhov, T.Kh. Temperature field of metals in the field of the gaussian pulse of the ion beam by the "radical" interaction model / T.KH. Salikhov, T.N. Ismatov // Doklady of the Tajik Academy of Science. –2019. –Vol.62 –No.9-10. –Pp.555-560.
11. Salikhov, T.Kh. To the theory of formation of the temperature field of metals in the field of a gaussian ion beam / T.KH. Salikhov, T.N. Ismatov // Bulletin of the TNU. Natural Science Series. – 2020. –No.3. –Pp.136-141.
12. Salikhov, T.Kh. On the temperature field of metal plates in the field of fast heavy ion beams / T.KH. Salikhov, T.N. Ismatov // Bulletin of the TNU. Natural Science Series. –2021. –№ 1. – Pp.136-144.
13. Anisimov, S.I. Effects of High-power Radiation on Metals / S.I. Anisimov, Y.A. Imas, G.S. Romanov, Y.V. Khodyko. \–М.: Nauka, 1970. –272 p.
14. Indeitsev, D.A. Two-temperature model of optical excitation of acoustic waves in conductors / D.A. Indeitsev, E.V. Osipova // –Doklady Physics. –2017. –Vol.62 –No.6. –Pp.538-541.
15. Shmidberskaya, A.A. Study of temperature fields under impact of fine-focused heavy ion beam onto metal substrates structure / A.A. Shmidberskaya P.A. Shmidberskiy, R.L. Plomodyalo // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. –2018. –Vol.327. –No.2. –DOI:10.1088/1757-899X/327/2/022081
16. Khara, G.S. Dislocation loop formation by swift heavy ion irradiation of metals / G.S. Khara, S.T. Murphy, D.M. Duffy // J. Phys.: Condens. Matter. –2017. –Vol.29. –No.28. Pp.285-303.
17. Darkins, R. Modelling radiation effects in solids with two-temperature molecular dynamics / R. Darkins, D.M. Duffy // Computational Materials Science. –2018, –Vol.147. –Pp.145-153.
18. Carslaw, H.S. Conduction of Heat in Solids / H.S. Carslaw, and J.C. Jaeger. \–М.: Nauka, 1964. –488 p.
19. Roberts, G.E., Tables of Laplace Transforms / G.E. Roberts, H. Kauvman //, -London: Saunders Company, 1966. –254 p.

20. Babichev, A.P. Fizicheskiye velichiny / A.P. Babichev, N.A. Babushkina, A.M. Bratkovskiy et al. Pod red. I.S. Grigor'yeva, Ye.Z. Meylikhova. \–M.: Energoatomizdat, 1991. –1232 p.

21. Du, G. Ultrafast temperature relaxation evolution in Au film under femtosecond laser pulses irradiation / G. Du, G. Chen, Q. Yang, J. Si, X. Hou, // Optics Communications. –2010. –Vol.283. – Pp.1869-1872.

НАЗАРИЁТИ ТАШАККУЛЁБИИ МАЙДОНИ ҲАРОРАТИИ МЕТАЛҶО ДАР ЗЕРИ ТАЪСИРИ ДАСТАИ ИОНҶОИ ВАЗНИНУ САРЕЪ

Бо истифодаи модели созгори термикӣ хусусиятҳои ташаккулёбии майдони ғайристационарии ҳароратии металҷо дар зери таъсири дастаи ионҷои вазнину сареъ, ки вобастагии онҳо ба вақт экспоненсиалӣ-камшавандаро дорад, ба таври назариявӣ омӯхта шудааст. Барои сода намудани ин системаи муодилаи дифференциалӣ хеле кам будани гармиғунҷоиши гази электронӣ нисбат ба гармиғунҷоиши панҷараи кристаллӣ ва акси он будани коэффисиентҳои гармиғузаронӣ ба инобат гирифта шудааст. Масъалаи сарҳадӣ, ки гармшавии сатҳи намунаро бо назардошти шакли Гауссӣ доштани тақсимои радиалии дастаи сели афтанда тартиб дода шудааст. Барои ҳалли масъалаи сарҳадӣ усули табдили Лаплас аз вақт ба Ханкел аз радиус истифода карда шудааст. Барои иҷрои табдили баръакс Лаплас, натиҷаҳои теоремаи тафриқҳои истифода карда шудааст. Ифодаҳои зарурии аналитикӣ барои тавсифи вобастагии майдони ғайристационарии ҳароратии зерсистемаҳои электронӣ ва панҷараи критсаллӣ аз вақт ба фазо дарёфт карда шудааст. Ҳисобкунӣҳои адабии тақсимои фазогию вақтии ҳароратҳои зерсистемаҳои панҷара ва электронӣ барои лавҳаи тиллогӣ иҷро карда шудааст. Муайян карда шудааст, ки тақсимои амудии ҳарду ҳарорат ба таври экспоненсиалӣ кам шуда, ҳол он ки тақсимои ҳароратии радиалии ҳарду зерсистема ба функцияи Гаусс мувофиқат мекунад. Ин натиҷаҳо сифатан бо хулосаҳои таҷрибавӣ мувофиқанд.

Калидвожаҳо: метал, ион, дастаи ионҷо, ионҷои вазнину сареъ, модели қуллаи термикӣ, майдони ҳароратӣ, физикаи радиатсионӣ, физикаи муҳитҳои конденсӣ.

К ТЕОРИИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МЕТАЛЛАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПУЧКА БЫСТРЫХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Исходя из модели теплового пика теоретически исследовано особенности формирования нестационарного температурного поля (ТП) в металлических пластинках под воздействием быстрым тяжёлым пучком ионов с экспоненциальным временным затуханием. Для упрощенные исходной система дифференциальных уравнений принята во внимание тот факт, что теплоёмкость электронной подсистемы значительно меньше теплоёмкость решетки, а теплопроводность наоборот. Сформулирован граничная задача, учитывающий поверхностный нагрев образца, когда радиальное распределение интенсивности падающего пучка имеет Гауссовую форму. Для решения граничной задачи используется метод преобразования Лапласа по времени и Ханкеля по радиусу. Для выполнения обратного преобразования Лапласа использованы результаты известной теоремы свертки. Получено необходимое выражение, описывающее пространственно-временное распределение ТП для электронной подсистемы и решетки соответствующее рассматриваемого случая. Для золотого пластинки, выполнен численный расчет пространственного и временного распределения температур ионной и электронной подсистемы. Выявлено, что глубинное распределение обеих температур является экспоненциально затухающим, в то время как радиальное распределение температур обеих подсистем соответствует гауссовой функции. Эти результаты качественно совпадают с выводами эксперимента.

Ключевые слова: *металл*, ион, поток ионов, быстрые тяжелые ионы, модель термического пика, температурное поле, радиационная физика, физика конденсированных сред.

ON THE THEORY OF THE FORMATION OF TEMPERATURE FIELDS IN METAL PLATES UNDER THE INFLUENCE OF THE SWIFT HEAVY ION BEAM

Based on the thermal spike model, the features of the formation of a non-stationary temperature field (TF) in metal plates under the influence of swift heavy ion beam with exponential decaying temporal behavior have been theoretically studied. In order to simplify initial system of differential equations, the fact that the heat capacity of the electronic subsystem is much less than the heat capacity of the lattice is taken into account, while the thermal conductivity is vice versa. A boundary value problem is formulated that takes into account the surface heating of the sample when the radial intensity distribution of the incident beam has a Gaussian form. To solve the boundary value problem, the methods of Laplace transformation in time and Hankel in radius are used. To perform the inverse Laplace transform, the well-known convolution theorem is used. The necessary expression is obtained that describes the space-time distribution of the TF for the electronic subsystem and the lattice corresponding to the case under consideration. For a golden plate, a numerical calculation of the spatial and temporal distribution of temperatures of the ionic and electronic subsystems is performed. It is revealed

that the distribution of both temperatures in depth is exponentially decaying, while the radial temperature distribution of both subsystems corresponds to Gaussian function. These results qualitatively coincide with the conclusions of the experiment.

Keywords: metal, ion, ion beam, swift heavy ions, thermal spike model, temperature field, radiation physics, condensed matter physics.

Маълумот дар бораи муаллиф: Исмаев Толиб Набиҷонович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, шӯбаи физикаи муҳити конденсионии Институти илмию таҳқиқотӣ, ходими илмӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)987-56-56-87. **E-mail:** tolibismatov@mail.ru

Сведения об авторе: Исмаев Толиб Набиҷонович- Таджикский национальный университет, научный сотрудник отдела физики конденсированного состояния Научно-исследовательского института. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992)987-56-56-87. **E-mail:** tolibismatov@mail.ru

Information about the author: Ismatov Tolib Nabijonovich – Tajik National University, researcher of the Department of Condensed Matter Physics of the Research and Science Institute. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992)987-56-56-87. **E-mail:** tolibismatov@mail.ru

ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА В СТОЛИЧНЫХ ГОРОДАХ ЦЕНТРАЛЬНОЙ АЗИИ

*Нодиров К.А., Абдуллаев С.Ф., Маслов В.А.

Физико-технический институт им. С.У. Умарова НАНТ,

*Кулябский государственный университет им. А. Рудаки

Глобальные изменения климата, начавшиеся в конце прошлого века (точнее, в середине 1970-х гг.), по-прежнему, являются актуальной проблемой. Например, в России многими научными организациями постоянно контролируется состояние окружающей среды и ежегодно Росгидрометом подготавливаются доклады об изменениях климата за минувший год [1-2]. В последние десятилетия проблемам климатических изменений посвящен ряд работ [3-18]. Рассматриваются, в частности, тренды изменения температуры воздуха, как у поверхности Земли, так и в приземном слое атмосферы [3-18]. Как правило, наблюдается повышение температуры воздуха в течение последних 40 лет.

К сожалению, проведенные исследования почти не охватывают Центральную Азию (ЦА). Анализ публикаций, относящихся к Центральной Азии, указывает на малое количество научных статей по этой теме. Анализ научных семинаров и конференций в 17 крупных научных организациях по изучению Центральной Азии [3] показал, что из 1305 сессий на конференциях ни одна не была посвящена изменению климата. За 30 лет из 10249 индивидуальных презентаций лишь два (!) доклада сделано по климату. Аналогично, из 13488 статей в восьми ведущих международных научных журналах по Центральной Азии, лишь 33 статьи (или 0.24% от общего числа) были посвящены изменению климата или окружающей среде. Для такой большой и важной темы – это лишь капля в море [4].

Возможно, одним из существенных факторов, приводящих к повышению температуры в крупных городах, является увеличение использования угля, нефти и газа для производственных и отопительных целей [19-21].

При этом данных для анализа климатических изменений в Центральной Азии достаточно много. Из материалов многолетних (1982-2021) радиозондовых наблюдений [22] для оценки, как критически важные, выбраны некоторые параметры изменения климата (среднегодовые температуры и количество осадков) за последние 40 лет для столичных городов Центральной Азии (Астана, Ташкент, Бишкек, Ашхабад, Кабул и Душанбе) (табл.1).

В настоящей статье приведены результаты анализа изменений климата в столицах Центральной Азии в период 1982-2021 гг. Эти крупные города расположены на открытой местности (Астана, Ташкент, Ашхабад) либо в горных долинах (Душанбе, Бишкек, Кабул) и хорошо представляют основные климатические районы ЦА. Координаты городов приведены в табл.1.

Таблица 1. Координаты исследуемых зон Центральной Азии.

Table 1. Coordinates of the studied zones of Central Asia.

№п/п	Местность	Широта (с. ш)	Долгота (в. д.)	Высота (м над ур.м.)
1	Астана	51,16	71,49	365,03
2	Ташкент	41,29	69,24	668,72
3	Бишкек	42,87	74,62	721,28
4	Ашхабад	37,96	58,32	769,34
5	Душанбе	38,55	68,85	867
6	Кабул	34,42	69,22	1792

Изменение среднегодовой температуры воздуха. На рис. 1 представлены изменения среднегодовой температуры воздуха на равнинной территории Центральной Азии.

Средние значения температуры воздуха за 40 лет наблюдения для Кабула ($11,77 \pm 0,49$), Ташкента ($14,16 \pm 0,20$), Бишкека ($13,50 \pm 0,19$), Ашхабада ($15,23 \pm 0,23$) и Душанбе ($13,4 \pm 0,24$), очень близки (табл.2), а для Астаны это значение значительно ниже и составляет ($3,17 \pm 0,29$). Для сравнения приведены также данные по среднегодовой температуре воздуха в столице Кувейта ($T_{cp} = 25,9$). Город находится значительно южнее на берегу океана и отличается по многим параметрам.

Очень важным климатическим параметром является приведенный на графике тренд изменения температуры воздуха за 40 лет (рис.1). В других городах тренд температуры воздуха положительный, то есть наблюдается потепление климата: Душанбе $-1,3\text{K}$, Ташкент $-0,37\text{K}$, Бишкек $-0,8\text{K}$, Ашхабад $-0,65\text{K}$. Но температура в Астане и Кабуле за 40 лет несколько понизилась: Астана ($\Delta T = -0,3\text{K}$), Кабул ($\Delta T = -0,28^\circ\text{K}$)

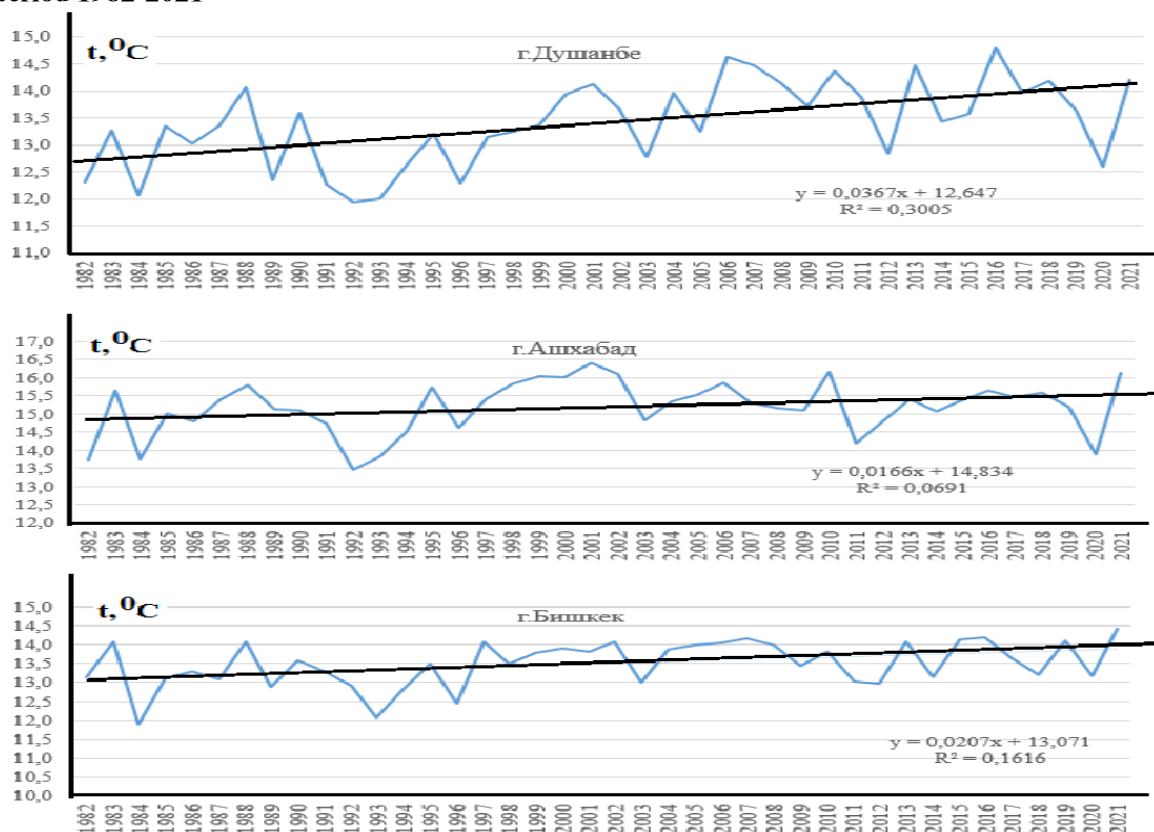
Разнонаправленный тренд температуры наблюдался и в других исследованиях температурных трендов, например, в Западной Сибири [3-4] и в США [5-6]. Таким образом, этот параметр имеет географическую обусловленность и связан с характерным для местности движением воздушных масс.

Несмотря на отдаленность точек наблюдения, корреляция среднегодового изменения температуры воздуха в городах ЦА очень высокая (табл. 3). Отличие среднегодовых изменения температуры зависит от многих факторов: рельеф местности, высота, гористость, влияние воздушных потоков и т. д.

Можно выделить более холодные и более теплые годы для каждой точки наблюдения. В Астане холодные годы – 1984, 1987, 1993, 2018, теплые – 1983, 1997; в Ташкенте холодные годы – 1984, 1993; теплый – 1988, в Бишкеке холодные годы – 1984, 1993; в Ашхабаде холодные годы – 1984, 1984, 1992, 1993, 2020, теплый – 2001, в Кабуле холодные годы – 1984, 1986, 1989, 1992, 2005, 2009, 2012, 2014 и 2020, теплые – 1985, 1988, 2001, 2004 и 2018. в Душанбе холодные годы – 1984, 1992, 1993, и теплые – 2006, 2016.

Рис.1. Изменение среднегодовой температуры воздуха в столицах Центральной Азии за период 1982-2021гг.

Fig. 1. Average annual change in air temperature in the capitals of Central Asia for the period 1982-2021



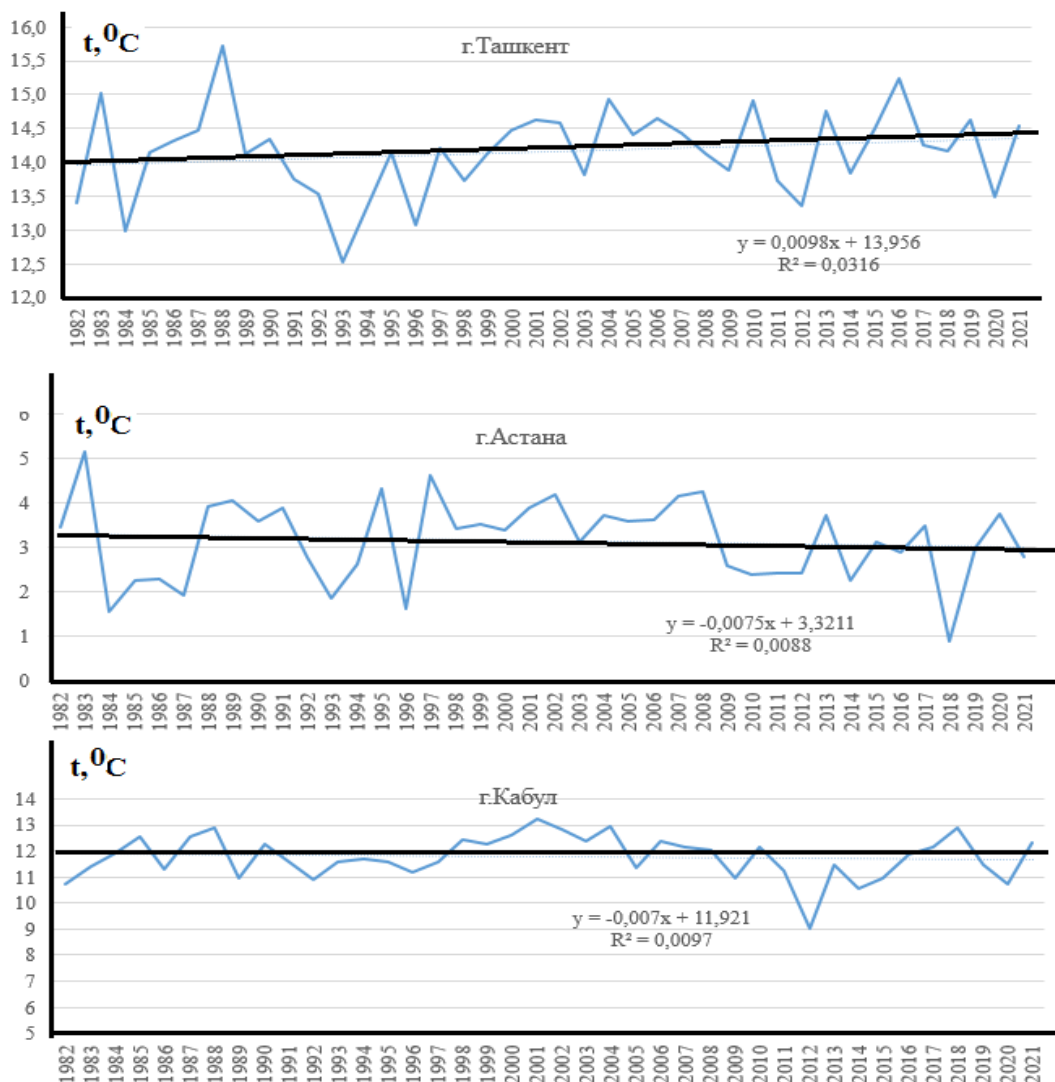


Таблица 2. Статистические данные межгодовой вариации температуры воздуха в столицах Центральной Азии

Table 2. Statistical data of interannual air temperature variation in the capitals of Central Asia

Параметр	Ашхабад	Ташкент	Бишкек	Душанбе	Астана	Кабул
<C>	15,17	14,16	13,5	13,4	3,17	11,77
N	40	40	40	40	40	40
σ	0,73	0,64	0,59	0,772	0,91	1,52
δ	0,23	0,2	0,1	0,246	0,29	0,49
V	0,048	0,04	0,044	0,057	0,28	0,13
S	0,015	0,01	0,014	0,018	0,09	0,24
<C> $\pm \delta$	15,23 \pm 0,23	14,16 \pm 0,20	13,50 \pm 0,19	13,4 \pm 0,24	3,17 \pm 0,29	11,77 \pm 0,49

Таблица 3. Корреляция межгодовой вариации температуры воздуха в столицах Центральной Азии

Table 3. Correlation of interannual air temperature variation in the capitals of Central Asia

Город	Ташкент	Бишкек	Ашхабад	Душанбе	Кабул
Астана	0,46	0,84	0,75	0,71	-0,19
Ташкент		0,84	0,74	0,77	0,26
Бишкек			0,75	0,76	0,37

Ашхабад				0,71	0,50
Душанбе					0,57

Годовые осадки. Еще одним характерным параметром, связанным с изменением климата, является количество выпавших осадков. На рис.2 и рис.3 представлены суммарные годовые осадки, усредненные для каждого десятилетия по сезонам в столицах Центральной Азии. Анализ данных показывает, что за период наблюдения в летнее время всегда был очень низкий уровень осадков в Ашхабаде, Душанбе и Ташкенте.

Рисунок 2. Суммарные осадки средние для каждого десятилетия по сезонам в столицах Центральной Азии

Figure 2. Average total annual precipitation for each decade by season in the capitals of Central Asia

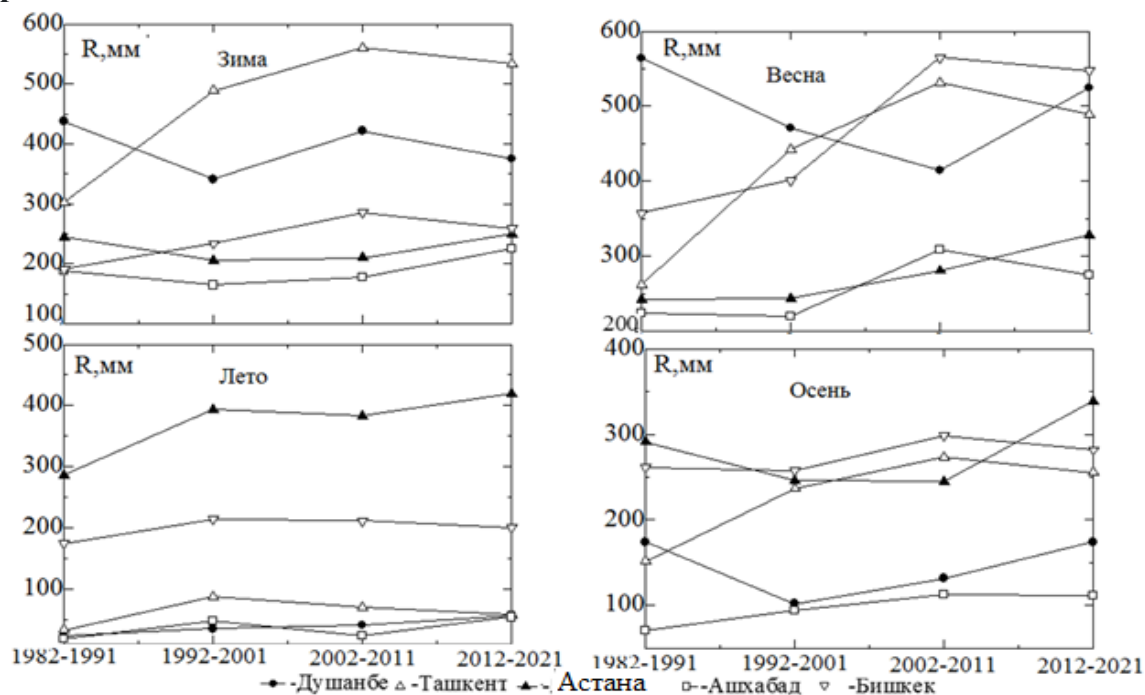
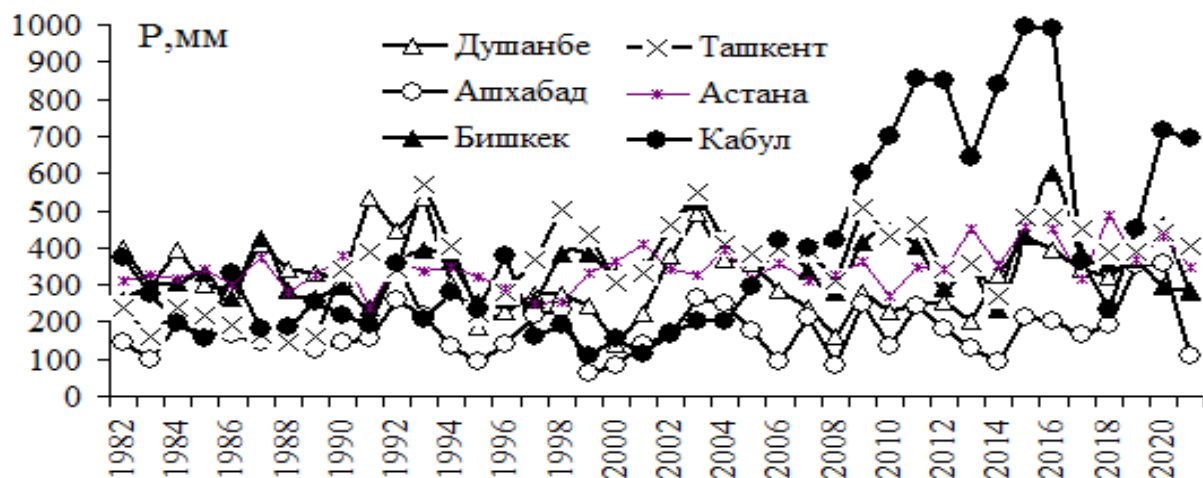


Рисунок 3. Вариация среднегодовых осадков в столицах Центральной Азии

Figure 3. Variation in average annual precipitation for the capitals of Central Asia

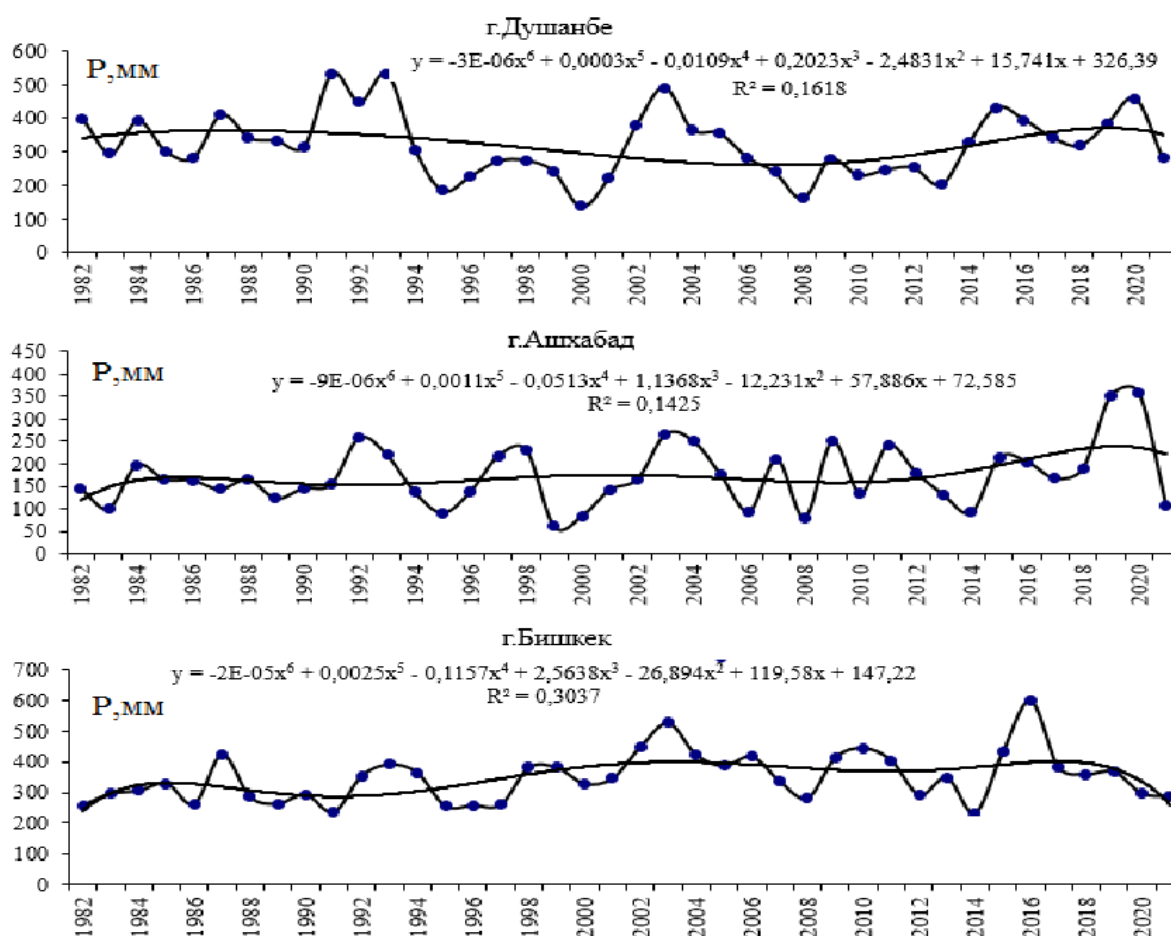


Судя по трендам вариации количества среднегодовых осадков за 40 лет для столиц Центральной Азии (рис.4), произошел небольшой рост осадков с 1987 года в Ташкенте, а в других столицах количества осадков падало вплоть до 2012 года и

затем немного возросло до 2019 г. По распределению осадков (рис.4) излучавшиеся районы можно отнести к полуаридной зоне, Ашхабад занимает зону между аридной и полуаридной в классификации климатических зон. Исключением является Астана, относящаяся к влажной (гумидной) климатической зоне, где среднегодовые температуры гораздо ниже, а уровень осадков в летнее время выше, чем в других столицах ЦА.

Рисунок 4. Тренды вариация среднегодовых осадков за 40 лет для столиц Центральной Азии.

Figure 4. Trends in the average annual precipitation over 40 years for the capitals of Central Asia.



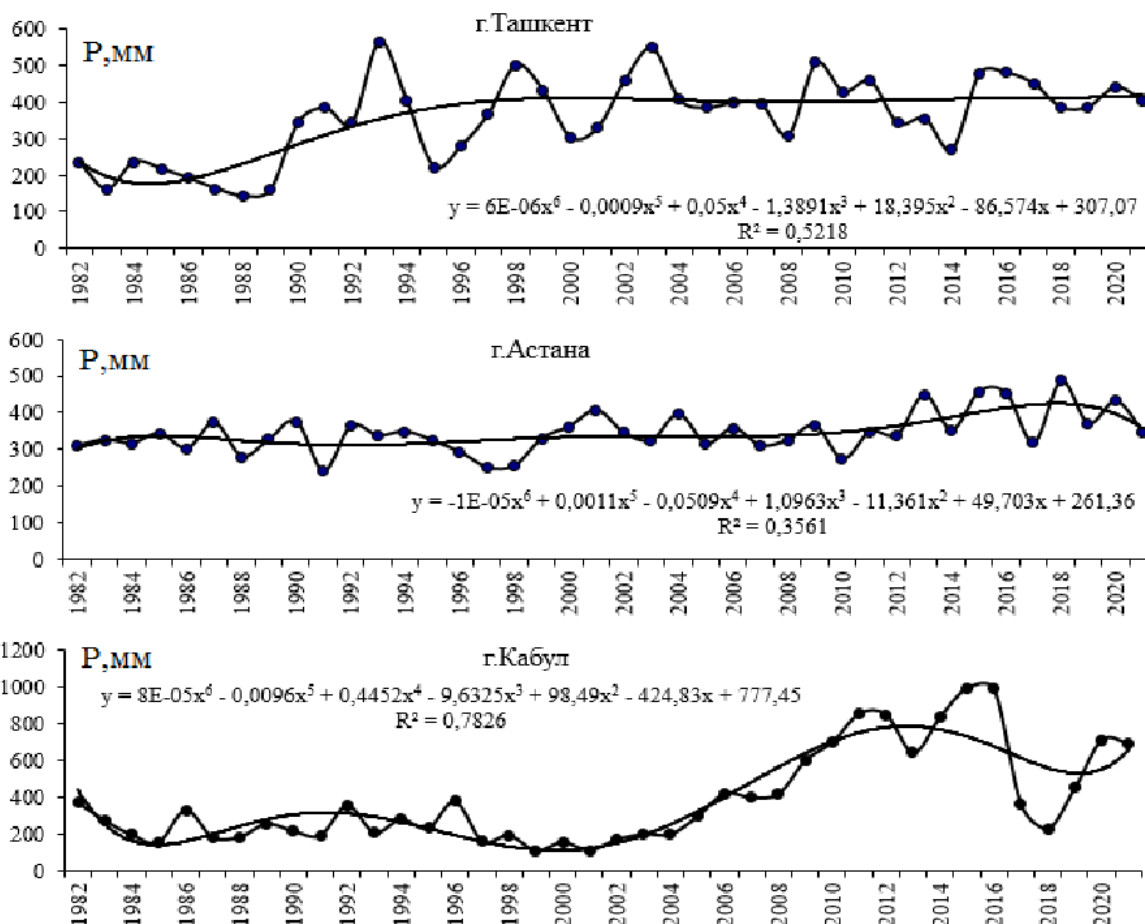


Таблица 5. Статистические данные о межгодовой вариации осадков в столицах Центральной Азии
Table 5. Statistical data on interannual precipitation variation in the capitals of Central Asia

Параметр	Ашхабад	Душанбе	Астана	Бишкек	Ташкент	Кабул
<C>	173,8	321,8	345,5	348,8	358,2	389,4
N	40	40	40	40	40	40
σ	67,51	93,93	55,44	86,98	110,79	81,25
δ	21,56	30	17,7	27,78	35,74	26,21
V	0,38	0,29	0,16	0,24	0,31	0,21
S	0,12	0,09	0,05	0,08	0,10	0,07
<C> $\pm \delta$	173,9 \pm 21,6	321,8 \pm 30	345,4 \pm 17,7	348,8 \pm 27,8	358,2 \pm 110,8	389,4 \pm 26,2

В целом, для столиц ЦА характерны очень высокие температуры и низкие осадки в летнее время, что позволяет отнести их к полуаридной зоне. Исключением является Астана, относящаяся к влажной (гумидной) климатической зоне, где среднегодовые температуры гораздо ниже, а уровень осадков в летнее время выше, чем в других столицах ЦА. Причиной тому – более высокая широта расположения города и особенности действия иной, более умеренной климатической системы. Повышение высоты местности приводит к понижению средней температуры воздуха.

Проведенный анализ трендов межгодового изменения температуры воздуха и количества осадков позволил выделить общие и различающиеся особенности климатических изменений и проследить их направленность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доклад об особенностях климата на территории Российской Федерации за 2021 год. - М.: Росгидромет, 2022. – 104с.
2. Оценочный доклад об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. - Том 1. Изменения климата. – М.: Росгидромет, 2008. – 228 с.
3. Vakulchuk, R. A void in Central Asia research: climate change, Central Asian Survey / K. Vakulchuk, A. S. Daloz, I. Overland, H. Fossum, S. Standal K. Standal // 2022. – DOI: 10.1080/02634937.2022.2059447
4. Электронный ресурс. URL: <https://cabar.asia/ru/izmenenie-klimata-v-tsentralnoj-azii-tochka-nevozvrata-projdena> – О пылевом вторжении в г.Ташкенте [Дата обращения 10 августа 2022г.]
5. Jain, S.K. Analysis of rainfall and temperature trends in northeast India/ S.K. Jain, V. Kumar, M. Saharia // Int. J. Climatol. – 2012. – DOI: 10.1002 /joc.3483.
6. Panda, A. Trend analysis of seasonal rainfall and temperature pattern in Kalahandi, Bolangir and Koraput districts of Odisha, India. / A. Panda, N. Sahu // Atmos Sci Lett. – 2019. – 932. – DOI: 10.1002/asl.932.
7. Ломакина, Н.Я. Современные тенденции изменения температуры пограничного слоя атмосферы Сибирского региона / Н.Я. Ломакина, А.В. Лавриненко // Оптика атмосферы и океана, – 2022. – Т. 35. – № 01. – С. 42–50. – DOI: 10.15372/AOO20220107.
8. Шерстюков, Б.Г. Изменения, изменчивость и колебания климата/ Б.Г. Шерстюков//– Обнинск: ВНИИГМИ – МЦД, 2011. – 293 с.
9. Груза, Г.В. Наблюдаемые и ожидаемые изменения климата России: температура воздуха / Г.В. Груза, Э.Я. Ранькова // Обнинск: ВНИИГМИ– МЦД, – 2012. – 194 с.
10. Ипполитов, И.И.Изменчивость температурного режима на азиатской территории России в период глобального потепления/ И.И.Ипполитов, М.В.Кабанов, С.В.Логинов, Н.В.Поднебесных, Е.В. Харюткина // Оптика атмосф, и океана, 2012. – Т. 25, – № 2. – С. 122– 131.
11. Носкова, Е.В. Изменения приземной температуры воздуха на юге Сибири и их взаимосвязь с крупномасштабными циркуляционными процессами в атмосфере /Носкова Е.В., Обязов В.А., Вахнина И.Л. // Географ. вестн. Метеорол, 2021. – Т. 57. – № 2. – С. 75–84.
12. Обязов, В.А. Региональный отклик приземной температуры воздуха на глобальные изменения (на примере Забайкалья) / В.А. Обязов// Доклады АН. География, 2015. – Т. 461. – № 4. – С. 459–462.
13. Черенкова, Е.А.Региональные особенности изменения летней температуры в Западной Сибири во второй половине XX – начале XXI века / Е.А. Черенкова // Известия РАН. – Сер. географ. – 2016. – №4. – С. 52– 61.
14. Харюткина, Е.В.Тенденции изменения экстремальности климата Западной Сибири в конце XX – начале XXI веков / Е.В. Харюткина, С.В.Логинов, Е.И.Усова, Ю.В.Мартынова // Фундаментальная и прикладная климатология. – 2019. – №2. – С. 45– 65.
15. Комаров, В.С. Изменение климатов пограничного слоя атмосферы Сибири в период глобального потепления. Часть1. Аномалии и тренды температуры воздуха / В.С.Комаров, Н.Я.Ломакина, А.В. Лавриненко, С.Н. Ильин // Оптика атмосферы и океана, 2010. – Т. 23, – №11. – С.942– 950.
16. Комаров, В.С. Современные изменения климата пограничного слоя атмосферы над территорией Сибирского региона / В.С.Комаров, Н.Я.Ломакина, С.Н.Ильин А.В. Лавриненко // под ред. Г.Г. Матвиенко. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2013. – 212 с.
17. Ломакина, Н.Я. Оценка современных тенденций изменения среднемесячной температуры в пограничном слое атмосферы над территорией Сибири / Н.Я. Ломакина, А.В. Лавриненко // Оптика атмосферы и океана, 2021. – Т.34. – № 9. С. 705– 710.
18. Абдуллаев, С. Ф. «Экологические проблемы при сжигании угля» / С. Ф.Абдуллаев, Ф.С. Пиров, М.С. Абдуллоева, В. А. Маслов // Вестник ТНУ, 2019 – №2. – С.184-191.
19. Халифаева, Ш.Х. Содержание тяжелых металлов в пылевом аэрозоле южной и центральной частей Таджикистана / Ш.Х. Халифаева, С.Ф. Абдуллаев, В.А. Маслов// Вестник ТНУ. – 2020. – №2. – С.139-149.
20. Рахматов, М. Н. Содержание тяжелых металлов (Pb, Zn и As) в пробах атмосферного аэрозоля в центральной части Согдийской области (г. Худжанд) / М.Н. Рахматов, С. Ф. Абдуллаев// Вестник ТНУ. – 2021. – №1. – С.167– 179.
21. Электронный ресурс. URL: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>Спутниковые данные, [дата обращения 10.05.2022г].

REFERENCES

1. Report on climate features in the territory of the Russian Federation for 2021 – M.: Roshydromet, 2022. – 104 p.
2. Assessment report on climate change and its impact on territory of the Russian Federation. – Volume 1. Climate change. – M.: Roshydromet, 2008. – 228 p.
3. Vakulchuk, R. A void in Central Asia research: climate change, Central Asian Survey / K. Vakulchuk, A. S. Daloz, I. Overland, H. Fossum, S. Standal K. Standal // 2022. –DOI: 10.1080/02634937.2022.2059447
4. Electronic resource. URL: <https://cabar.asia/ru/change-klimata-v-tsentralnoj-azii-tochka-nevozvratna-projdena-About dust storms in Tashkent> [Accessed 10 August 2022]
5. Jain, S.K. Analysis of rainfall and temperature trends in northeast India/ S.K. Jain, V. Kumar, M. Saharia // Int. J. Climatol. – 2012. – DOI: 10.1002/joc.3483.
6. Panda, A. Trend analysis of seasonal rainfall and temperature pattern in Kalahandi, Bolangir and Koraput districts of Odisha, India. / A. Panda, N. Sahu // Atmos Sci Lett. –2019. –932. – DOI: 10.1002/asl.932.
7. Lomakina, N.Ya. Current temperature trends of the boundary layer of the atmosphere of the Siberian region / N.Ya. Lomakin, A.V. Lavrinenko // Optics of the atmosphere and ocean, – 2022. –V. 35. – No. 01. – P. 42–50. – DOI: 10.15372/AOO20220107.
6. Sherstyukov, B.G. Climate change, variability and fluctuations. / B.G. Sherstyukov // – Obninsk: VNIIGMI – WDC, 2011. – 293 p.
7. Gruza, G.V. Observed and expected climate changes in Russia: air temperature / G.V. Gruza, E.Ya. Rankova // Obninsk: VNIIGMI - WDC, - 2012. - 194 p.
8. Ippolitov, I.I. Variability of the temperature regime in the Asian territory of Russia in the period of global warming / I.I. Ippolitov, M.V. Kabanov, S.V. Loginov, N.V. Podnebesnykh, E.V. Kharyutkina // Atmos. Optics. and Ocean, 2012. –T. 25, –No. 2. pp. 122–131.
9. Noskova, E.V. Changes in surface air temperature in the south Siberia and their relationship with large-scale circulation processes in the atmosphere / Noskova E.V., Obyazov V.A., Vakhnina I.L. // Geographer. vestn. Meteorol, 2021. –T. 57. – No. 2. –P. 75–84.
12. Obyazov, V.A. Regional response of surface air temperature on global changes (on the example of Transbaikalia) / V.A. Obyazov // AN reports. Geography, 2015. – T. 461. –No. 4. – P. 459-462.
13. Cherenkova, E.A. Regional features of summer temperatures in Western Siberia in the second half of the XX – early XXI century / E.A. Cherenkov // Izvestiya RAN. - Ser. geographer. –2016. –No. 4. – P. 52–61.
14. Kharyutkina, E.V. Trends in climate extremeness Western Siberia in the late XX - early XXI centuries / E.V. Kharyutkina, S.V. Loginov, E.I. Usova, Yu.V. Martynova // Fundamental and applied climatology. –2019. – No. 2. – P. 45–65.
16. Komarov, V.S. Climate change in the atmospheric boundary layer Siberia in the period of global warming. Part 1. anomalies and Air temperature trends / V.S. Komarov, N.Ya. Lomakina, A.V. Lavrinenko, S.N. Ilyin // Optics of the atmosphere and ocean, 2010. –V. 23, – No. 11. – P.942–950.
17. Komarov, V.S. Modern boundary layer climate changes atmosphere over the territory of the Siberian region / V.S. Komarov, N.Ya. Lomakina, S.N. Ilyin A.V. Lavrinenko // ed. G.G. Matvienko. Tomsk: Izd. IOA SO RAN, 2013. –212 p.
18. Lomakina, N.Ya. Assessment of current trends of change average monthly temperature in the boundary layer of the atmosphere above territory of Siberia / N.Ya. Lomakina, A.V. Lavrinenko // Optics atmosphere and ocean, 2021. - V.34. – No. 9. –P. 705–710.
19. Abdullaev, S. F. “Environmental problems in the combustion of coal” / S. F. Abdullaev, F.S. Pirov, M.S. Abdulloeva, V. A. Maslov // Bulletin TNU, 2019 –No2. – P.184-191.
20. Khalifaeva Sh.Kh. Content of heavy metals in dust aerosol southern and central parts of Tajikistan / Sh.Kh. Khalifaeva, S.F. Abdullaev, V.A. Maslov // Bulletin of TNU. – 2020. – No. 2. –P.139-149.
21. Rakhmatov, M. N. The content of heavy metals (Pb, Zn and as) in samples atmospheric aerosol in the central part of the Sughd region (Khujand city) / M.N. Rakhmatov, S. F. Abdullaev // Bulletin of TNU. – 2021. – No. 1. – P.167–179.
22. Electronic resource. URL: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/> / Satellite data- [accessed 05/10/2022].

ТАҒИЙРЁБИИ ИҚЛИМ ДАР ПОЙТАХТҲОИ КИШВАРҲОИ ОСИЁИ МАРКАЗИ

Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши тағйирёбии иқлим дар пойтахтҳои кишварҳои Осӣи Марказӣ оварда шудааст. Ҳарорати миёнаи ҳаво дар тули 40 сол дар Тошканд (14,16°C), Бишкек (13,50°C), Ашқобод (15,23 °C), Душанбе (13,4°C) ва Кобул (11,8°C) наздик аст, аммо ҳарорати миёнаи Остона хеле пасттар аст (3,17°C). Тағйироти синхронии ҳарорати ҳавои байнисолӣ дар Тошканд, Ашқобод, Душанбе ва Бишкек бо коэффицентҳои баланди коррелясионӣ мушоҳида мешавад. Синхронизми тағйирёбии ҳарорат дар Кобул нисбат ба дигар шаҳрҳо хеле паст, ҳатто

манфӣ аст. Шояд ин аз он сабаб аст, ки Кобулро системаҳои кӯҳӣ аз даштҳои Осиёи Миёна девор гирифтаанд. Тағйирёбии боришоти миёнаи солони нишон медиҳад, ки дар Тошканд мизони боришот аз соли 1987 зиёд шуда, дар шаҳрҳои дигар то соли 2012 кам шудааст. Микдори боришот дар Ашқобод, Душанбе ва Тошканд дар тобистон хеле кам будааст. Аз рӯи тақсимои боришот ҳамаи шаҳрҳо ба минтақаи нимхушк тааллуқ доранд ба ғайр аз Ашқобод.

Калидвожаҳо: тағйирёбии иқлим, пойтахтҳои Осиёи Марказӣ, минтақаи нимхушк, ҳарорати ҳаво, боришот, таносуб, минтақаи иқлимӣ, хунуқшавӣ, гармшавӣ, таҷоили ҳарорат.

ИЗМЕНЕНИЕ КЛИМАТА В СТОЛИЦАХ ЦЕНТРАЛЬНОЙ АЗИИ

В работе представлены результаты изучения климатических изменений в столичных городах Центральной Азии. Средние температуры воздуха за 40 лет наблюдения для Ташкента (14,16°C), Бишкеке (13,50°C), Ашхабаде (15,23°C), Душанбе (13,4°C) и Кабуле (11,8 °C) близки, но в Астане средняя температура гораздо ниже (3,17°C). Наблюдается синхронность изменения межгодовой температуры воздуха в Ташкенте, Ашхабаде, Душанбе и Бишкеке с высокими коэффициентами корреляции. Синхронность изменения температуры в Кабуле относительно других городов – очень низкая, вплоть до отрицательной. Видимо, это связано с тем, что Кабул отгорожен горными системами от равнин Центральной Азии. Тренды вариации количества среднегодовых осадков показывают, что в Ташкенте уровень осадков повышался, начиная с 1987 года, а в других городах он уменьшался вплоть до 2012 года. Уровень осадков в Ашхабаде, Душанбе и Ташкенте в летнее время очень низкий. По распределению осадков все изучавшиеся города относятся к полупустынной зоне, за исключением Ашхабада.

Ключевые слова: изменение климата, столицы Центральной Азии, полупустынная зона, температура воздуха, осадки, корреляция, климатическая зона, похолодание, потепление, температурный тренд.

CLIMATE CHANGE IN CENTRAL ASIAN CAPITALS

The paper presents the results of studying climate change in the capital of Central Asia cities. Average air temperatures over 40 years of observation for Tashkent (14.16°C), Bishkek (13.50°C), Ashgabat (15.23°C), Dushanbe (13.4°C) and Kabul (11.8°C) C are close, but in Astana the average temperature is much lower (3.17°C). Synchronous changes in internal air temperature are observed in Tashkent, Ashgabat, Dushanbe and Bishkek with high correlation coefficients. The synchronism of temperature change in Kabul relative to other cities is very low, even negative. Apparently, this is due to the fact that Kabul is fenced off by mountain systems from the plains of Central Asia. Trends in variation in average annual precipitation show that in Tashkent the level of precipitation has increased since 1987, while in other cities it has decreased until 2012.

Precipitation levels in Ashgabat, Dushanbe and Tashkent are very low in summer. According to the distribution of precipitation, all the emitted cities belong to the semi-arid zone except for Ashgabat.

Key words: climate change, capitals of Central Asia countries, semi-arid zone, air temperature, precipitation, correlation, climatic zone, cooling, warming, temperature trend.

Маълумот дар бораи муаллиф: **Нодиров Комилҷон Алимуродович** - Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи А.Рӯдакӣ, кафедраи физикаи умумӣ ва назариявӣ, унвонҷӯ. **Суроға:** 735360, шаҳри Кӯлоб, Ҷумҳурии Тоҷикистон, вилояти Хатлон, кӯчаи С.Сафаров, 16. **Телефон:** (+992) 988088386. **E-mail:** nodirzoda95@mail.ru.

Абдуллаев Сабур Фузайлович - Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон, Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умаров, доктори илмҳои физикаю математика, мудири лабораторияи физикаи атмосфера, профессор. **Суроға:** 734063, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Айни, 299/1. **Телефон:** (+992) 918-17-73-90. **E-mail:** sabur.f.abdullaev@gmail.com.

Маслов Владимир Анатольевич – Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон, Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умаров, номзади илмҳои физикаю математика, лабораторияи физикаи атмосфера. ходими пешбари илмӣ. **Суроға:** 734063, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Айни, 299/1. **Телефон:** (+992) 917-25-10-32. **E-mail:** vamaslov@inbox.ru.

Сведения об авторах: **Нодиров Комилҷон Алимуродович** - Кулябский государственный университет имени А. Рудаки, кафедра общей, и теоретической физики, соискатель. **Адрес:** 735360, г. Куляб, Республика Таджикистан, Хатлонская область, ул. С.Сафарова,16. **Телефон:** (+992) 988088386. **E-mail:** nodirzoda95@mail.ru

Абдуллаев Сабур Фузайлович – Национальная академия наук Таджикистана, Физико-технический институт именован С.У. Умарова, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией физики атмосферы, профессор. **Адрес:** 734063, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Айни, 299/1. **Телефон:** (+992) 918177390. **E-mail:** sabur.f.abdullaev@gmail.com.

Маслов Владимир Анатольевич – Национальная академия наук Таджикистана, Физико-технический институт именован С.У. Умарова, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории физики атмосферы, доцент. **Адрес:** 734063, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Айни, 299/1. **Телефон:** (+992) 917251032. **E-mail:** vamaslov@inbox.ru

Information about the authors: Nodirov Komiljon Alimurodovich - Kulyab State University named after. A. Rudaki, Department of General and Theoretical Physics, applicant. **Address:** 735360, Kulob, Republic of Tajikistan, Khatlon region, st. S. Safarova, 16. **Phone:** (+992) 988088386. **E-mail:** nodirzoda95@mail.ru.

Abdullaev Sabur Fuzailovich – National Academy of Sciences of Tajikistan, Physico-Technical Institute named after S.U. Umarov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Atmospheric Physics, Professor. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Avenue, 299/1. **Phone:** (+992) 918-17-73-90. **E-mail:** sabur.f.abdullaev@gmail.com.

Maslov Vladimir Anatolyevich – National Academy of Sciences of Tajikistan, Physico-Technical Institute named after S.U. Umarov, candidate of physical and mathematical sciences, leading researcher at the laboratory of atmospheric physics, associate professor. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Avenue, 299/1. **Phone:** (+992) 917-25-10-32. **E-mail:** vamaslov@inbox.ru

УДК: 551.588.4:556.12

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИБРЕЖНЫХ К ДОЛИНЫМ И ГОРНЫМ ВОДОХРАНИЛИЩАМ ТЕРРИТОРИЙ

Ходжибоева М.Х., Норматов И.Ш., Муминов А.О., Сабурова Г.М., Мирзо А.

Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова

Таджикский национальный университет

ВВЕДЕНИЕ. Кайраккумское водохранилище (40°16'00" с. ш., 69°50'00" в. д.) расположена в центральной части водосборного бассейна трансграничной реки Сырдарья в 20 км от г. Худжанда центра Сугдской области Республики Таджикистан.

Водоохранилище используется для сезонного регулирования стока реки с целью обеспечения воды для орошения, а также для производства электроэнергии. Наполнение водохранилища началось в 1956 г. и окончательно введено в эксплуатацию в 1959 г. Кайраккумское водохранилище характеризуется длиной 55 км, шириной 20 км, максимальной глубиной 25 м и общим объемом воды 4,2 км³ с площадью зеркала 513 км². Кайраккумское водохранилище замерзает зимой, а в летнее время температура воздуха у побережья составляет 30-35 °С.

Нурекское водохранилище – искусственное водохранилище, созданное на реке Вахш (приток трансграничной реки Амударья в Центральной Азии). Строительство Нурекской плотины было начато в 1961 году и в 1979 году уже был достигнут уровень воды 890 м, а отметка НПУ (нормальный подпорный уровень) равная 910 м был достигнут в сентябре 1983 года. Площадь водной глади Нурекского водохранилища достигает 98 км², объем воды 10,5 км³ (полезный объем – 4,5 км³), и средняя глубина водоема составляет 107 м. Уровень водохранилища колеблется в пределах 53 м.

В Республике Таджикистан из 527 (430 технически возможных) Млрд. кВт·ч общих потенциальных гидроэнергетических ресурсов в настоящее время используется чуть более 5%. Следовательно, можно ожидать, что в ближайшей перспективе будет возведено не одни десятки средних и крупных гидроэлектростанций с водохранилищами. Это значит, при планирование перспективы развития сельскохозяйственных районов прибрежных к водохранилищам необходимо учитывать фактор влияния водных резервуаров в трансформации метеорологических условий местности и внесение корректировок к нормам ирригации соответствующих культур.

Водоохранилища играют важную роль в сельскохозяйственном производстве, а также в социальной экономике и экологии [1]. За последние несколько десятилетий значительно вырос количество водохранилищ в мире. Площадь поверхности водохранилищ также увеличилась с 4,11·10⁵ км² в 1984 году до 4,48·10⁵ км² в 2015 году. [2]. Увеличение площади водохранилищ привели к значительному увеличению потерь воды на испарение из резервуаров [3,4]. Испарение является важнейшим аспектом гидрологического цикла в засушливых и полузасушливых регионах. Это также является одним из основных факторов потери воды в водохранилищах [5]. Согласно статистике, годовые потери на испарение водохранилищ в засушливых и полузасушливых районах составляют около 40% объема водохранилищ, что существенно усугубляет дефицит воды [6].

Идентифицированием пространственных градиентов атмосферных переменных, связанных с образованием осадков вокруг 92 крупных плотин Северной Америки с использованием 30-летних записи данных реанализа показано, что большие плотины больше всего влияют на местный климат в Средиземноморье, и полузасушливом климате нежели для влажного климата [7].

Большие плотины с водохранилищами – это типы инфраструктуры, которые вызывают чаще всего крупномасштабное изменение землепользования и растительного

покрова открывающие возможности для орошения больших территорий пахотных земель, увеличения урбанизации низовий из-за снижения риска наводнения и увеличение доступности продуктов и электричества. Такие систематические изменения земного покрова могут привести к повышенной доступности местной влаги и нарастание воздействия на мезомасштабную локальную циркуляцию в пределах 10 – 100 км [8,9]. Одним из таких локальных последствий изменения землепользования и растительного покрова может быть изменение количества осадков [10 –12]. Таким образом, если плотины рассматриваются как катализатор систематического изменения землепользования и растительного покрова, то правдоподобно ожидать по-степенного изменения местного климата и характера осадков в речном бассейне.

За последние десятилетия глобальный и региональный климат характеризуется усилением ливневых осадков, аномальной жарой, засухой, наводнением и заморской на фоне глобального потепления с увеличением выбросов парниковых газов [13 – 18]. Антропогенные факторы такие как землепользование и возведение искусственных водохранилищ также могут напрямую влиять на местный или даже региональный климат через изменения в альбедо поверхности, обмена теплом и водяным паром между атмосферой и поверхностью, вырубку лесов, урбанизации, ирригационным работам [19 – 23].

С учетом важной роли водохранилищ в реагировании на стихийные бедствия (такие как наводнения и засухи) путем регулирования стока, изучение их влияния на сток рек в условиях изменения климата важно в плане предотвращения будущих наводнений и засух [24].

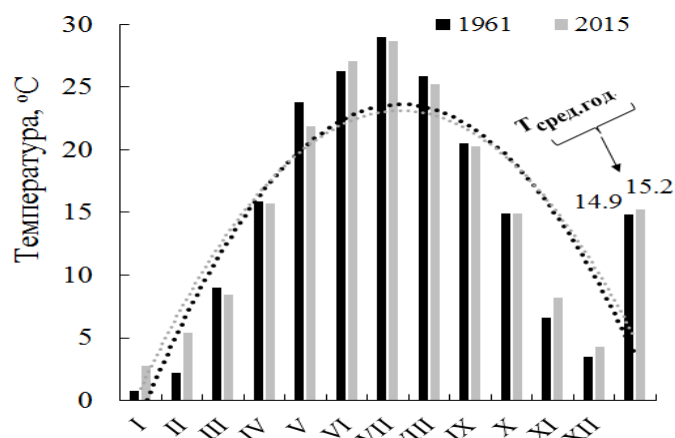
Целью настоящей работы является изучение динамики метеорологических характеристик, внутригодовое распределение атмосферных осадков и температуры в районе Кайраккумского водохранилища за период начала заполнения водой (1959 г.) по 2021 г, Нурекского водохранилища с 1980 по 2021 годы и оценка влияния водохранилищ на формирование микроклимата прибрежных районов.

Методы исследований. Для оценки метеорологических условий прибрежных к Кайраккумскому и Нурекскому водохранилищам были использованы данные метеорологических станций “Кайраккумское водохранилище” и “Яван” соответственно. Были широко использованы статистические методы обработки данных и корреляция Пирсона. Для вычисления эвапотранспирации использовалось уравнение, описанное в [25]. В определении уровня достоверности корреляционных зависимостей руководствовались методическими указаниями описанной в [26].

Результаты и обсуждение. Для оценки динамики изменения температуры и атмосферных осадков в прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу проводились сравнение метеорологических данных за 1961(начало функционирования водохранилища) и за 2015 годы. На рис.1 представлена среднегодовая температура прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу территорий за 1961 и 2015 годы, из которой следует, что среднегодовая температура имеет тенденцию к увеличению после возведения водохранилища.

Рисунок 1. Среднегодовая температура прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу территорий за 1961 и 2015 годы

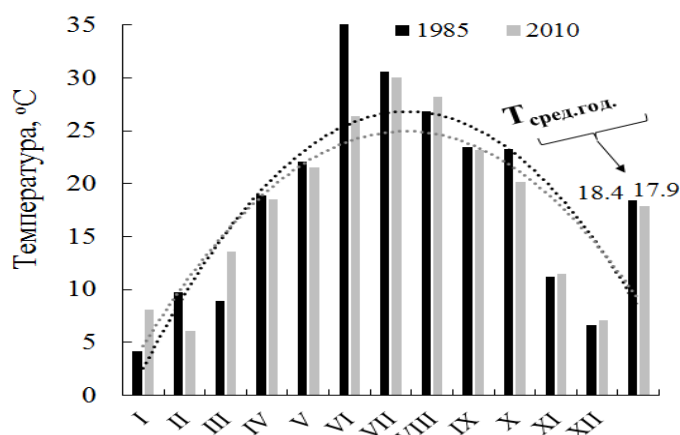
Figure 1. Average annual temperature of the coastal Kairakkum reservoir for 1961 and 2015



Совершенно иная картина изменения среднегодовой температуры в прибрежных к Нурекскому водохранилищу было обнаружено при сравнении данных температуры в 1985 и 2010 годы (рис.2). Как видно из рис.2 среднегодовая температура прибрежных к водохранилищу в 2010 году ниже на 0,5 °С чем в 1985 году.

Рисунок 2. Среднегодовая температура прибрежных к Нурекскому водохранилищу за 1985 и 2010 годы

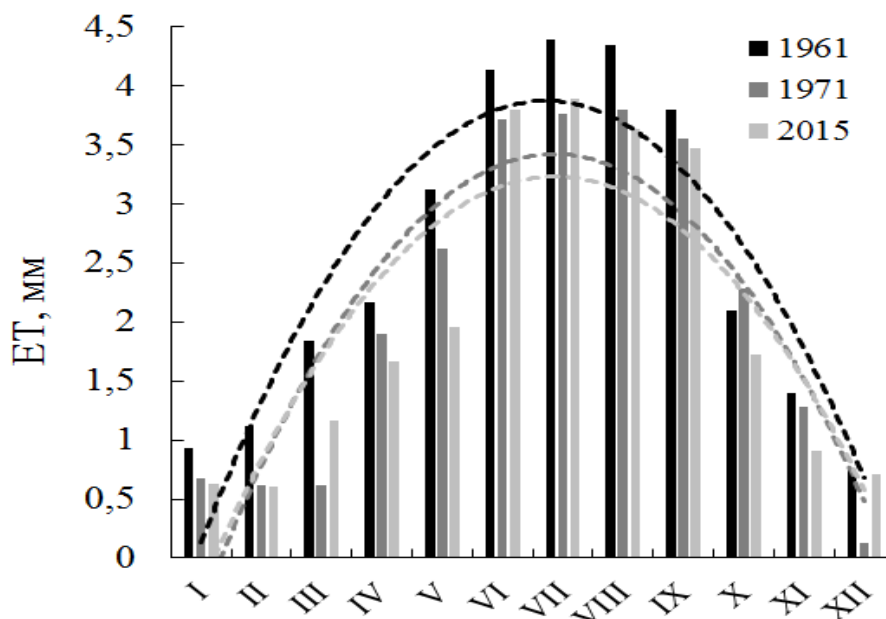
Figure 2. Average annual coastal temperature around Nurek reservoir for 1985 and 2010



На рис.3 представлена изменение значений эвапотранспирации прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу территорий за 1961, 1971 и 2015 годы показывающие об убывающем тренде эвапотранспирации и, следовательно, увеличивающемся количестве атмосферных осадков, так как с увеличением атмосферных осадков происходит охлаждение поверхности зеркала водохранилища и прибрежных территорий.

Рисунок 3. Внутригодовое распределение эвапотранспирации прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу территорий за 1961, 1971 и 2015 годы

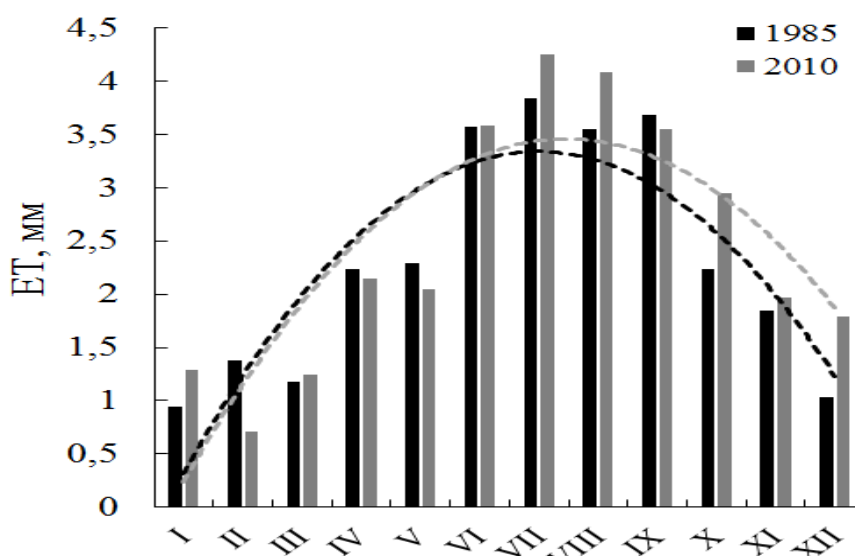
Figure 3. Intra-annual distribution of evapotranspiration in the coastal areas of the Kairakkum reservoir for 1961, 1971 and 2015



Было показано в 2015 году относительно 1961 года атмосферные осадки увеличились около 2,5 раза. Это можно наблюдать на рис.4. Эвапотранспирация с прибрежных к Нурекскому водохранилищу в 2015 году была выше чем в 1985 году связанное с тем, что отношение количества годовых значений атмосферных осадков 2015 года к 1961 году составляло всего лишь чуть более 1,5 и существенном увеличении температуры в 2015 году (рис.4).

Рисунок 4. Внутригодовое распределение эвапотранспирации прибрежных к Нурекскому водохранилищу территорий за 1985 и 2010 годы

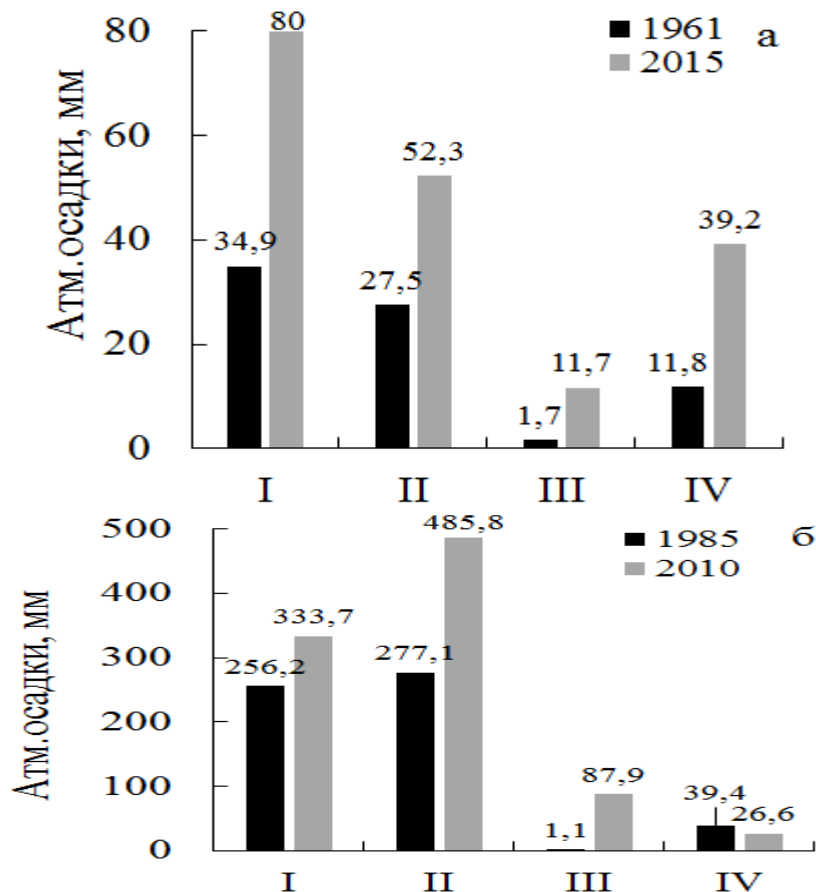
Figure 4. Intra-annual distribution of evapotranspiration in areas coastal to the Nurek reservoir for 1985 and 2010



На территориях прибрежных к Нурекскому водохранилищу в 2010 году атмосферные осадки по отношению к 1985 году увеличились более 1,5 раза при разнице температуры 0,5°C (рис.5, а, б).

Рисунок 5. Сезонное распределение атмосферных осадков в прибрежных к Кайраккумскому (а) и Нурекскому(б) водохранилищам

Figure 5. Seasonal distribution of atmospheric precipitation in the coastal Kairakkum (a) and Nurek (b) reservoirs



ВЫВОДЫ. Таким образом полученные результаты показывают, что как на территории прибрежных к долинного Кайракумского, так и горного Нурекского водохранилищ за периоды 1960 – 2015 гг и 1985 – 2010 гг соответственно тренд атмосферных осадков имеет возрастающий характер. Установлено, что эвапотранспирация с прибрежных к водохранилищам территорий главным образом определяется количеством атмосферных осадков. Радиус действия как долинных, так и горных водохранилищ является ограниченным и не превышает 10 км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Xia, Q.Q. Identifying Reservoirs and Estimating Evaporation Losses in a Large Arid Inland Basin in Northwestern China / Q.Q. Xia, Y.N. Chen, X.Q. Zhang, J.L. Ding, G.H. Lv // *Remote Sens.* – 2022. – V. 14. – Pp.1105–1116. <https://doi.org/10.3390/rs14051105>.
2. Zhao, G. Automatic Correction of Contaminated Images for Assessment of Reservoir Surface Area Dynamics / G. Zhao, H. GAO // *Geophys. Res. Lett.* – 2018. – V. 45. – P. 6092–6099.
3. Konapala, G. Climate change will affect global water availability through compounding changes in seasonal precipitation and evaporation / G. Konapala, A.K. Mishra, Y. Wada, M.E. Mann // *Nat. Commun.* – 2020. – V. 11. – Pp.1-10.
4. Zhang, H. A remote sensing method for estimating regional reservoir area and evaporative loss / H. Zhang, S.M. Gorelick, P.V. Zimba, X.D. Zhang // *J. Hydrol.* – 2017. – V. 555. – Pp. 213-227.
5. Bozorgi, A. Comparison of methods for estimating loss from water storage by evaporation and impacts on reservoir management / A. Bozorgi, O. Bozorg-Haddad, S. Sima, H.A. Loaiciga // *Water Environ. J.* – 2021. –V. 35. – Pp.218-228.
6. Mady, B. Distribution of small seasonal reservoirs in semi-arid regions and associated evaporative losses / B. Mady, P. Lehmann, S.M. Gorelick, D. Or // *Environ. Res. Commun.* – 2020. –V.2.
7. Degu, A. M. The influence of large dams on surrounding climate and precipitation patterns / A. M. Degu, F. Hossain, D. Niyogi, R. Pielke, J. M. Shepherd, N. Voisin, T. Chronis // *Geophys. Res. Lett.* – 2011. – V.38. – L04405. doi:10.1029/2010GL046482.
8. Niyogi, D. Observational evidence that agricultural intensification and land use change may be reducing the Indian summer monsoon rainfall / D. Niyogi, C. M. Kishtawal, S. Tripathi, R. S. Govindaraju // *Water Resour. Res.* – 2010. – V. 46. –W03533. doi:10.1029/2008WR007082.

9. Takata, K. S. Changes in the Asian monsoon climate during 1700–1850 induced by preindustrial cultivation / K.S. Takata, T. Yasunari // *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* – 2009. – V. 106. – Pp.9586–9589, doi:10.1073/pnas.0807346106.
10. Avissar, R. Three-dimensional numerical study of shallow convective clouds and precipitation induced by land surface forcing / R. Avissar, Y. Liu // *J. Geophys. Res.* – 1996. – V. 101. – Pp.7499–7518. doi:10.1029/95JD03031.
11. Cotton, W. R. Human Impacts on Weather and Climate / W.R. Cotton, R. A. Pielke // Cambridge Univ. Press. Cambridge, U. K. – 2007. – 330p.
12. Pielke, R. Sr. Climate change: The need to consider human forcings besides greenhouse gases / R. Sr. Pielke, K. Beven, G.P. Brasseur // *Eos Trans. AGU.* – 2009. – V. 90(45). – Pp.409 – 415. doi:10.1029/2009EO450008.
13. Keeling, C.D. Climate change and carbon dioxide: An introduction / C.D. Keeling // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 1997. – V. 94. – Pp. 8273–9274. doi:10.1073/pnas.94.16.8273.
14. IPCC. Climate Change 2013 /In: The Physical Science Basis. T.F. Stocker (Ed). Cambridge Univ. Press. London. – 2013. – Pp. 1-1535.
15. Risser, M.D. Attributable human-induced changes in the likelihood and magnitude of the observed extreme precipitation during Hurricane Harvey / M.D. Risser, M.F. Wehner // *Geophys Res Lett.* – 2017. <https://doi.org/10.1002/2017GL075888>.
16. Van Oldenborgh, G.J. Attribution of extreme rainfall from Hurricane Harvey / G.L Van Oldenborgh, K. Van der Wiel, A. Sebastian, R. Singh, J. Arrighi, K.L.S. Haustein, G. Vecchi, H. Cullen // *Environ Res Lett.* – 2017. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/aaa343>.
17. Williams, A.P. Large contribution from anthropogenic warming to an emerging North American mega drought / A.P. Williams, E.R. Cook, J.E. Smerdon, B.I. Cook, J.T. Abatzoglou, K. Bolles, S.H.Baek, A.M.Badger, B.Livneh//*Science.* –2020. –V.368. – Pp.314-318. <https://doi:10.1126/science.aaz9600>.
18. Almazroui, M. Projected change in temperature and precipitation over Africa from CMIP6 / M. Almazroui, F. Saeed, S. Saeed, M. Nazrul Islam, M. Ismail, N.A.B. Klutse, M.H. Siddiqui // *Earth. Syst. Environ.* – 2020. – V. 4. – Pp. 455-475. <https://doi.org/10.1007/s41748-020-00161-x>.
19. Foley, J.A. Global consequences of land use / J.A. Foley, R. Defries, G.P. Asner, C. Barford, G. Bonan, S.R. Carpenter, F.S. Chapin, M.T. Coe, G.C. Daily, H.K. Gibbs, J.H. Helkowski, T. Holloway, E.A. Howard, C.J. Kucharik, C. Monfreda, J.A. Patz, I.C. Prentice, N. Ramankutty, P.K. Snyder // *Science.* – 2005. – V. 309. – Pp. 570-574. <https://doi:10.1126/science.1111772>.
20. Tucker, M.A. Moving in the Anthropocene: Global reductions in terrestrial mammalian movements / M.A. Tucker, K. Böhning-Gaese, W.F. Fagan, J.M. Fryxell // *Science.* – 2018. – V. 359. – Pp. 466-469. <https://doi:10.1126/science.aam9712>.
21. Lambin, E. Global land use change, economic globalization, and the looming land scarcity / E. Lambin, P. Meyfroidt // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 2011. – V. 108. – Pp. 3465-3472. <https://doi.org/10.1073/pnas.1100480108>.
22. Best, J. Anthropogenic stresses on the world’s big rivers / J. Best // *Nature Geosci.* 2019. V. 12. – Pp.7–21. <https://doi.org/10.1038/s41561-018-0262-x>.
23. Spinoni, J. Global exposure of population and land-use to meteorological droughts under different warming levels and SSPs: a CORDEX-based study / J. Spinoni, P. Barbosa, E. Buchignani // *Int. J. Climatol.* – 2021. – V. 41. – Pp. 6825-6845. <https://doi.org/10.1002/joc.7302>.
24. Men, B. The Impact of Reservoirs on Runoff Under Climate Change: A Case of Nierji Reservoir in China / B. Men, H. Liu, W. Tian, Z. Wu, J. Hui// *Water.* – 2019. – V. 11. – Pp. 1005 1026 doi:10.3390/w11051005 www.mdpi.com/journal/water.
25. Droogers, P. Estimating reference evapotranspiration under inaccurate data conditions / P. Droogers, R.G. Allen // *Irrigation and Drainage Systems.* –2002. – V. 16. – Pp. 33–45.
26. Малинин В. Н. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. Учебник. СПб: РГГМУ. – 2008. – 408 с.

REFERENCES

1. Xia, Q.Q. Identifying Reservoirs and Estimating Evaporation Losses in a Large Arid Inland Basin in Northwestern China / Q.Q. Xia, Y.N. Chen, X.Q. Zhang, J.L. Ding, G.H. Lv // *Remote Sens.* – 2022. – V. 14. – Pp.1105 –1116. <https://doi.org/10.3390/rs14051105>.
2. Zhao, G. Automatic Correction of Contaminated Images for Assessment of Reservoir Surface Area Dynamics / G. Zhao, H. GAO // *Geophys. Res. Lett.* – 2018. – V. 45. – Pp. 6092–6099.
3. Konapala, G. Climate change will affect global water availability through compounding changes in seasonal precipitation and evaporation / G. Konapala, A.K. Mishra, Y. Wada, M.E. Mann // *Nat. Commun.* – 2020. – V. 11. – Pp.1–10.

4. Zhang, H. A remote sensing method for estimating regional reservoir area and evaporative loss / H. Zhang, S.M. Gorelick, P.V. Zimba, X.D. Zhang // *J. Hydrol.* – 2017. – V. 555. – Pp. 213–227.
5. Bozorgi, A. Comparison of methods for estimating loss from water storage by evaporation and impacts on reservoir management / A. Bozorgi, O. Bozorg-Haddad, S. Sima, H.A. Loaiciga // *Water Environ. J.* – 2021. – V. 35. – Pp. 218–228.
6. Mady, B. Distribution of small seasonal reservoirs in semi-arid regions and associated evaporative losses / B. Mady, P. Lehmann, S.M. Gorelick, D. Or // *Environ. Res. Commun.* – 2020. – V. 2.
7. Degu, A. M. The influence of large dams on surrounding climate and precipitation patterns / A. M. Degu, F. Hossain, D. Niyogi, R. Pielke, J. M. Shepherd, N. Voisin, T. Chronis // *Geophys. Res. Lett.* – 2011. – V. 38. doi:10.1029/2010GL046482.
8. Niyogi, D. Observational evidence that agricultural intensification and land use change may be reducing the Indian summer monsoon rainfall / D. Niyogi, C. M. Kishtawal, S. Tripathi, R. S. Govindaraju // *Water Resour. Res.* – 2010. – V. 46. doi:10.1029/2008WR007082.
9. Takata, K. S. Changes in the Asian monsoon climate during 1700–1850 induced by preindustrial cultivation / K.S. Takata, T. Yasunari // *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* – 2009. – V. 106. – Pp. 9586–9589. doi:10.1073/pnas.0807346106.
10. Avissar, R. Three-dimensional numerical study of shallow convective clouds and precipitation induced by land surface forcing / R. Avissar, Y. Liu // *J. Geophys. Res.* – 1996. – V. 101. – Pp. 7499–7518. doi:10.1029/95JD03031.
11. Cotton, W. R. *Human Impacts on Weather and Climate* / W.R. Cotton, R. A. Pielke // Cambridge Univ. Press. Cambridge, U. K. – 2007. – 330 p.
12. Pielke, R. Sr. Climate change: The need to consider human forcings besides greenhouse gases / R. Sr. Pielke, K. Beven, G.P. Brasseur // *Eos Trans. AGU.* – 2009. – V. 90(45). – Pp.409-415. doi:10.1029/2009EO450008.
13. Keeling, C.D. Climate change and carbon dioxide: An introduction / C.D. Keeling // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 1997. – V. 94. – Pp. 8273–9274. doi:10.1073/pnas.94.16.8273.
14. IPCC. *Climate Change 2013 /In: The Physical Science Basis.* T.F. Stocker (Ed). Cambridge Univ. Press. London. – 2013. – Pp. 1-1535.
15. Risser, M.D. Attributable human-induced changes in the likelihood and magnitude of the observed extreme precipitation during Hurricane Harvey / M.D. Risser, M.F. Wehner // *Geophys Res Lett.* – 2017. https://doi.org/10.1002/2017GL075888.
16. Van Oldenborgh, G.J. Attribution of extreme rainfall from Hurricane Harvey / G.L Van Oldenborgh, K. Van der Wiel, A. Sebastian, R. Singh, J. Arrighi, K.L.S. Haustein, G. Vecchi, H. Cullen // *Environ Res Lett.* – 2017. https://doi.org/10.1088/1748-9326/aaa343.
17. Williams, A.P. Large contribution from anthropogenic warming to an emerging North American mega drought / A.P. Williams, E.R. Cook, J.E. Smerdon, B.I. Cook, J.T. Abatzoglou, K. Bolles, S.H. Baek, A.M. Badger, B. Livneh // *Science.* – 2020. – V. 368. – Pp.314-318. https://doi:10.1126/science.aaz9600.
18. Almazroui, M. Projected change in temperature and precipitation over Africa from CMIP6 / M. Almazroui, F. Saeed, S. Saeed, M. Nazrul Islam, M. Ismail, N.A.B. Klutse, M.H. Siddiqui // *Earth. Syst. Environ.* – 2020. – V. 4. – Pp. 455-475. https://doi.org/10.1007/s41748-020-00161-x.
19. Foley, J.A. Global consequences of land use / J.A. Foley, R. Defries, G.P. Asner, C. Barford, G. Bonan, S.R. Carpenter, F.S. Chapin, M.T. Coe, G.C. Daily, H.K. Gibbs, J.H. Helkowski, T. Holloway, E.A. Howard, C.J. Kucharik, C. Monfreda, J.A. Patz, I.C. Prentice, N. Ramankutty, P.K. Snyder // *Science.* – 2005. – V. 309. – Pp. 570-574. https://doi:10.1126/science.1111772.
20. Tucker, M.A. Moving in the Anthropocene: Global reductions in terrestrial mammalian movements / M.A. Tucker, K. Böhning-Gaese, W.F. Fagan, J.M. Fryxell // *Science.* – 2018. – V. 359. – Pp.466-469. https://doi: 10.1126/science.aam9712.
21. Lambin, E. Global land use change, economic globalization, and the looming land scarcity / E. Lambin, P. Meyfroidt // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – 2011. – V. 108. – Pp. 3465-3472. https://doi.org/10.1073/pnas.1100480108.
22. Best, J. Anthropogenic stresses on the world's big rivers / J. Best // *Nature Geosci.* 2019. V. 12. – Pp.7–21. https://doi.org/10.1038/s41561-018-0262-x.
23. Spinoni, J. Global exposure of population and land-use to meteorological droughts under different warming levels and SSPs: a CORDEX-based study / J. Spinoni, P. Barbosa, E. Buchignani // *Int. J. Climatol.* – 2021. – V. 41. – Pp.6825-6845. https://doi.org/10.1002/joc.7302.
24. Men, B. The Impact of Reservoirs on Runoff Under Climate Change: A Case of Nierji Reservoir in China / B. Men, H. Liu, W. Tian, Z. Wu, J. Hui // *Water.* – 2019. – V. 11. – Pp. 1005 1026 doi:10.3390/w11051005 www.mdpi.com/journal/water.

25. Droogers, P. Estimating reference evapotranspiration under inaccurate data conditions / P. Droogers, R.G. Allen // Irrigation and Drainage Systems. –2002. – V. 16. – Pp. 33–45.

26. Malinin V. N. Statistical methods for analyzing hydrometeorological information. Textbook. SPb: RGGMU. – 2008. – 408 p.

ТАҲЛИЛИ МУҚОИСАВИИ ХУСУСИЯТҲОИ МЕТЕОРОЛОГИИ ҲУДУДИ СОҲИЛИИ ОБАНБОРҲОИ ВОДИГӢ ВА КӢҲӢ

Дар мақола натиҷаҳои муқоисавии дараҷаи таъсири обанборҳои водигии Қайроққум ва кӯҳии Норақ дар Тоҷикистон ба ташаккули микроиқлими минтақаҳои соҳилии оварда шудааст. Муқаррар карда шудааст, ки барои солҳои 1960 — 2015 дар ноҳияҳои соҳилии обанбори Қайроққум миқдори боришоти атмосферӣ наздик ба 2,5 баробар ва дар ноҳияҳои соҳилии обанбори Норақ бештар аз як маротиба афзудааст. Муайян карда шуд, ки афзоиши боришот ба кам шудани равандҳои бухоршавӣ мусоидат мекунад. Радиуси таъсири обанборҳои водигӣ ва кӯҳӣ хурд буда, на бештар аз 10 км-ро ташкил медиҳанд. Барои арзёбии динамикаи тағирёбии ҳарорат ва боришот дар минтақаҳои соҳилии обанбори Қайроққум муқоисаи маълумотҳои метеорологӣ барои солҳои 1961 ва 2015 гузаронида шуд. Тамоюли баланд шудани ҳарорати ноҳияҳои соҳилии обанбори Қайроққум баъди сохтмони обанбор муқаррар карда шуд. Дар ноҳияҳои соҳилии обанбори Норақ манзараи тамоман дигари тағйир ёфтани ҳарорати миёнаи солона мушоҳида гардид. Ҳарорати миёнаи солонаи минтақаҳои назди обанбор дар соли 2010 нисбат ба соли 1985 ба миқдори 0,5°C пасттар қайд гардид.

Калидвожаҳо: обанбори Қайроққум, обанбори Норақ, боришот, ҳарорат, минтақаҳои соҳилии

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИБРЕЖНЫХ К ДОЛИННЫМ И ГОРНЫМ ВОДОХРАНИЛИЩАМ ТЕРРИТОРИЙ

В статье представлены результаты сравнения степени влияния долинного Кайраккумского и горного Нурекского водохранилищ в Таджикистане на формирование микроклимата прибрежных территорий. Установлено, что за период 1960 – 2015 гг. в прибрежных территориях Кайраккумского водохранилища около 2,5 раза увеличилось количество атмосферных осадков, а в прибрежных территориях Нурекского водохранилища чуть более одного раза. Увеличение атмосферных осадков способствовало уменьшению процессов эвапотранспирации. Обнаружено, что радиус влияния как долинных, так и горных водохранилищ небольшое и составляет не более 10 км. Для оценки динамики изменения температуры и атмосферных осадков в прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу проводились сравнение метеорологических данных за 1961 и 2015 годы. Обнаружено возрастающая тенденция температуры прибрежных к Кайраккумскому водохранилищу территорий после возведения водохранилища. Совершенно иная картина изменения среднегодовой температуры было обнаружено в прибрежных к Нурекскому водохранилищу территорий. среднегодовая температура прибрежных к водохранилищу территорий в 2010 году ниже на 0,5°C чем в 1985 году.

Ключевые слова: Кайраккумское водохранилище, Нурекское водохранилище, атмосферные осадки, температура, прибрежные территории

COMPARATIVE ANALYSIS OF METEOROLOGICAL CHARACTERISTICS OF COASTAL TERRITORIES OF VALLEY AND MOUNTAIN RESERVOIRS

The comparison results of the degree of influence of the valley Kairakkum and mountain Nurek reservoirs in Tajikistan on the formation of the microclimate of coastal areas is presented. For the period 1960 – 2015, in the Kairakkum reservoir coastal areas, the amount of atmospheric precipitation increased about 2.5 times, and a little more than once in the coastal areas of the Nurek reservoir. The precipitation increases contributed to a decrease in evapotranspiration processes. The radius of influence of valley and mountain reservoirs is small and amounts to no more than 10 km. The dynamics of temperature and precipitation in the coastal areas of the Kairakkum reservoir was identified by comparison of meteorological data for 1961 and 2015. The construction of the Kairakkum reservoir contributing to increase of the coastal areas temperature. The average annual temperature of the around territories of the Nurek reservoir in 2010 was 0.5°C lower than in 1985.

Keywords: Kairakkum reservoir, Nurek reservoir, precipitation, temperature, coastal areas

Маълумот дар бораи муаллиф: Ҳочибоева Мушараф Ҳакимҷоновна – Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи Б. Ғафуров, муаллими калон. **Суроға:** 735700, ш. Хучанд, гузаргоҳи Мавлонбеков 1. **E-mail:** zar.rakhimov@mail.ru

Норматов Ином Шерович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, доктори илмҳои химия, профессор, узви вобастаи АМИТ, мудири кафедраи метеорология ва климатология. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992)934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Сабурова Гурдофарид Нақимовна – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, унвонҷӯи кафедраи экологияи факултети биология. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com

Мўминов Абулқосим Оманқулович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои ҷуғрофӣ, дотсенти кафедраи метеорология ва климатологияи факултети физика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 935250086. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru.

Авази Мирзо - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, муаллими калони кафедраи усули таълими физикаи факултети физика. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

Сведения об авторах: Ходжибоева Мушараф Хақимджановна - Худжандский государственный университет им. Б. Гафурова, старший преподаватель. **Адрес:** 735700, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова, 1. **E-mail:** zar.rakhimov@mail.ru

Норматов Ином Шерович – Таджикский национальный университет, доктор химических наук, профессор, член-корреспондент НАНТ, заведующий кафедрой метеорологии и климатологии. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Сабурова Гурдофарид Нақимовна – Таджикский национальный университет, соискатель кафедры экологии биологического факультета. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com

Муминов Абулқосим Оманқулович–Таджикский национальный университет, кандидат географических наук, доцент кафедры метеорологии и климатологии физического факультета. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 93 525 00 86. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru

Авази Мирзо – Таджикский национальный университет, старший преподаватель кафедры методики преподавания физики физического факультета. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

Information about the authors: Khodjiboeva Musharaf Hakimjanovna - Khujand State University named after B. Gafurov, senior teacher. **Address:** 735700, Khujand, Mavlonbekov passage, 1. **E-mail:** zar.rakhimov@mail.ru

Normatov Inom Sherovich – Tajik National University, Doctor of Chemical Sciences, Corresponding Member of NAST, Head of the Department of Meteorology and Climatology. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 934450757. **E-mail:** inomnor@mail.ru

Saburova Gurdofarid Naqimovna - Tajik National University, Ecology Department Applicant of Biology Faculty. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 880800242. **E-mail:** umarova52@gmail.com

Muminov Abulkosim Omanqulovich- Tajik National University, Candidate of Geographical Sciences, assistant professor of the Department of Meteorology and Climatology, Faculty of Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 93 525 00 86. **E-mail:** abulkosim86@mail.ru.

Avazi Mirzo - Tajik National University, Senior lecturer at the Department of Methods of Teaching Physics, Faculty of Physics. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 888995222. **E-mail:** 03-01-90@mail.ru

ХИМИЯ

УДК: 579.64

БИОЛОГИЧЕСКАЯ УТИЛИЗАЦИЯ ДРЕВЕСНЫХ ОТХОДОВ С ПОМОЩЬЮ ШТАММОВ ГРИБА *PLEUROTUS OSTREATUS*

Мягкова¹ А.С., Песцов¹ Г.В., Третьякова¹ А.В., Воронцов^{2,1} В.С.,
Прокудина¹ О.В., Каримов³ М.Б., Мухторов¹ Л.Г.

¹Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого,
2Музей-усадьба Л.Н. Толстого «Ясная поляна»

³Филиал Национального исследовательского технологического университета
«МИСиС»

Грибы и деревья тысячелетиями делят совместную территорию, выполняют большое количество жизненно важных функций. На примере лесных биоценозов мы наблюдаем сопряженную эволюцию грибов и деревьев. Состояние здоровья деревьев зависит от того, насколько стабилен лес как экосистема. Температура, влажность и освещенность не должны резко меняться, ведь у деревьев очень медленная скорость реакции на изменение параметров окружающей среды. Поврежденные деревья и мертвая древесина обычно подвергаются биологическому разложению при помощи грибов-биодеструкторов. Их значение трудно переоценить, так как грибы утилизируют растительные остатки и помогают сохранять леса [8, с. 3]. Аналогичные процессы происходят в парковых зонах и заповедниках, где, в результате деятельности человека, или естественных факторов, часто получается избыток древесных отходов, которые надо утилизировать.

Эти отходы можно утилизировать разными способами, но чаще всего используют сжигание и складирование, что отрицательно влияет на окружающую среду.

Существует экологически безопасный способ разложения древесины, благодаря которому можно эффективно утилизировать древесные отходы и получить дополнительные продукты в виде плодовых тел съедобных грибов и органического удобрения.

Цель нашего исследования - изучить влияние штаммов гриба-биодеструктора *Pleurotus ostreatus* на древесные отходы, которые образуются в результате естественных процессов и хозяйственной деятельности в природном заповеднике Музей-усадьба Л.Н. Толстого «Ясная поляна».

Грибы-биодеструкторы оказывают большое влияние на древесные насаждения. Они являются организмами, разрушающими отходы различного происхождения. Этот процесс называется биологической деструкцией. Биодеструкция представляет собой совокупность разрушающих органический материал (органические отходы растительного или животного происхождения) химических и физических процессов, вызванных действием различных организмов [9, с. 424].

Такие организмы называются биодеструкторами или биологическими агентами. При утилизации древесных отходов биодеструкторами могут быть грибы, бактерии, насекомые и др. Эти организмы в своем жизненном цикле в качестве питания используют отмершие части растений, содержащие большое количество целлюлозы и лигнина [6, с. 11].

Наибольшее воздействие на древесные отходы оказывают грибы. Они способны активно синтезировать внеклеточные ферменты: лигнинпероксидазы, многофункциональные пероксидазы, лакказы, которые обладают широкой субстратной специфичностью, благодаря чему и происходит биологическая деструкция [16, с. 8791; 5, с. 619].

Грибы-биодеструкторы – это грибы, относящиеся к группе сапрофитов, которые поселяются и развиваются на различных органических отходах. К таким грибам относятся виды как имеющие плодовые тела, которые часто можно употреблять в пищу, так и не имеющие плодовых тел. Среди съедобных грибов-биодеструкторов стоит выделить вешенку обыкновенную (*Pleurotus ostreatus*) [7, с. 6].

Вешенка обыкновенная – *Pleurotus ostreatus* (Fr.) Kumm является представителем рода *Pleurotus*, класса *Basidiomycetes*, отдела *Mycophyta*, царства *Fungi* [1, с. 148]. Преимуществами вида *P. ostreatus* перед другими культивируемыми грибами являются высокая скорость роста мицелия, и значительная конкурентоспособность по отношению к сапрофитной микрофлоре и фитопатогенным организмам, способность утилизировать разнообразные растительные отходы сельского хозяйства и лесоперерабатывающей промышленности [15, с. 425; 14, с. 1321]. Также имеет значение относительная простота технологии выращивания мицелия и плодовых тел, исключая длительный процесс подготовки субстрата, возможность использования отработанного субстрата после сбора грибов в качестве удобрения или корма для сельскохозяйственных животных. Вешенка обыкновенная устойчива к бактериальным, грибным и вирусным болезням, она способна без ухудшения внешнего вида и качества переносить длительное хранение и транспортировку, обладает приятным запахом, высокими вкусовыми и питательными свойствами плодовых тел, отличается простотой кулинарной обработки и технологической переработки [2, с. 312].

Плодовые тела образуют черепицеобразный ряд друг над другом без какой-либо уловимой закономерности, от нескольких до 30 экземпляров. На внешний вид плодовых тел и характер их роста значительное влияние оказывает состав, плотность и влажность субстрата. Если субстрат питательный, рыхлый, влажный, то грибы образуют плотное основание, от которого пучком отходят сравнительно длинные, расширяющиеся кверху ножки. Когда грибы произрастают на плотном, слабо увлажнённом субстрате, они образуют единичные плодовые тела или чаще всего большие сростки с черепицеобразным расположением шляпок.

Шляпка вешенки обыкновенной имеет диаметр от 5 до 18 см, выпуклая, неправильно округлая, гладкая, голая, волокнистая, иногда с беловатым мицелиальным налетом, в начале развития светло- или темноокрашенная, окраска плодового тела зависит от штамма и освещения. Пластинки гименофора белые или беловатые, ровные, тесно расположенные, избегающие на ножку. У многих экземпляров, особенно выросших в условиях хорошей обеспеченности водой, в основании пластинок часто наблюдаются соединения [3, с. 144].

Ножка вешенки обыкновенной имеет длину от 2 до 8 см, ширину от 2 до 3 см, эксцентрическая, белая, плотная, в основании часто волокнистая. Наряду с грибами, имеющими хорошо развитую сравнительно длинную ножку, часто встречаются экземпляры с боковой еле заметной ножкой, а иногда она вовсе отсутствует. Вероятно, это свидетельствует об адаптации данного гриба к конкретным условиям произрастания. Мякоть плодового тела вешенки белая, при самоокислении не изменяется, сочная, мягкая, с возрастом становится немного жестковатой и волокнистой, а в ножке даже пробковидной [10, с. 264].

В естественной среде основным субстратом для роста гриба *P. ostreatus* служат листовые древесные растения, реже хвойные [17, с. 301]. В природе вешенку чаще всего можно встретить на пнях, ослабленных и мертвых деревьях, бревнах и прочей древесине. Для нормального роста и развития гриба *P. ostreatus* важен как субстрат, так и условия окружающей среды. Для роста мицелия оптимальная температура воздуха находится в пределах 22-27°C. Если температура выше или ниже, рост мицелия

замедляется, в противном случае прекращается. Для образования и роста плодовых тел оптимальная температура воздуха около 13-16°C [11, с. 8].

Особенность вида *P. ostreatus*, в отличие от других базидиомицетов, является его способность к переносу низких температур. При неблагоприятных условиях образовавшиеся плодовые тела твердеют и останавливаются в развитии. При потеплении плодовые тела продолжают свой рост. *P. ostreatus* растет только в светлых местах, это светолюбивый гриб. Также во время плодоношения вешенки необходима активная аэрация, так как этот вид нуждается в большом количестве кислорода, также имеет важное значение рН субстрата. Оптимальным является рН среды около 5,2-6,8 [4, с. 71].

Плодовые тела вида *P. ostreatus* содержит большое количество питательных веществ. Плодовые тела содержат углеводы, около 25% на сухую массу, 20-40% белков, биомасса гриба хорошо сбалансирована по аминокислотному составу и богата различными липидами. В состав вешенки входят фосфолипиды и гликолипиды.

Минеральный состав плодовых тел также очень разнообразен. Минеральные элементы играют важную структурную и функциональную роль. Для роста гриба необходимо железо и медь, которые входят в состав ферментов [12, с. 80; 18, с. 66]. Цинк необходим для регуляции работы ферментов. Помимо минеральных элементов, в плодовых телах вешенки обыкновенной содержится большое количество витаминов. Витамины входят в состав коферментов. Витамины группы В необходимы для роста плодовых тел и участвуют в углеводном обмене и построении белков. Таким образом, можно сделать вывод, что *P. ostreatus* является очень ценным питательным продуктом и содержит в себе ряд значимых биологических компонентов [13, с. 276].

При выращивании вешенки обыкновенной в искусственных условиях используют субстраты различного состава, содержащие целлюлозу и органические добавки (отруби, комбикорм, зерно злаков, пивную дробину и др.). Одной из перспективных добавок является зоогумус, который представляет собой продукт жизнедеятельности насекомого *Hermetia illucens*. Зоогумус состоит из остатков непереваренного кормового субстрата и внешнего хитинового покрова насекомого, экскрементов и специфической микрофлоры. Основные питательные вещества зоогумуса находятся в виде различных гуминовых соединений, содержат в себе необходимые макро- и микроэлементы.

Исследование проводили в 2022-2023 годах в микробиологической лаборатории центра технологического превосходства «Передовые химические и биотехнологии» Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого и в природном заповеднике Музее-усадьбе Л.Н. Толстого «Ясная поляна». Для изучения роста мицелия использовали штамм *Pleurotus ostreatus* 135 (ВКПМ F-813) и штамм *Pleurotus ostreatus* 813 (ВКПМ: F-276) из Всероссийской коллекции промышленных микроорганизмов НИЦ «Курчатовский институт».

Для изучения роста мицелия использовали субстраты различного состава. Было подобрано 5 видов питательных субстратов. В качестве экспериментальных субстратов использовали субстрат на основе древесных опилок следующих пород деревьев: березы (Б), тополя (Т), осины (Ос), а также субстрат на основе смеси в равных долях древесных опилок этих трех видов деревьев (СМ). Для увеличения питательной ценности данным субстратам в добавляли 25% сухой массы зоогумуса (ЗГ). В качестве контроля использовали солому пшеницы (СП). Замеры линейного роста мицелия проводили на 3, 5, 7 сутки. Повторность опыта восьмикратная.

Результаты изучения роста мицелия штамма гриба *Pleurotus ostreatus* 135 на различных питательных субстратах приведены в таблице 1.

Таблица 1. Изучение скорости роста мицелия гриба *Pleurotus ostreatus* 135 на различных питательных субстратах

Чадвали 1. Омӯзиши суръати афзоиши мицелияи занбӯруғ *Pleurotus ostreatus* 135 дар субстратҳои гуногуни ғизоӣ

Table 1. Study of the growth rate of the mycelium of the fungus *Pleurotus ostreatus* 135 on various nutrient substrates

Питательный субстрат	3 сутки, мм	5 сутки, мм	7 сутки, мм	%, к контролю
Солома	14,5±1,39	40,2±3,85	61,4±5,93	100%
О(СМ)+3Г 25%	24,2±2,13	48,4±4,65	74,2±7,10	121%
О(ОС)+3Г 25%	15,7±1,14	41,2±4,20	66,3±6,51	108%
О(Т)+3Г 25%	26,5±2,43	49,1±4,72	71,2±6,90	116%
О(Б)+3Г 25%	24,0±2,35	48,2±4,60	70,6±6,73	115%

По результатам таблицы можно сделать вывод, что для выращивания мицелия штамма *Pleurotus ostreatus* 135 больше подходит субстрат на основе смеси опилок трех видов деревьев с добавлением 25% зоогумуса. Скорость роста мицелия в этом варианте была на 21% выше, чем в контроле. Также хороший рост наблюдали на субстратах в вариантах на основе опилок березы и тополя, соответствующие показатели были выше, чем в контроле на 15% и 16% соответственно. Медленнее всего рост мицелия наблюдался на опилках осины. Данный показатель указывает на то, что субстрат на основе опилок осины обладает более плотной структурой, поэтому мицелий медленно растет и развивается.

Результаты изучения роста мицелия гриба *Pleurotus ostreatus* 813 на различных питательных субстратах приведены в таблице 2.

Таблица 2. Изучение скорости роста мицелия гриба *Pleurotus ostreatus* 813 на различных питательных субстратах

Чадвали 2. Омӯзиши суръати афзоиши мицелияи занбӯруғ *Pleurotus ostreatus* 813 дар субстратҳои гуногуни ғизоӣ

Table 2. Study of the growth rate of the mycelium of the fungus *Pleurotus ostreatus* 813 on various nutrient substrates

Питательный субстрат	3 сутки, мм	5 сутки, мм	7 сутки, мм	%, к контролю
Солома	25,3 ± 2,25	52,2 ± 4,83	61,7±4,20	100%
О(СМ)+3Г 25%	32,1 ± 2,65	53,8 ± 4,03	75,2 ± 5,36	122%
О(ОС)+3Г 25%	16,5±1,15	43,1±3,95	65,4±5,30	106%
О(Б) +3Г 25%	20,1±1,15	45,0±3,50	70,5±5,42	114%

	О(Т)+ЗГ 25%	21,7±1,48	50,1±4,90	72,8±6,11	118%
--	----------------	-----------	-----------	-----------	------

В результате исследования удалось установить, что для роста и развития штамма *Pleurotus ostreatus* 813 более эффективен субстрат на основе смеси опилок трех видов деревьев с добавлением 25% зоогумуса. Рост мицелия в данном варианте был на 22% выше, чем в контроле. Также хороший рост мицелия отмечали в вариантах на основе субстратов из опилок тополя и опилок березы. Скорость роста мицелия была выше, чем в контроле на 18% и 14% соответственно. На субстрате из основы опилок осины наблюдали замедленный рост, который превосходил рост мицелия в контроле всего на 6%.

По итогам проведенного исследования на субстратах можно сделать вывод, что штамм *Pleurotus ostreatus* 813 растет и колонизирует субстрат несколько быстрее, чем штамм *Pleurotus ostreatus* 135, а добавка из 25% зоогумуса значительно повышает питательную ценность субстрата и способствует более быстрому росту и развитию мицелия.

Далее проводили изучение утилизации древесных отходов с помощью штаммов гриба-биодеструктора вешенки обыкновенной на территории природного заповедника Музея-усадьбы Л.Н. Толстого «Ясная поляна».

Исследование по утилизации древесных отходов с помощью гриба-биодеструктора *Pleurotus ostreatus* проводили в теплице музея-заповедника. Объектом изучения была древесина березы обыкновенной (*Betula alba*), дуба черешчатого (*Quercus robur*), осины обыкновенной (*Populus tremula*) и тополя белого (*Populus alba*).

Музей-заповедник «Ясная поляна» находится в Тульской области, в районе города Щекино. На территории музея-заповедника имеется крупная лесная экосистема, которая отличается своим разнообразием. В результате естественных процессов и хозяйственной деятельности человека на данной территории ежегодно образуется большое количество древесных отходов, которые необходимо утилизировать. Также в музее-заповеднике есть траншейные теплицы для выращивания растений в течение всего года. Теплицы представляют собой строение с капитальными стенами, заглубленные до глубины промерзания грунта. В одной из таких теплиц была заложена экспериментальная площадка для проведения исследования по деструкции древесины грибами.

При проведении исследования деструкции древесины штаммами гриба-биодеструктора *Pleurotus ostreatus* была применена стандартная методика инокуляции древесины мицелием. Сначала подготовили древесные отрубки, высотой 50 см и диаметром 25-30 см. Затем в отрубках делали отверстия диаметром 1,5 см и глубиной 15 см, в которые помещали мицелий гриба *P. ostreatus*. Исследования проводили в восьмикратной повторности.

Результаты изучения биодеструкции приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3. Исследования основных этапов деструкции древесины мицелия гриба *Pleurotus ostreatus* 135

Чадвали 3. Тадқиқоти марҳилаҳои асосии вайроншавии ҷӯби мицелияи занбӯри *Pleurotus ostreatus* 135

Table 3. Studies of the main stages of destruction of wood mycelium of the fungus *Pleurotus ostreatus* 135

	Вид дерева	Полное заращивание отрубка, сутки	Образование примордиев, сутки	Появление плодовых тел, сутки	Масса плодовых тел, кг
	Береза обыкновенная	68,6±5,21	81,7±5,21	110,1±9,11	1,1±0,12

	Дуб черешчатый	77,6±7,18	87,5±5,18	118,6±10,56	0,95±0,10
	Осина обыкновенная	76,6±7,14	87,3±5,71	116,6±10,45	0,8±0,08
	Тополь белый	69,8±6,56	83,8±5,11	115,1±11,02	1,0± 0,09

По результатам исследования можно сказать, что на древесине березы и тополя штамм гриба *Pleurotus ostreatus* 135 развивался более активно, зарастание отрубков происходило быстрее, чем на отрубках других видов деревьев. Быстрый рост на древесине этих видов деревьев обусловлен более мягкой структурой древесины, развитие мицелия и образование плодовых тел также происходило быстрее. Более медленное развитие мицелия отмечали на древесине осины и дуба, так как у данных видов деревьев более плотная структура древесины, поэтому зарастание мицелием и образование плодовых тел требует больше времени.

Таблица 4. Исследования основных этапов деструкции древесины мицелия гриба *Pleurotus ostreatus* 813

Чадвали 4. Тадқиқоти марҳилаҳои асосии вайроншавии чӯби мицелияи занбӯри *Pleurotus ostreatus* 813

Table 4. Studies of the main stages of destruction of wood mycelium of the fungus *Pleurotus ostreatus* 813

Вид дерева	Полное заращивание отрубка, сутки	Образование примордиев, сутки	Появление плодовых тел, сутки	Масса плодовых тел, кг
Береза обыкновенная	60,9±5,73	80,3±6,09	107,6±10,12	1,4±0,12
Дуб черешчатый	72,3±5,39	87,6±6,12	114,1±12,31	1,1±0,10
Осина обыкновенная	72,1±5,14	87,3±5,39	113,8±13,79	1,2±0,12
Тополь белый	64,7±5,74	81,3±5,73	108,5±12,68	1,3±0,12

Полученные результаты показывают, что наилучший рост штамма гриба *Pleurotus ostreatus* 813 наблюдали в вариантах с использованием древесины березы и тополя, а медленнее на отрубках осины и дуба. Эти данные вполне соответствуют данным таблицы 3. Наблюдается аналогичная закономерность, что скорость зарастания и деструкции древесины зависит от ее качества и плотности. Колонизация древесины также зависит от характеристик штамма биодеструктора. В условиях наших экспериментов эти показатели были выше штамма *Pleurotus ostreatus* 813, поэтому имеет смысл вести селекционную работу по адаптации штаммов к определенным видам древесины.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минпросвещения России: «Биотехнологическая утилизация органических отходов с использованием различных групп макро- и микроорганизмов и получение новых продуктов с заданными свойствами».

ЛИТЕРАТУРА

1. Биология и культивирование съедобных грибов рода вешенка // Бисько Н.А., Дудка И.А. – Киев: Наук. думка, 1987. – 148 с.
2. Бисько Н.А. и др. // Высшие съедобные базидиомицеты в поверхностной и глубоководной культуре. Киев: Наукова думка, 1983. – 312 с.
3. Бухало А.С. // МВысшие съедобные базидиомицеты в чистой культуре. – Киев: Наукова думка, 1988. – 144 с.

4. Дудка И.А., Билай В.Т., Бисько И.А. и др. Методические рекомендации по промышленному культивированию съедобных грибов. – Киев, 1987. – 71 с.
5. Н.А. Куликова // Использование базидиальных грибов в технологиях переработки и утилизации техногенных отходов: фундаментальные и прикладные аспекты». – 619 с.
6. Карамова Н.С. // Методы исследования и оценки биоповреждений, вызываемых микроорганизмами». – С.11.
7. Адамжанова Ж.А. Микология. Учебное пособие для студентов лесохозяйственных специальностей». – С. 6.
8. Петер Вольлебен // Тайная жизнь деревьев. – С.3.
9. Кузнецов А.Е. // Прикладная экобиотехнология». – С. 424-425.
10. Промышленное культивирование съедобных грибов // Под общ. ред. А. Дудки. – Киев: Наук, думка, 1978. – 264 с.
11. Сивочуб О.А., // Белова Н.В. Банк культур базидиомицетов как основа грибоводства II Промышленное культивирование съедобных грибов. Сб. тезисов IV Совещания. – Донецк, 1993. – С.8.
12. Соломко Э.Ф. // Физиолого-биохимические свойства и биосинтетическая активность высшего базидиального гриба *Pleurotus ostreatus* (Fr) Kumm. в глубинной культуре: дис. д-ра биол. наук / Э.Ф. Соломко. – Киев, 1992. – С. 80-87.
13. Сычев, П.А. Экофизиология высших грибов / П.А. Сычев. – Донецк: Кассиопея, 2000. – С. 276.
14. Cultivation of *Pleurotus ostreatus* and other edible mushrooms // Carmen Sánchez, 2009. – Pp.1321-1337.
15. M. Bonatti, P. Karnopp, H.M. Soares, S.A. Furlan // Evaluation of *Pleurotus ostreatus* and *Pleurotus sajor-caju* nutritional characteristics when cultivated in different lignocellulosic wastes 2004. – Pp. 425-428.
16. Qi An, Xue-Jun Wu, Mei-Ling Han, Bao-Kai Cui, Shuang-Hui He, Yu-Cheng Dai, and Jing Si // Sequential Solid-State and Submerged Cultivation of the White Rot Fungus *Pleurotus ostreatus* on Biomass and the Activity of Lignocellulolytic Enzymes // – Pp. 8791-8805.
17. Ümit Cafer Yildiz, Engin Derya Gezer, Ali Temiz Sibel // Some lignocellulosic wastes used as raw material in cultivation of the *Pleurotus ostreatus* Author links open overlay panel, Volume 38, Issue 3, November 2002. – Pp. 301-306.
18. Shyam Sopanrao Patil, Syed Abrar Ahmed, Suresh Manoharrao Telang, Mirza Mushtaq Vaseem Balg // The nutritional value of *Pleurotus ostreatus* (jacq.:fr.) Kumm cultivated on different lignocellulosic agro-wastes. – Pp.66-76.

REFERENCES

1. Biology and cultivation of edible mushrooms of the oyster mushroom genus / Bisko N.A., Dudka I.A. - Kyiv: Nauk. Dumka, 1987. – 148 p.
2. Bisko H.A. et al. Higher edible basidiomycetes in surface and deep culture. – Kiev: Naukova dumka, 1983. – 312 p.
3. Bukhalo A.C. Higher edible basidiomycetes in pure culture. – Kiev: Naukova dumka, 1988. – 144 p.
4. Dudka I.A., Bilai V.T., Bisko I.A., etc. / Methodological recommendations for the industrial cultivation of edible mushrooms. – Kiev, 1987. – 71 p.
5. The use of basidial fungi in technologies of processing and utilization of technogenic waste: fundamental and applied aspects", N.A. Kulikova. – 619 p.
6. Methods of investigation and evaluation of biological damage caused by microorganisms", Karamova N.S. – P.11.
7. Mycology. Textbook for students of forestry specialties", J. A. Adamzhanova. – P. 6.
8. Peter Volleben / The secret life of trees. – P. 3.
9. Applied ecobiotechnology", A.E. Kuznetsov. – P. 424-425.
10. Industrial cultivation of edible mushrooms / Under the general editorship of A. Dudka. – Kiev: Nauk, dumka, 1978. – 264 p.
11. Sivochub O.A., Belova N.V. Culture bank of basidiomycetes as the basis of mushroom farming II Industrial cultivation of edible mushrooms. Collection of theses of the IV Meeting. – Donetsk, 1993. – 8 p.
12. Solomko E.F. Physiological and biochemical properties and biosynthetic activity of the higher basidial fungus *Pleurotus ostreatus* (Fr) Kumm. In deep culture: dissertation of the Doctor of Biological Sciences / E.F. Solomko. – Kiev, 1992. – Pp. 80-87.
13. Sychev, P.A. Ecophysiology of higher fungi / P.A. Sychev. – Donetsk: Cassiopeia, 2000. – 276 p.

14. Cultivation of *Pleurotus ostreatus* and other edible mushrooms / Carmen Sánchez, 2009. – Pp. 1321-1337.
15. Evaluation of *Pleurotus ostreatus* and *Pleurotus sajor-caju* nutritional characteristics when cultivated in different lignocellulosic wastes / M. Bonatti, P. Karnopp, H.M. Soares, S.A. Furlan, 2004 г. – Pp. 425-428
16. Sequential Solid-State and Submerged Cultivation of the White Rot Fungus *Pleurotus ostreatus* on Biomass and the Activity of Lignocellulolytic Enzymes / Qi An, Xue-Jun Wu, Mei-Ling Han, Bao-Kai Cui, Shuang-Hui He, Yu-Cheng Dai, and Jing Si. – Pp. 8791-8805.
17. Some lignocellulosic wastes used as raw material in cultivation of the *Pleurotus ostreatus* / Sibel Author links open overlay panel, Ümit Cafer Yildiz, Engin Derya Gezer, Ali Temiz, Volume 38, Issue 3, November 2002. – Pp. 301-306.
18. The nutritional value of *Pleurotus ostreatus* (jacq.:fr.) Kumm cultivated on different lignocellulosic agro-wastes / Shyam Sopanrao PATIL, Syed Abrar AHMED, Suresh Manoharrao TELANG, Mirza Mushtaq Vaseem BAIG. – Pp. 66-76.

ИСТИФОДАИ БИОЛОГИИ ПАРТОВҲОИ ЧЌБ БО ШТАМҲОИ ЗАНБЌРУҒИ *PLEUROTUS OSTREATUS*

Навъи *Pleurotus ostreatus* (занбўруғи маъмулӣ) ҷузъи муҳимми биосенозҳои ҷангал мебошад. Занбўруғ ба гурӯҳи сапрофитҳо тааллуқ дорад, ки ба таҷзияи партовҳои гуногуни растанӣ, аз ҷумла ҳезумҳо мусоидат мекунад. Парвариши занбўруғҳо бо технологияи нисбатан содаи парвариш фарқ мекунад. Ҳангоми паҳн кардани мицелий, маводи ғизой ва субстратҳои таркибҳои гуногун истифода мешаванд. *Zoohumus*, маҳсули коркарди партовҳои органикӣ аз ҷониби кирми ҳашароти *Hermetia illucens*, метавонад ҳамчун илова ба субстратҳои истифода шавад. Баргариши навъҳои *P. ostreatus* нисбат ба дигар занбўруғҳои кишт ин суръати баланди афзоиши миселий, рақобатпазирии назаррас нисбат ба микрофлораи хориҷӣ ва организмҳои фитопатогенӣ ва қобилияти истифода бурдани партовҳои гуногуни растанӣ дар соҳаи кишоварзӣ ва саноати коркарди чўб мебошад. Бадани меваи занбўруғи оyster дорои таъми хуб ва арзиши баланди ғизой буда, миқдори зиёди сафедаҳо, карбогидратҳо, липидҳо, витаминҳо ва минералҳо доранд.

Калидвожаҳо: *Pleurotus ostreatus*, *Hermetia illucens*, мицелий, партовҳои ҳезум, субстратҳо, зоохумус.

БИОЛОГИЧЕСКАЯ УТИЛИЗАЦИЯ ДРЕВЕСНЫХ ОТХОДОВ С ПОМОЩЬЮ ШТАММОВ ГРИБА *PLEUROTUS OSTREATUS*

Вид *Pleurotus ostreatus* (вешенка обыкновенная) является важным компонентом лесных биоценозов. Гриб относится к группе сапрофитов, способствующих разложению разнообразных растительных отходов, в том числе и мертвой древесины. Культивирование гриба отличается относительно простой технологией выращивания. При размножении мицелия используются питательные среды и субстраты различного состава. В качестве добавки к субстратам можно применять зоогумус – продукт переработки органических отходов личинками насекомого *Hermetia illucens*. Преимуществами вида *P. ostreatus* перед другими культивируемыми грибами являются высокая скорость роста мицелия, значительная конкурентоспособность по отношению к посторонней микрофлоре и фитопатогенным организмам, способность утилизировать разнообразные растительные отходы сельского хозяйства и лесоперерабатывающей промышленности. Плодовые тела вешенки обыкновенной имеют хорошие вкусовые качества и высокую пищевую ценность, они содержат большое количество белка, углеводов, липидов, витаминов и минеральных веществ.

Ключевые слова: *Pleurotus ostreatus*, *Hermetia illucens*, мицелий, древесные отходы, субстраты, зоогумус.

BIOLOGICAL UTILIZATION OF WOOD WASTE WITH THE HELP OF *PLEUROTUS OSTREATUS* MUSHROOMS

Pleurotus ostreatus (oyster mushroom) is an important component of forest biocenoses. The fungus belongs to the group of saprophytes that contribute to the decomposition of various plant wastes, including dead wood. Cultivation of the fungus distinguished by a relatively simple cultivation technology. When propagating mycelium, nutrient media and substrates of various compositions are used. *Zoohumus*, a product of the processing of organic waste by the larvae of the insect *Hermetia illucens*, used to as an additive to the substrates. The advantages of the *P. ostreatus* species over other cultivated fungi are the high growth rate of mycelium, significant competitiveness with respect to foreign microflora and phytopathogenic organisms, and the ability to utilize various plant wastes from agriculture and the timber processing industry. Oyster mushroom fruit bodies have good taste and high nutritional value; they contain a large amount of protein, carbohydrates, lipids, vitamins and minerals.

Key words: *Pleurotus ostreatus*, *Hermetia illucens*, mycelium, wood waste, substrates, zoohumus.

Маълумот дар боран муаллифон: Мягкова Анастасия Сергеевна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Технопарки салоҳиятҳои умумии педагогӣ, омӯзгори таҳсилоти иловагӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка». **Телефон:** +7 (953)-424-47-80. **E-mail:** myagkova.nastasia@gmail.com

Георгий Вячеславович Пестсов - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, доктори илмҳои кишоварзӣ, профессор. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка». **Телефон:** +7 (915) 781-15-45. **E-mail:** georgypestsov@gmail.com

Третьякова Анастасия Валеревна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, корманди хурди илмӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» **Телефон:** +7 (980) 729-31-69. **E-mail:** glazynovaanastasiya@gmail.com

Воронсов Владислав Сергеевич - Муассисаи Бучетии Давлатии Федералии Фарҳанг Мамнӯбоҳи Давлатии Ёдгорӣ ва табиӣ осорхона, мудири маҷмааи ёдгорӣ-табиӣ. **Суроға:** Русия, Тула, ноҳияи Шекински. **Телефон:** +7 905 114 65 54. **E-mail:** vl.vorontsov@yandex.ru

Прокудина Ольга Владимировна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, лаборант. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» **Телефон:** +7 (902) 753-24-90. **E-mail:** prokudinaolga11@gmail.com

Каримов Маҳмадқул Бобоевич - Филиали Донишгоҳи Миллии Таҳқиқотию Технологияи "МИСиС", доктори илҳои химия, профессор. **Суроға:** Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, кӯчаи Назаршоев, 7. **Телефон:** +992 (919) 410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Мухторов Лоик Гургович - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, корманди илмӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» **Телефон:** +7 (953) 188-46-16. **E-mail:** mukhtorov.loik@mail.ru

Сведения об авторах: Мягкова Анастасия Сергеевна – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Технопарк универсальных педагогических компетенций, педагог дополнительного образования. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка». **Телефон:** +7 (953)-424-47-80. **E-mail:** myagkova.nastasia@gmail.com

Песцов Георгий Вячеславович – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, доктор сельскохозяйственных наук, профессор. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка». **Телефон:** +7 (915) 781-15-45. **E-mail:** georgypestsov@gmail.com

Анастасия Валерьевна Третьякова – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр технико-химического совершенства и передовой биотехнологии, младший научный сотрудник. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка» **Телефон:** +7 (980) 729-31-69. **E-mail:** glazynovaanastasiya@gmail.com

Воронсов Владислав Сергеевич - Федеральное государственное бюджетное учреждение культуры, Государственный памятник-заповедник и музей природы, заведующий натуралистическим комплексом. **Адрес:** Россия, Тула, Щёкинский район. **Телефон:** +7 905 114 65 54. **E-mail:** vl.vorontsov@yandex.ru

Прокудина Ольга Владимировна – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр передового технологического, химического и биотехнологического совершенства, лаборант. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка» **Телефон:** +7 (902) 753-24-90. **E-mail:** prokudinaolga11@gmail.com

Каримов Маҳмадқул Бобоевич – Филиал Национального исследовательского технологического университета «МИСиС», доктор химических наук, профессор. **Адрес:** Республика Таджикистан, Душанбе, улица Назаршоева, 7. **Телефон:** +992 (919) 410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Мухторов Лоик Гургович – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр передового технологического, химического и биотехнологического совершенства, научный сотрудник **Адрес:** 300026, г. Тула, пр. Ленина, 125. ООО «Львинка» **Телефон:** +7 (953) 188-46-16. **E-mail:** mukhtorov.loik@mail.ru

Information about the authors: Myagkova Anastasia Sergeevna – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Technopark of universal pedagogical competencies, teacher of additional education. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (953)-424-47-80. **E-mail:** myagkova.nastasia@gmail.com

Pestsov Georgy Vyacheslavovich – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Doctor of Agricultural Sciences, Professor. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (915) 781-15-45. **E-mail:** georgypestsov@gmail.com

Tretyakova Anastasia Valerievna – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Technical and Chemical Excellence and Advanced Biotechnology, junior researcher. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (980) 729-31-69. **E-mail:** glazynovaanastasiya@gmail.com

Voronov Vladislav Sergeevich - Federal State Budgetary Institution of Culture, State Monument-Reserve and Museum of Nature, head of the naturalistic complex. **Address:** Russia, Tula, Shchekinsky district. **Phone:** +7 905 114 65 54. **E-mail:** vl.vorontzov@yandex.ru

Prokudina Olga Vladimirovna – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Advanced Technological, Chemical and Biotechnological Excellence, laboratory assistant. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (902) 753-24-90. **E-mail:** prokudinaolga11@gmail.com

Karimov Makhmadkul Boboevich – Branch of the National Research Technological University “MISiS”, Doctor of Chemical Sciences, Professor. **Address:** Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nazarshoeva street, 7. **Phone:** +992 (919) 410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Mukhtorov Loik Gurgovich – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Advanced Technological, Chemical and Biotechnological Excellence, Researcher **Address:** 300026, Tula, Lenin Ave., 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (953) 188-46-16. **E-mail:** mukhtorov.loik@mail.

УДК: 541.49 (541.6+ 546.47)

СИНТЕЗ И ФИЗИКО– ХИМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХЛОРИДНОГО КОМПЛЕКСНОГО СОЕДИНЕНИЯ ЦИНКА С ТИОМОЧЕВИНОЙ

Гозиев Э.Д., Рахматуллоев Б.К., Хасанов Ф.Н., Манонов К.А.

Таджикский национальный университет

Тиомочевину активно используют в фармацевтической промышленности для получения противомикробных медицинских препаратов [1]. В сельском хозяйстве её широко применяют как ценное неорганическое удобрение и фунгицид. Также тиомочевину используют для получения синтетических смол, при разделении парафинов, в виде флотоагента при обогащении руды, а также в качестве реагента в фотометрическом определении таких веществ, как висмут, рутений, осмий и рений [2].

В литературных источниках [3– 8] имеются сведения немногочисленные сведения о синтезе и исследовании комплексных соединений с тиомочевинной и его производных. Известно, что на процесс образования существенное влияние оказывает как среда, так и её ионный состав. В этой связи целью настоящей работы является синтез тиомочевинного комплекса цинка в водно– спиртовом растворе этанола.

Экспериментальная часть

Использованная в работе тиомочевина была перекристаллизована в воде согласно методике [9], а хлорид цинка имел марку хч. Состав и структурная особенность синтезированного соединения были определены гравиметрическим [9], термическим [10], кондуктометрическим [11], рентгенофазовым [12] и ИК спектроскопическим [13] методами анализа.

Синтез $[\text{Zn}(\text{Thio})_2\text{Cl}_2] \cdot 0.85 \text{ г} (0,0062 \text{ моль})$ хлорида цинка растворили в этиловом спирте, нагретом до 40°C и к полученному раствору постепенно маленькими порциями добавляли рассчитанное количество $3,57 \text{ г} (0,0047 \text{ моль})$ тиомочевины. Полученный раствор перемешивали на магнитной мешалке. Образовавшийся осадок белого цвета был отфильтрован и промыт метанолом, а затем перекристаллизован в воде. Выход комплекса составлял 67,7%.

Термический анализ проводился на дифференциально– сканирующем калориметре марки *Netzsch DSC204F1* со скоростью нагрева $10^0/\text{мин}$.

Результаты и их обсуждения

Для синтеза комплексного соединения $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ хлорид цинка растворили в 25 мл водно– этанольной среды (96%) и при перемешивании на магнитной мешалке малыми порциями добавляли тиомочевину. При этом раствор становился мутным. Образовавшийся раствор перемешивали в течении трех часов и выдерживали в воздушной атмосфере до полного испарения спирта. В результате образовались игольчатые кристаллы белого цвета. Выход комплекса составил 68%. Полученное комплексное соединение хорошо растворимо в воде, этаноле, ацетоне и было перекристаллизовано в метаноле. Чистоту проверяли хроматографическим методом. Температура плавления очищенного соединения в воздушной атмосфере составляло $143– 145^\circ\text{C}$.

Метод электрической проводимости позволяет определить тип электролита и следовательно высказывать суждения о внутренней и внешней сферы синтезированного комплексного соединения. Полученные экспериментальные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значение электрической проводимости растворов $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

Table 1. Value of electrical conductivity of solutions $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

Раствор	$\mu, \text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{моль}^{-1}$
---------	--

итель	Концентрация комплекса моль/л			
	$1 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
Этанол	12,5	13	15	18,1
Вода	247,6	276	390	454,6

В рисунке 1 представлена кривая электропроводности этанольного раствора комплекса в зависимости от разбавления.

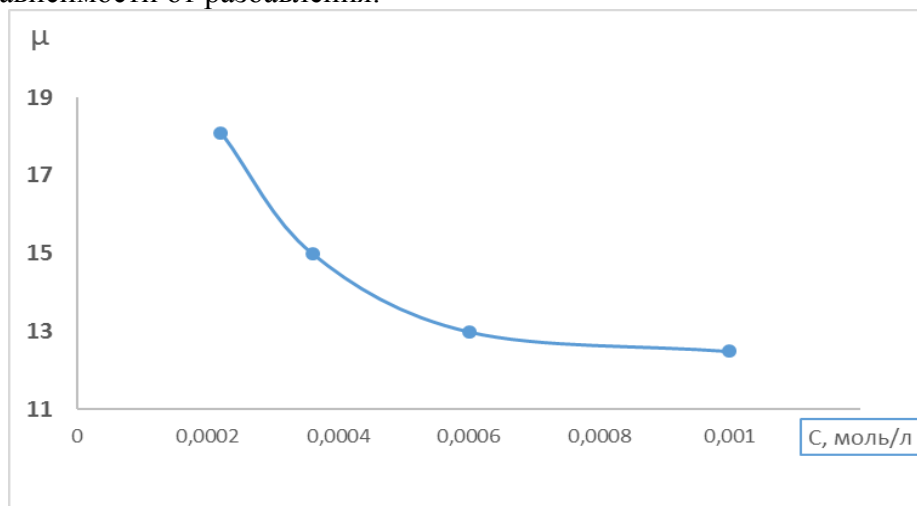


Рис.1 Кривая электропроводности этанольного раствора комплекса $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

Pic. 1 Electrical conductivity curve of an ethanol solution of the complex $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

Полученные экспериментальные данные молярной электропроводности этанольных растворов согласно литературе [14] и свидетельствует об отсутствии хлоридных ионов во внешней сфере, что соответствует соединениям неэлектролитного типа. Увеличение электропроводности растворов с разбавлением вероятнее всего связано с процессами диссоциации синтезированного соединения. Так если при разбавлении от $10 \cdot 10^{-4}$ до $2,2 \cdot 10^{-4}$ значение электропроводности комплекса в этанольном растворе увеличивается 1,45 раз, то в воде электропроводность повышается 1,84 раза. На основании сравнения электропроводности этанольных и водных растворов синтезированного соединения показывает, что вода по сравнению с этанолом более значительные диссоциирующие свойства к исследуемому координационному соединению.

Метод инфракрасной спектроскопии широко используется для качественного анализа синтезированных твердых и жидких соединений. Благодаря изменения длины волны и интенсивности полос поглощения можно сделать вывод о химическом составе исследуемого образца.

В рисунке 2 представлены ИК спектроскопические исследования комплекса цинка с тиомочевинной.

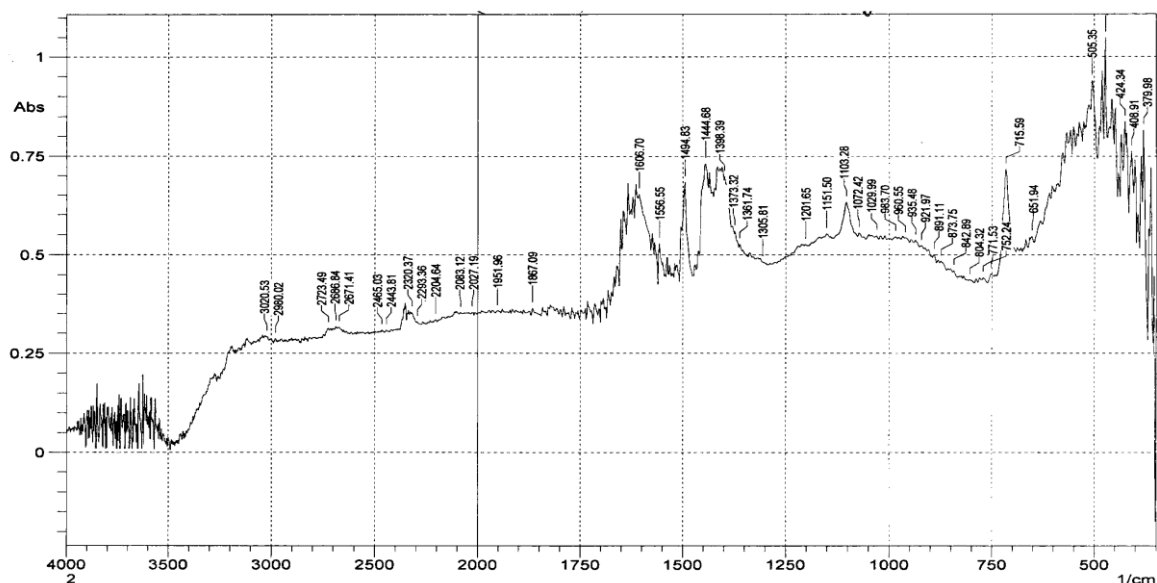


Рисунок 2 ИК спектр комплекса цинка с тиомочевинной
Figure 2 IR spectrum of the zinc complex with thiourea

На основании полученных экспериментальных данных литературы и рисунка 2 была составлена таблица волновых чисел максимумов поглощения в ИК спектре синтезированного комплекса цинка с тиомочевинной.

Таблица 2. Значения колебаний волновых чисел молекулы тиомочевинной и комплекса цинка с ним

Тиомочевина [15]		[Zn(N ₂ H ₄ CS) ₂ Cl ₂] *2H ₂ O		Отнесение полос
Вол новое число см ⁻¹	Интенсивность	Вол новое число см ⁻¹	Интенсивность	
2980		2980,3020	сл	V _{as} (NH)
2690	ср.ш.	2671,2723	ср.ш	V _{as} (NH ₂)
1610	с	1608,1658	с	δ(NH ₂),δ(NH),δ(NH ₂)
		1556	ср.ш	V(C– S) (II амидная полоса)
1468	с	1494	с	V _{as} (C– N– C)
1411	ср	1444	с	V(C– S) (III амидная полоса)
		1201	сл	V(C– S) (I амидная полоса)
1090	С.р.	1072		V(C– N)
745	С.	752	сл	δ(NH ₂)
494	С.р.	505	ср.ш	δ(N– C=S)

Полученные экспериментальные данные таблицы и рис.2 показали, что полосы относящиеся колебаниям NH₂ группы молекулы тиомочевинной в спектре синтезированного комплексного соединения притерпевают высокочастотные изменения. Полосы ответственные за колебания C=S группы претерпевают значительное низкочастотные изменение. Так в спектре синтезированного соединения появляются новые полосы при 1201 и 1556 см⁻¹. Таким образом, на основе полученных экспериментальных данных высокочастотных и низкочастотных изменений можно констатировать о том, что атомы азота молекулы тиомочевинной не участвуют в

образовании связи, а координация тиомочевины с цинком происходит посредством атома серы.

Метод термического анализа является одним из важнейших методов исследования комплексных соединений. Этот метод позволяет определить различные физико– химические характеристики исследуемого вещества в процессе изменения температуры. На рисунке представлен термический анализ синтезированного комплексного соединения $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ в интервале 20– 450⁰С, со скоростью нагрева 20⁰С в минуту при атмосфере азота.

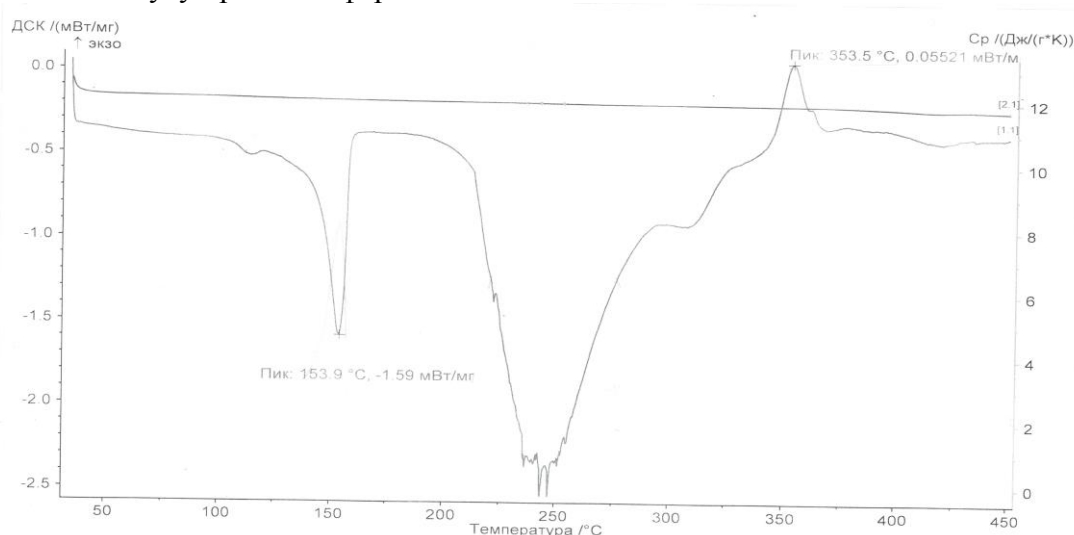
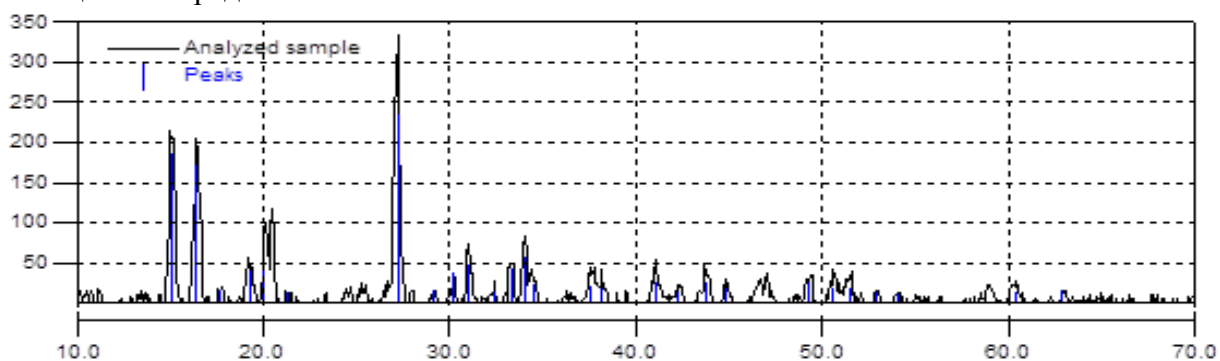


Рисунок 3 Термограмма $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Figure 3 Thermogram $[\text{Zn}(\text{N}_2\text{H}_4\text{CS})_2\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

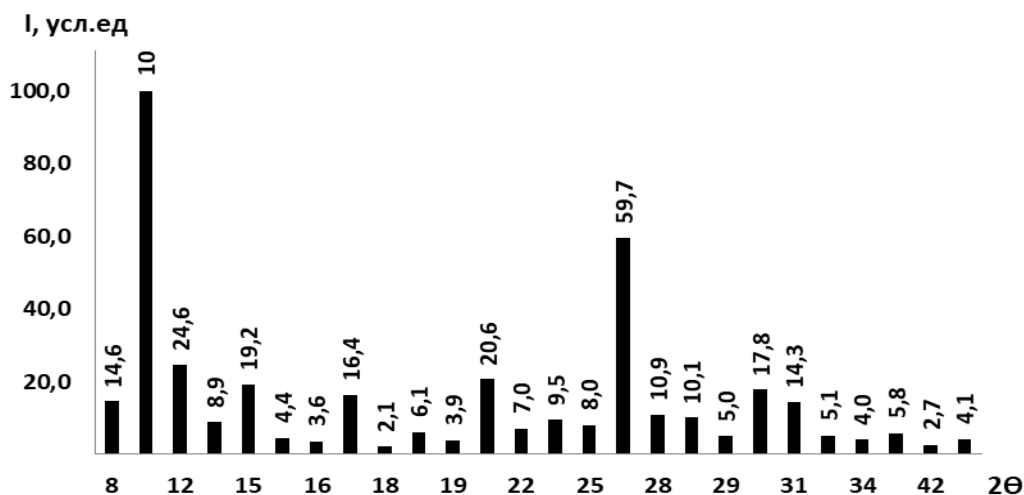
Из рисунка видно, что в области 115⁰С происходит эндозффект с выделением теплоты 0,56 мВт/мг, который соответствует удалению молекул кристаллизационной воды из состава комплекса. Дальнейшее нагревание приводит к плавлению комплекса при температуре 153,9⁰С и теплопоглощением равным 1,59 мВт/мг. В области температур 240– 260⁰С происходит разложения органической части лиганда 2,32– 2,52 мВт/мг, а при температуре 353,5⁰С наблюдается экзозффект 0,055 мВт/мг. Элементный анализ показал, что при этой температуре образуется сульфид цинка.

Метод рентгенографического исследования является одних из важнейших методов физико– химического анализа в координационной химии. Этот метод позволяет идентифицировать различные фазы исследуемого образца на основе создаваемой дифракционной картины. Благодаря этому методу определяют параметры элементарной ячейки, строят теоретическую рентгенограмму[16]. Дальнейшая сфера наших исследований была посвящена рентгенофазовому анализу исследуемого вещества с целью определения типа сингонии.



**Рисунок 4. Штрихдиаграмма высушенного комплексного соединения.
Продолжительность выдержки 70 минут**
Figure 4. Line diagram of a dried complex compound. Exposure duration 70 minutes

Интенсивность линий оценена по 100 балльной шкале, расшифровку рентгенограммы проводили по методу Липсона [12]. Полученные и рассчитанные экспериментальные результаты представлены на рисунках 4– 5.



**Рисунок 5. Штрихдиаграмма комплексного соединения
[Zn(N₂H₄CS)₂Cl₂]*2H₂O**

Figure 5. Line diagram of a complex compound [Zn(N₂H₄CS)₂Cl₂]*2H₂O

Анализ полученной штрихрентгенограммы позволило установить, что синтезированное соединение не содержит возможных примесей и идентифицировано, как самостоятельное соединение, относящийся к орторомбической сингонии.

**Таблица 3. Идентификационные данные комплексного соединения
[Zn(N₂H₄CS)₂Cl₂]*2H₂O**

Table 3. Complex connection identification information [Zn(N₂H₄CS)₂Cl₂]*2H₂O

2θ	S in 2θ _э	d /n, Å ⁰	S in 2θ _т
15,09	0,01724	5,86422	0,01767
16,441	0,02044	5,38525	0,02030
17,653	0,02354	5,01815	0,02394
19,256	0,02797	4,60387	0,02831
20,067	0,03035	4,41960	0,02849
21,317	0,03421	4,16318	0,03286
27,211	0,05534	3,27332	0,05543
29,107	0,06314	3,06426	0,06636
30,167	0,06772	2,95896	0,06720
31,063	0,07170	2,87562	0,07084
32,363	0,07766	2,76302	0,07871
33,313	0,08216	2,68636	0,08118
34,047	0,08571	2,63011	0,08483
34,6	0,08843	2,58932	0,08938
37,637	0,10405	2,38707	0,10500

38,243	0,10730	2,35062				0,10850
41,072	0,12306	2,19501				0,12307
42,31	0,13024	2,13360				0,13356
43,848	0,13941	2,06226				0,14176
44,912	0,14590	2,01584				0,14962
49,331	0,17416	1,84511				0,17338
50,636	0,18288	1,80057				0,18184
51,506	0,18878	1,77218				0,18762
52,967	0,19886	1,72669				0,19582
54,119	0,20695	1,69262				0,20544

В таблицах 3– 4 представлены рассчитанные по данным рентгенограмм параметры рассчитанных элементарных ячеек, числа формульных единиц, экспериментальная и теоретическая плотность синтезированного хлоридного двухзамещенного комплексного соединения цинка с тиомочевинной.

Таблица 4. Данные рентгенофазового анализа синтезированного комплексного соединения

Table 4. Data from X– ray phase analysis of the synthesized complex compound

Соединения	Параметры элементарных ячеек				Число молекул в ячейке	Плот. эксперт, г/см ³	Плот. расчет, г/см ³	Сингония
	a, Å ⁰	b, Å ⁰	c, Å ⁰	V, Å ³				
[Zn(N ₂ H ₄ CS) ₂ Cl ₂]*2H ₂ O	3.04	2.7	5.9	81,1	4	1,89	1,796	орторомб.

Таким образом, на основе полученных и рассчитанных экспериментальных данных установлено, что исследуемые соединения имеют орторомбические сингонии.

Литература

1. Мельников Н.Н. Новые пестициды. /Н.Н.Мельников// Москва, 1964. – 319 с.
2. Харитонов Ю.Я. Аналитическая химия. Практикум. Качественный химический анализ: учебное пособие / Ю. Я. Харитонов, В. Ю. Григорьева. – Москва, 2009. – 293 с.
3. Махмуд М. М. Комплексные соединения рения (V) с производными тиомочевинной: автореф. дис. ... канд хим.наук. – Иваново, 1992. – 24 с.
4. Содатдинова А.С. Комплексные соединения серебра (I) с N,N– этилтиомочевинной //А.С.Содатдинова, С.Сафармамадов, К.С.Мабаткадамова, А.А.Аминджанов// Вестник Пермского университета. Серия: Химия. 2016. № 1 (21). С. 69– 77.
5. Аминджанов А.А. Комплексные соединения рения (V) с ацетилтиомочевинной//А.А.Аминджанов, С.М.Сафармамадов, Ф.Ш.Курбонова// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2011. Т. 54. № 10. –С. 831-836.
6. Аминджанов А.А. Взаимодействие газообразного аммиака с N,N’– этилтиомочевинными комплексами рения (V)// А.А.Аминджанов, С.М.Сафармамадов, Э.Д.Гозиев//Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2010. Т. 53. № 7. С. 522– 526.
7. Аминджанов А.А. Процессы комплексообразования рения(V)CN– этилтиомочевинной// А.А.Аминджанов, Ф.Д.Джамолитдинов, С.М. Сафармамадов, Д.А. Давлатшоева //Журнал неорганической химии. 2017. Т. 62. № 11. – С.1544-1548.
8. Низомов М.М. Исследование процесса термолитиза оксохлоро – N – ацетилтиомочевинного комплекса рения//М.М. Низомов, Ф.Ш. Курбонова, С.И. Сафаров// Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2020. № 4. С. 261– 269.
9. Васильев В.П. Аналитическая химия: титриметрические и гравиметрические методы анализа. Книга 1 — Москва, 2004. –368 с.
10. Логвиненко В.А.Термический анализ координационных соединений и клатратов / В. А. Логвиненко// – Новосибирск, 1982. – 128 с.
11. Худякова,Т.А. Кондуктометрический метод анализа /Т.А.Худякова, А. П.Крешков// – Москва, 1975. –207 с.

12. Липсон, Г. Интерпретация порошковых рентгенограмм / Г. Липсон, Г. Стилл//– Москва, 1972. – 384 с.
13. Накамото К. ИК– спектры и спектры КР неорганических и координационных соединений / К. Накамото//. – Москва, 1991. – 535 с.
14. Кукушкин, Ю. Н. Химия координационных соединений/ Ю.Н. Кукушкин// – М., 1985. – 454 с.
15. Харитонов Ю. Я. ИК спектры поглощения и нормальные колебания комплексов металлов с тиомочевинной/ Ю.Я.Харитонов, В.Д. Брега, А.В. Аблов, Н.Н. Проскина // Журнал неорганической химии. 1974 Т.19, №8 С. 2166– 2177.
16. Манонов К.А. Комплексные соединения меди(II) с 1– метил– 2– меркаптоимидазолом: автореф. дис. ... канд хим.наук. Душанбе, 2020– 18 с.

REFERENCES

1. Melnikov N.N. New pesticides. /N.N.Melnikov// Moscow, 1964. – 319 p.
2. Kharitonov Yu.Ya. Analytical chemistry. Workshop. Qualitative chemical analysis: textbook / Yu. Ya. Kharitonov, V. Yu. Grigorieva. – Moscow, 2009. – 293 p.
3. Makhmud M. M. Complex compounds of rhenium (V) with thiourea derivatives: abstract. dis. ... Candidate of Chemical Sciences. – Ivanovo, 1992. – 24 p.
4. Sodatdinova A.S. Complex compounds of silver (I) with N,N– ethylene thiourea//A.S. Sodatdinova, S. Safarmamadov, K.S. Mabatkadamova, A.A. Aminjanov// Bulletin of Perm University. Series: Chemistry. 2016. No. 1 (21). Pp. 69– 77.
5. Aminjanov A.A. Complex compounds of rhenium (V) with acetylthiourea //A.A.Aminjanov, S.M.Safarmamadov, F.Sh.Kurbonova// Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. 2011. T. 54. No. 10. P. 831– 836.
6. Aminjanov A.A. Interaction of gaseous ammonia with N,N'– ethylene thiourea complexes of rhenium (V) // A.A. Aminjanov, S.M. Safarmamadov, E.D. Goziev // Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. 2010. T. 53. No. 7. P. 522– 526.
7. Aminjanov A.A. Processes of complexation of rhenium(V) with N– ethylthiourea // A.A. Aminjanov, F.D. Dzhamoliddinov, S.M. Safarmamadov, D.A. Davlatshoeva // Journal of Inorganic Chemistry. 2017. T. 62. No. 11. Pp. 1544– 1548.
8. Nizomov M.M. Study of the thermolysis process of oxochloro– N– acetylthiourea complex of rhenium//M.M. Nizomov, F.Sh.Kurbonova, S.I.Safarov // Bulletin of the Tajik National University. Natural Sciences Series. 2020. No. 4. Pp. 261– 269.
9. Vasiliev V.P. Analytical chemistry: titrimetric and gravimetric methods of analysis. Book 1 – Moscow, 2004. – 368 p.
10. Logvinenko V.A. Thermal analysis of coordination compounds and clathrates / V. A. Logvinenko // – Novosibirsk, 1982. – 128 p.
11. Khudyakova, T. A. Conductometric method of analysis / T. A. Khudyakova, A. P. Kreshkov // – Moscow, 1975. – 207 p.
12. Lipson, G. Interpretation of powder X–ray diffraction patterns / G. Lipson, G. Steeple //– Moscow, 1972. – 384 p.
13. Nakamoto K. IR and Raman spectra of inorganic and coordination compounds / K. Nakamoto//. – Moscow, 1991. – 535 p.
14. Kukushkin, Yu. N. Chemistry of coordination compounds / Yu.N. Kukushkin // – Moscow, 1985. – 454 p.
15. Kharitonov Yu. Ya. IR absorption spectra and normal vibrations of metal complexes with thiourea / Yu.Ya. Kharitonov, V.D. Brega, A.V. Ablov, N.N. Proskina // Journal of Inorganic Chemistry. 1974 T.19, No. 8 P. 2166– 2177.
16. Manonov K.A. Complex compounds of copper(II) with 1– methyl– 2– mercaptoimidazole: abstract. dis. ... Candidate of Chemical Sciences. Dushanbe, 2020– 18 p.

СИНТЕЗ ВА ТАДҚИҚИ ФИЗИКИЮ ХИМИЯВИИ ПАЙВАСТИ КОМПЛЕКСИИ РУҲ БО ТИОМОЧЕВИНА

Дар мақола усули синтези пайвастагии комплекси хлориди руҳ бо тиомочевина пешниҳод шудааст. Таърифи ва сохти пайвасти синтезкардасуда бо усулҳои гравиметрӣ, термикӣ, кондуктометрӣ, рентгенофазаӣ ва спектроскопияи инфрасурх таҳлил ва муайян карда шуданд. Бо таҳлили гравиметрӣ муқаррар карда шуд, ки руҳ ва тиомочевина пайвастагии комплекси дулигандаро ҳосил менамоянд. Дар асоси муқоисаи ҷараёнгузарони маҳлулҳои обӣ ва этанолии пайвастагии синтезшуда муайян гардид, ки об нисбат ба этанол пайвастагии координасионии таҳқиқшавандаро бештар таъзия менамояд. Бо маълумоти таҷрибавии тағйироти басомади баланд ва паст, ки тавассути спектроскопияи инфрасурх ба даст оварда шудааст, муайян намудем, ки атомҳои нитрогени молекулаи тиомочевина дар ҳосилкунии банд иштирок накарда,

координатсия тиомочевина ба воситаи атоми сулфур ба амал меояд. Термограммаи пайвастагиҳои синтезшуда ду экзо ва як эндоэффектро нишон медиҳад. Усулҳои таҳлили термикӣ ва гравиметрии пайвасти синтезкардашуда нишон доданд, ки маҳсули низоии таҷзияи термикӣ дар атмосфераи инертӣ сулфиди руҳ мебошад. Таҳлили штрихрентгенограммаи бадастовардашуда нишон дод, ки дар таркиби пайвасти комплекси синтезшуда ғашҳои эҳтимолӣ мавҷуд нестанд ва он ҳамчун пайвастагии мустақил муайян карда шавад. Ғайр аз ин, дар асоси таҳлили рентгенофазавӣ муқаррар карда шуд, ки таркиби пайвасти синтезкардашуда сингонияи орторомбиро дорад.

Калидвожаҳо: синтез, комплекс, руҳ, тиомочевина, термогравиметрия, таҳлили рентгенӣ, ҷараёнгузаронӣ, кондуктометрия, гравиметрия, спектроскопия.

СИНТЕЗ И ФИЗИКО– ХИМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХЛОРИДНОГО КОМПЛЕКСНОГО СОЕДИНЕНИЯ ЦИНКА С ТИОМОЧЕВИНОЙ

В статье представлены разработанная методика синтеза хлоридного комплексного соединения цинка с тиомочевинной. Состав и строение были определены гравиметрическим, термическим, кондуктометрическим, рентгенофазовым и ИК спектроскопическим методами анализа. Гравиметрическим методом анализа установлено, что цинк с тиомочевинной образует двухзамещенное комплексное соединение. На основании сравнении электропроводности этанольных и водных растворов синтезированного соединения показывает, что вода по сравнению с этанолом более значительные диссоциирующие свойства к исследуемому координационному соединению. Полученные методом ИК спектроскопии экспериментальные данные высокочастотных и низкочастотных изменений позволило констатировать о том, что атомы азота молекулы тиомочевинны не участвуют в образовании связи, а координация тиомочевинны с цинком происходит посредством атома серы. На термограмме синтезированного соединения наблюдается два экзо– и один эндоэффект. Термическим и гравиметрическим методами анализа выявлено, что конечным продуктом терморазложения в инертной атмосфере является сульфид цинка. Анализ полученной штрихрентгенограммы позволило установить, что синтезированное комплексное соединение не содержит возможных примесей и идентифицировано, как самостоятельное соединение. При этом на основе рентгенофазового анализа установлено, что синтезированное соединение имеет орторомбическую сингонию.

Ключевые слова: синтез, комплекс, цинк, тиомочевина, термогравиметрия, рентгенофазовый анализ, электропроводность, кондуктометрия, гравиметрия, спектроскопия.

SYNTHESIS AND PHYSICO-CHEMICAL STUDIES OF ZINC CHLORIDE COMPLEX COMPOUND WITH THIOUREA

The article presents the developed method for the synthesis of a zinc chloride complex compound with thiourea. The composition and structure were determined by gravimetric, thermal, conductometric, X– ray diffraction and IR spectroscopic analysis methods. By gravimetric analysis it was established that zinc and thiourea form a disubstituted complex compound. Based on a comparison of the electrical conductivity of ethanol and aqueous solutions of the synthesized compound, it shows that water, compared to ethanol, has more significant dissociating properties for the coordination compound under study. The experimental data of high– frequency and low– frequency changes obtained by IR spectroscopy allowed us to state that the nitrogen atoms of the thiourea molecule do not participate in the formation of bonds, and the coordination of thiourea with zinc occurs through a sulfur atom. The thermogram of the synthesized compound shows two exo– and one endo– effects. Thermal and gravimetric analysis methods revealed that the final product of thermal decomposition in an inert atmosphere is zinc sulfide. Analysis of the obtained X– ray diffraction pattern made it possible to establish that the synthesized coordination compound does not contain possible impurities and is identified as an independent compound. Moreover, based on X– ray phase analysis, it was established that the synthesized compound has an orthorhombic system.

Key words: synthesis, complex, zinc, thiourea, thermogravimetry, X– ray phase analysis, electrical conductivity, conductometry, gravimetry, spectroscopy.

Маълумот дар бораи муаллиф: **Ғозиев Эраҷ Ҷобирович** - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмию тадқиқотӣ, номзади илмҳои химия, ходими пешбари илмӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, х. Рӯдакӣ, 17. **E– mail:** goziev@mail.ru

Раҳматуллоев Бадриддин Қудбудинович-Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, Институти илмию тадқиқотӣ, номзади илмҳои химия, ходими илмӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, х. Рӯдакӣ, 17. **E– mail:** rbadriddin@mail.ru

Ҳасанов Фаррух Нурмаҳмадович-Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои химия, муаллими калони кафедраи химияи таҷрибӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, х. Рӯдакӣ, 17. **E– mail:** farrukh.19@mail.ru

Манонов Камолиддин Абдучалилович- Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои химия, корманд. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, х. Рӯдакӣ, 17. **E– mail:** kamoliddin_manon@mail.ru

Сведения об авторах. Гозиев Эрадж Джобирович-Таджикский национальный университет, Научно– исследовательский институт, кандидат химических наук, ведущий научный сотрудник. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17. **E– mail:**goziev@mail.ru

Рахматуллоев Бадриддин Кудбудинович- Таджикский национальный университет, Научно– исследовательский институт, кандидат химических наук, старший научный сотрудник. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17. **E– mail:**rbadridin@mail.ru

Хасанов Фаррух Нурмахмадович- Таджикский национальный университет, кандидат химических наук, старший преподаватель кафедры прикладной химии. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17. **E– mail:**farrukh.19@mail.ru

Манонов Камолиддин Абдужалилович- Таджикский национальный университет, кандидат химических наук, сотрудник. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 17. **E– mail:** kamoliddin_manon@mail.ru

Information about authors: Goziev Eraj Jobirovich - Tajik national university, The Research institute, candidate of chemical sciences, leading researcher. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **E-mail:** goziev@mail.ru

Rahmatulloev Badriddin Kudbudinovich- Tajik national university, The Research institute, candidate of chemical sciences, senior researcher. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **E-mail:** rbadridin@mail.ru

Hasanov Farrukh Nurmakhmadovich- Tajik national university, candidate of chemical sciences, senior lecturer, department of applied chemistry. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **E-mail:** farrukh.19@mail.ru

Manonov Kamoliddin Abdusalilovich- Tajik national university, candidate of chemical sciences, employee. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave., 17. **E-mail:** kamoliddin_manon@mail.ru

УДК: 579.64

ВЫРАЩИВАНИЕ МИЦЕЛИЯ ГРИБОВ *LENTINULA EDODES* И *LENTINUS TIGRINUS* НА РАЗЛИЧНЫХ ПИТАТЕЛЬНЫХ СРЕДАХ И СУБСТРАТАХ

Третьякова А.В.¹, Песцов Г.В.¹, Мягкова А.С.¹, Воронцов В.С.^{2,1},
Прокудина О.В.¹, Мухторов Л.Г.¹, Каримов М.Б.³

¹Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого,

²Музей-усадьба Л.Н. Толстого «Ясная поляна»,

³Филиал национального исследовательского технологического университета
«МИСиС» в городе Душанбе

Грибы играют важную роль в разложении органического вещества. Различные сельскохозяйственные и лесные отходы являются основными компонентами питательных сред и субстратов при выращивании грибов. Использование грибов для утилизации органических целлюлозосодержащих отходов приводит к их экологически безопасной переработке и образованию новых продуктов – мицелия и плодовых тел. Большинство видов рода *Lentinus* съедобны и часто обладают лекарственными свойствами. Плодовые тела видов *Lentinula edodes* и *Lentinus tigrinus* являются полезным продуктом с высокой питательной ценностью. Кроме того, гриб *L. edodes* содержат много биологически активных компонентов, например, противоопухолевые полисахариды [15, с. 1164], антиоксидантные и антибактериальные вещества [12, с. 633]. История искусственного выращивания съедобных грибов берет свое начало в странах Дальнего Востока, а один из самых древних культивируемых грибов – это *L. edodes* (шиитакэ, сиитакэ, или «черный лесной гриб»). Его начали выращивать на древесине в Японии, а затем в Корее, Китае и на о. Тайвань около 2000 лет назад. Уже несколько десятилетий гриб *L. edodes* является важным сельскохозяйственным экспортным продуктом Японии, которая считается одним из основных его производителей [1, с.6].

Вид *Lentinula edodes* (Berk.) Pegler (syn. *Lentinus edodes* (Berk.) Singer) обитает главным образом в тропических и субтропических регионах Северной и Южной Америки, Азии и Австралии, сапрофит, питается сухостоем широколиственных деревьев. Плодовые тела этого гриба красновато-коричневого цвета, с выпуклой шляпкой, поддерживаемой тонкой, прочной, волокнистой ножкой. Шляпка 5-15 см в диаметре, имеет белый пластинчатый гименофор. Гриб шиитакэ является одним из наиболее часто культивируемых грибов в мире [3, с. 28].

Вид *Lentinus tigrinus* (Bull.) Fr. (syn. *Panus tigrinus* (Bull.) Singer) съедобный базидиомицет с кожистой мякотью, сильными ароматом и вкусом, которые делают его пригодным для употребления в пищу [10, с. 280]. В нем содержится большое количество белков, углеводов и минералов. Он также обладает антиоксидантными свойствами и антибактериальной активностью [11, с. 14]. Однако искусственное выращивание гриба *L. tigrinus* встречается нечасто, так как оптимизация условий его культивирования требует дополнительных исследований и доработки [13, с. 290].

В естественных условиях гриб *L. tigrinus* встречается растущим на поваленных деревьях в лесу с мая по сентябрь. [9, с. 156]. Шляпка 3-10 см в диаметре, сначала выпуклая, затем воронковидная, с завернутым вниз краем, сухая, мясисто-кожистая, белая, кремовая или желтоватая, с волокнистыми коричневыми, почти черными чешуйками. Пластинки нисходящие, узкие, беловато-кремовые, с неровным зубчато-заспиртованным, иногда расщепленным краем. Мякоть белая, плотная, краснеющая на изломе, после отмирания плодового тела засыхает. Встречается по всей территории России [2, с. 214].

Субстрат для интенсивного выращивания древоразрушающих грибов является смешанным (60-90% приходится на опилки деревьев различных лиственных пород

деревьев). Опилки хвойных пород не используются в процессе культивирования гриба *L. edodes*, так как смолы и фенольные вещества препятствуют его росту. Оставшейся частью субстрата являются питательные добавки, а именно: зерно и отруби злаковых культур (пшеницы, ячменя, проса, ржи, риса), муки семян бобовых культур, отходы пивного производства и другие источники азота и углеводов. С питательными добавками в субстрат поступают также витамины, минеральные вещества, микроэлементы, которые стимулируют не только рост мицелия, но и плодоношение. Добавляются такие минеральные вещества, как мел (CaCO_3) и гипс ($\text{CaSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$) для создания оптимального уровня pH и улучшения структуры субстрата [9, с. 152]. Существует много различных субстратных композиций для выращивания *L. edodes* и *L. tigrinus*. Стандартная формула, наиболее широко распространенная в Азии: 80% опилок и 20% отрубей, но формула имеет множество вариантов [7, с. 418].

Одним из главных отходов пивного производства является пивная дробина, которая составляет около 70% всех отходов. Она образуется при обработке ячменя и солода, из которых изготавливают пивное сусло. Вопрос утилизации пивной дробины стоит очень остро перед предприятиями отрасли [14, с. 4]. На сегодняшний день на полигонах пивоваренных компаний скопилось сотни тысяч тонн дробины. В состав зерновой пивной дробины входят частицы зерен, оболочки зерна, безазотистые экстрактивные вещества, жиры, белки и углеводы. В пивной дробине должно содержаться не более 85% жидкости, а после удаления свободной влаги не более 75% [6, с. 3]. Пивная дробина содержит большое количество питательных веществ и может использоваться в различных отраслях сельского хозяйства.

В процессе своей жизнедеятельности насекомое вида *Hermetia illucens* не только утилизирует целый спектр органических отходов, но образует новые продукты, к которым относится зоогумус. Зоогумус состоит из остатков непереваженного кормового субстрата, экскрементов, специфической микрофлоры и остатков внешнего хитинового покрова насекомого, как результата метаморфоза. Основные питательные вещества зоогумуса находятся в виде различных соединений гумусовых кислот, содержат в себе необходимые макро- и микроэлементы [4, с. 58]. Зоогумус применяется как органическое удобрение для сельскохозяйственных культур, в лесоводстве и цветоводстве, а также для ремедиации загрязненных почв. Он не токсичен, свободен от каких-либо вредных примесей. Его использование в растениеводстве позволяет получать экологически чистую сельскохозяйственную продукцию [5, с. 30].

Из-за большого количества питательных веществ зоогумус может быть использован для создания специальных сред и субстратов для получения и выращивания мицелия съедобных грибов.

Исследование проводили в 2022-2023 годах в микробиологической лаборатории центра технологического превосходства «Передовые химические и биотехнологии», в лабораториях кафедры биологии и технологий живых систем Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого, инсектарии ООО «Львинка».

Для изучения роста мицелия использовали чистую культуру грибов из Всероссийской коллекции промышленных микроорганизмов НИЦ «Курчатовский институт» штамма *Lentinus tigrinus* M-21 (регистрационный номер в коллекции ВКП MF-241) и штамма *Lentinula edodes* (регистрационный номер в коллекции ВКПМ F-280). Мицелий использовали для инокуляции стерильных питательных сред различного состава в чашках Петри. В эксперименте изучали 10 видов питательных сред:

- Картофельно-глюкозный агар (10 г агара, 200 г картофеля, 20 г глюкозы, 1000 мл дистиллированной воды) (контроль - КА)

- Солодовый агар (10 г агара, 20 г солодового экстракта, растворенного в 1000 мл дистиллированной воды) (СА).

- Агар с добавлением отвара опилок лиственных пород (10 г агара, 200 г опилок, 10 г сахарозы, 1000 мл дистиллированной воды) (ОПЛ).

- Голодный агар с добавлением 10%, 40%, 70% и 100% раствора зоогумуса. Маточный раствор зоогумуса получали, помещая 100 г зоогумуса в 1000мл дистиллированной воды. (ЗГ 10%, ЗГ 40%, ЗГ 70%, ЗГ 100%). Зоогумус был предоставлен компанией ООО «Львинка».

- Голодный агар с добавлением 5%, 10%, 15% пивной дробины. (10 г агара, пивная дробина, 1000 мл дистиллированной воды.) (ПД 5%, ПД 10%, ПД 15%). Зерновая пивная дробина была предоставлена филиалом ООО «Пивоваренная компания «Балтика» - «Тульский пивзавод».

Питательные среды стерилизовались в автоклаве при 1,3 атм. (60 мин). Чашки Петри инокулированные мицелием помещали в термостат при температуре 25°C. Замеры проводили на 3-е, 5-е и 7-е сутки. В каждой чашке Петри измеряли диаметр колонии, повторность опыта восьмикратная. Полученные экспериментальные данные анализировали и статистически обрабатывали.

Результаты изучения роста мицелия гриба *L. edodes* на различных питательных средах представлены в таблице 1.

Таблица 1. Изучения роста мицелия гриба *L. edodes* на различных питательных средах (мм)

Чадвали 1. Омӯзиши афзоиши митселияи занбӯруғи *L. edodes* дар муҳитҳои гуногуни ғизой (мм)

Table 1. Studies of the growth of mycelium of the fungus *L. edodes* on various nutrient media (mm)

среда	3 сутки	5 сутки	7 сутки	% к контролю	
КА (К)	12,6±1,18	27,6±1,71	37,2 ± 2,60	100%	
СА	16±0,60	26,1 ± 1,41	37,7 ± 2,36	101%	
ОПЛ	15,3±1,25	28,6 ± 2,15	42,5 ± 3,64	114%	
ЗГ 10%	7,3 ± 1,66	15,8 ± 1,09	32,9 ± 2,11	88%	
ЗГ 40%	5,9 ± 0,33	12,1 ± 1,05	25,1 ± 2,19	67%	
ЗГ 70%	4,1 ± 0,42	7,9 ± 0,46	21,9 ± 1,98	59%	
ЗГ 100%	0	1,8 ± 0,16	2,7 ± 0,20	7%	
ПД 5%	8,8 ± 0,65	22,3 ± 1,30	36,3 ± 2,25	98%	
ПД 10%	12,3 ± 0,91	31,4 ± 1,07	47,0 ± 3,61	126%	
0	ПД 15%	5,9 ± 0,46	18,5 ± 0,79	29,2 ± 2,33	78%

В результате опыта удалось установить, что для выращивания мицелия гриба *L. edodes* подходят питательные среды с добавлением опилок, зоогумуса и пивной дробины. Наибольшая скорость роста наблюдалась на питательных средах с добавлением опилок лиственных пород, она была на 14% выше по отношению к контролю, а на питательных средах с добавлением 10% зерновой пивной дробины этот показатель достигал 26%. На питательных средах с добавлением 10% раствора зоогумуса скорость роста была немного ниже, но мицелий был плотным и стелющимся, из чего можно сделать вывод, что данная питательная среда также может быть рекомендована для выращивания мицелия гриба *L. edodes*. При добавлении раствора зоогумуса в более высоких концентрациях наблюдали ингибирование роста мицелия.

Результаты изучения роста мицелия гриба *L. tigrinus* на различных питательных средах представлены в таблице 2.

Таблица 2. Изучения роста мицелия гриба *L. tigrinus* на различных питательных средах (мм)

Чадвали 2. Омӯзиши афзоиши митселияи занбӯруғи *L. tigrinus* дар муҳитҳои гуногуни ғизой (мм)

Table 2. Studies of the growth of the mycelium of the fungus *L. tigrinus* on various nutrient media (mm)

	Среда	3 сутки	5 сутки	7 сутки	% к контролю
	КА (К)	25,1 ± 1,62	46,6 ± 4,36	58,0 ± 2,06	100%
	СА	26,5 ± 1,87	47,9 ± 2,32	62,5 ± 4,52	108%
	ОПЛ	24,5 ± 1,85	51,2 ± 3,23	74,5 ± 5,18	128%
	ЗГ 10%	10,5 ± 0,93	15,3 ± 1,16	33,3 ± 0,21	57%
	ЗГ 40%	7,9 ± 0,59	9,9 ± 0,60	12,9 ± 1,13	22%
	ЗГ 70%	5,7 ± 0,47	6,8 ± 0,42	10,3 ± 0,91	18%
	ЗГ 100%	1,1 ± 0,11	2,2 ± 0,20	22,3 ± 1,03	38%
	ПД 5%	6,1 ± 0,55	18,4 ± 1,35	31,3 ± 2,10	54%
	ПД 10%	11,5 ± 1,1	21,1 ± 1,20	45,3 ± 3,70	78%
0	ПД 15%	3,7 ± 1,35	12,5 ± 0,62	20,6 ± 1,50	36%

В результате проведения опыта было установлено, что для выращивания мицелия гриба *L. tigrinus* подходят питательные среды с добавлением опилок лиственных пород, скорость роста при этом была на 28% выше по сравнению с контролем. На питательных средах с добавлением 10% пивной дробины скорость роста была немного ниже, но мицелий был плотным и стелющимся, из чего можно сделать вывод, что данная питательная среда также может быть рекомендована для выращивания мицелия гриба *L. tigrinus*. При добавлении раствора зоогумуса в разных концентрациях наблюдается ингибирование роста мицелия гриба *L. tigrinus*.

Полученный мицелий пересеивали в пробирки с субстратом, для изучения линейного роста мицелия на субстрате. В качестве основы использовали солому злаковых культур и опилки лиственных пород деревьев, в качестве органической добавки использовали зоогумус и пивную дробину, в качестве минеральной добавки мел (CaCO_3) 1% от общей массы субстрата. В опыте использовали следующие варианты субстратов:

- Зерно пшеницы (З) – контроль;
- Опилки лиственных пород деревьев (ОПЛ);
- Опилки лиственных пород с добавлением 50% и 100% зоогумуса (ОПЛ+ЗГ50% и ОПЛ+ЗГ100%);
- Опилки лиственных пород с добавлением 15% пивной дробины (ОПЛ+ПД10%);
- Солома злаковых культур (С);
- Солома злаковых культур с добавлением 50% и 100% зоогумуса (С+ЗГ50% и С+ЗГ100%);
- Солома злаковых культур с добавлением 15% пивной дробины (С+ПД10%).

Результаты изучения роста мицелия гриба *L. edodes* на различных питательных субстратах приведены в таблице 3.

Таблица 3. Изучения роста мицелия гриба *L. edodes* на различных питательных субстратах

Чадвали 3. Омӯзиши афзоиши митселияи занбӯруғи *L. edodes* дар субстратҳои гуногуни ғизой

Table 3. Studies of mycelium growth of the fungus *L. edodes* on various nutrient substrates

Т	Субстра	3 сутки	5 сутки	7 сутки	% к контролю
	З(К)	2,5 ± 0,18	6,1 ± 0,54	11,4 ± 0,89	100%
	ОПЛ	1,3 ± 0,12	4,5 ± 0,28	8,0 ± 0,57	70%
	ОПЛ+ ЗГ 50%	3,4 ± 0,32	7,5 ± 0,57	13,4 ± 1,12	118%
	ОПЛ+ ЗГ 100%	2,7 ± 0,21	5,7 ± 0,50	10,9 ± 0,69	96%
	ОПЛ+ПД 10%	4,6 ± 0,27	9,0 ± 0,57	14,6 ± 1,13	128%
	С	0,9 ± 0,05	3,2 ± 0,28	5,6 ± 0,55	49%
	С+ЗГ 50%	4,1 ± 0,36	8,3 ± 0,57	12,1 ± 0,55	106%
	С+ЗГ 100%	2,2 ± 0,21	5,4 ± 0,42	8,9 ± 0,57	78%
	С+ПД 10%	4,1 ± 0,35	9,1 ± 0,78	13,1 ± 0,50	115%

В результате опыта удалось установить, что для выращивания посевного материала – мицелия гриба *L. edodes* подходят субстраты на основе опилок с добавлением 50% раствора зоогумуса, рост был на 18% выше, чем в контроле. Наилучший результат наблюдали на субстрате с опилками с добавлением 10% пивной дробины, рост был на 28% выше, чем в контрольном варианте. Также хороший результат был показан на субстрате на основе соломы с добавлением 50% раствора зоогумуса (скорость роста мицелия на 6% выше, чем в контроле) и субстрат с добавлением 10% пивной дробины (рост мицелия на 15% выше, чем в контрольном варианте). Медленнее всего мицелий рос на субстрате из соломы злаковых культур и опилках лиственных пород деревьев, видимо, это связано с недостаточной питательной ценностью субстратов. Повышение концентрации зоогумуса в субстрате до 100% также оказывало ингибирующее действие на рост мицелия гриба *L. edodes*.

Результаты изучения роста мицелия гриба *L. tigrinus* на различных питательных субстратах приведены в таблице 4.

Таблица 4. Изучения роста мицелия гриба *L. tigrinus* на различных питательных субстратах

Чадвали 4. Омӯзиши афзоиши митселияи занбӯруғи *L. tigrinus* дар субстратҳои гуногуни ғизоӣ

Table 4. Studies of the growth of the mycelium of the fungus *L. tigrinus* on various nutrient substrates

	среда	3 сутки	5 сутки	7 сутки	% к контролю
	З(К)	3,7 ± 0,25	6,7 ± 0,51	10,3 ± 0,75	100%
	ОПЛ	2,3 ± 0,16	5,8 ± 0,42	9,2 ± 1,07	89%
	ОПЛ+ ЗГ 50%	4,8 ± 0,41	8,9 ± 0,41	14,2 ± 0,50	138%
	ОПЛ+ ЗГ 100%	2,75 ± 0,21	5,75 ± 0,50	10,9 ± 0,69	106%
	ОПЛ+ПД 10%	5,2 ± 0,42	10,5 ± 0,86	14,5 ± 0,57	141%
	С	1,3 ± 0,11	3,2 ± 0,27	7,1 ± 0,41	69%
	С+ЗГ 50%	4,6 ± 0,41	7,7 ± 0,41	12,8 ± 0,86	124%
	С+ЗГ 100%	2,7 ± 0,17	5,1 ± 0,27	9,5 ± 0,55	92%
	С+ПД 10%	4,9 ± 0,42	9,60 ± 0,78	13,5 ± 0,50	131%

В результате опыта удалось установить, что для выращивания мицелия гриба *L. tigrinus* подходят субстраты на основе опилок с добавлением 50% раствора зоогумуса (рост мицелия на 38% выше, чем в контроле). Наилучший результат роста мицелия наблюдали на субстрате с опилками с добавлением 10% пивной дробины, рост мицелия на 41% был выше чем в контроле. Также хороший результат отмечали на субстрате на основе соломы с добавлением 50% раствора зоогумуса, скорость роста мицелия была

выше на 24% по сравнению с контролем, а в субстрате с добавлением 10% пивной дробины этот показатель достигал 31%.

По итогам проведенного исследования можно сделать вывод, что зерновая пивная дробина и зоогумус, продукт жизнедеятельности насекомого *H. illucens*, могут быть использованы для культивирования мицелия грибов *L. edodes* и *L. tigrinus*.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минпросвещения России: «Биотехнологическая утилизация органических отходов с использованием различных групп макро- и микроорганизмов и получение новых продуктов с заданными свойствами».

ЛИТЕРАТУРА

1. Гарибова Л.В. Выращивание грибов. – М.: Вече. 2005. – 95 с.
2. Гарибова Л.В., Сидорова И.И. 1997. Грибы: Энциклопедия природы России. – М.: Изд-во «АБФ». – 352 с.
3. Комин П.А. Особенности биологии гриба шиитаке (*Lentinula edodes* (Berk.) Pegler) на территории лесного участка пгсха «РЕЛИКТ ПРИМОРЬЯ». Вестник КрасГАУ. 2016. №6. – С 27-31..
4. Пендюрин Е.А. Использование зоокомпоста культивирования личинок мухи черная львинка (*Hermetia illucens*) при выращивании огурцов/ Е.А.Пендюрин, Л.М.Смоленская, А.В.Святченко//Вестник аграрной науки. - 2021. № 1 (88). – С.56-62.
5. Песцов Г.В. Экологически безопасная утилизация органических отходов и технология производства гриба *Pleurotus ostreatus* (вешенки обыкновенной)/ Г.В.Песцов, А.В.Третьякова// Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture. 2021. Т. 13. № 5. – С.26-40.
6. ГОСТ Р 53358-2009 Продукты пивоварения. Термины и определения. Введ. 2001-01-01. – М.: Изд. Стандартов, 2011. – 11 с.
7. Atila F. The use of phenolic-rich agricultural wastes for *Hericium erinaceus* and *Lentinula edodes* cultivation and its effect on yield performance. Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi. 2019. Vol. 56. – Pp.417-425. DOI: 10.20289/zfderg.446022 418. C.
8. Bolhassan M.H., Noorlidah A., Vikineswary S., Hattori T., Sumaiyah A., Noraswati M.N.R., Musa M.Y. Diversity and distribution of Polyporales in peninsular Malaysia. Sains Malays. 2012. Vol. 41. – Pp.155-161.
9. Boztok K., Erkip N. Growing Shiitake Mushrooms (*Lentinula edodes*) On Tree Logs. Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi. 2002. Vol. 39(1). – Pp.149-155.
10. Dulay R.M.R., Kalaw S.P., Reyes R.G., Cabrera E.C., Alfonso N.F. Optimization of culture conditions for mycelial growth and basidiocarp production of *Lentinus tigrinus* (Bull.) Fr., a new record of domesticated wild edible mushroom in the Philippines. Philippine Agricultural Scientist. 2012. Vol. 95. – Pp.278-285.
11. Dulay R.M.R., Miranda L.A., Malasaga J.S., Kalaw S.P., Reyes R.G., Hou C.T. Antioxidant and antibacterial activities of acetonitrile and hexane extracts of *Lentinus tigrinus* and *Pleurotus djamour*. Biocatalysis and Agricultural Biotechnology 2017. Vol. 9. – Pp.141-144.
12. Kitzberger C.S.G., Smania A. Jr., Pedrosa R.C., Regina S., Ferreira S. Antioxidant and antimicrobial activities of shiitake (*Lentinula edodes*) extracts obtained by organic solvents and supercritical fluids. Journal of Food Engineering. 2007. Vol. 80 (2). – Pp.631-638.
13. Niazi A.R., Ghaffoor A., Laraib R. Domestication of a wild edible and nutritious mushroom *Lentinus tigrinus* from Pakistan. Horticultura Brasileira. 2022. Vol. 40. – Pp.288-294. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/s0102-0536-20220307>.
14. Rabinovich M.L. Ethanol production from materials containing cellulose: The potential of Russian research and development. Applied Biochemistry and Microbiology. 2006. Vol. 42. № 1. – Pp. 1-26.
15. Zhang Y., Ming, G., Kaiping W., Zhixiang C., Liquan D., Jingyu L., Fang Z. Structure, chain conformation and antitumor activity of a novel polysaccharide from *Lentinus edodes*. Fitoterapia. 2010. Vol. 81 (8). – Pp.1163-1170.

REFERENCES

1. Garibova L.V. Mushroom cultivation. – M.: Veche, 2005. - 95 p.
2. Garibova L.V., Sidorova I.I. 1997. Mushrooms: Encyclopedia of nature of Russia. – M.: Publishing house "ABF". – 352 p.
3. Komin P.A. Features of the biology of the shiitake mushroom (*Lentinula edodes* (Berk.) Pegler) on the territory of the forest area of the PSHA "RELICT OF PRIMORYE". Bulletin of KrasGAU. 2016. No. 6. – Pp.27-31.
4. Pendyurin E.A., Smolenskaya L.M., Sviatchenko A.V. The use of a zoo-compost for cultivating larvae of the black lion fly (*Hermetia illucens*) when growing cucumbers. Bulletin of Agrarian Science. 2021. No. 1. (88). – Pp.56-62.

5. Pestsov G.V., Tretyakova A.V. Environmentally safe disposal of organic waste and production technology of the mushroom *Pleurotus ostreatus* (oyster mushroom). Siberian Journal of Life Sciences and Agriculture. 2021. Vol. 13. No. 5. – Pp.26-40.
6. GOST R 53358-2009 Brewing products. Terms and definitions. Introduction. 2001-01-01. – M.: Publishing House of Standards. 2011. – 11 p.
7. Atila F. The use of phenolic-rich agricultural wastes for *Hericium erinaceus* and *Lentinula edodes* cultivation and its effect on yield performance. Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi. 2019. Vol. 56. – Pp.417-425. DOI: 10.20289/zfderg.446022. 418. P.
8. Bolhassan M.H., Noorlidah A., Vikineswary S., Hattori T., Sumaiyah A., Noraswati M.N.R., Musa M.Y. Diversity and distribution of Polyporales in peninsular Malaysia. Sains Malays. 2012. Vol. 41. – Pp.155-161.
9. Boztok K., Erkip N. Growing Shiitake Mushrooms (*Lentinula edodes*) On Tree Logs. Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi. 2002. Vol. 39(1). – Pp.149-155.
10. Dulay R.M.R., Kalaw S.P., Reyes R.G., Cabrera E.C., Alfonso N.F. Optimization of culture conditions for mycelial growth and basidiocarp production of *Lentinus tigrinus* (Bull.) Fr., a new record of domesticated wild edible mushroom in the Philippines. Philippine Agricultural Scientist. 2012. Vol. 95. – Pp.278-285.
11. Dulay R.M.R., Miranda L.A., Malasaga J.S., Kalaw S.P., Reyes R.G., Hou C.T.. Antioxidant and antibacterial activities of acetonitrile and hexane extracts of *Lentinus tigrinus* and *Pleurotus djamour*. Biocatalysis and Agricultural Biotechnology 2017. Vol. 9. – Pp.141-144.
12. Kitzberger C.S.G., Smania A. Jr., Pedrosa R.C., Regina S., Ferreira S. Antioxidant and antimicrobial activities of shiitake (*Lentinula edodes*) extracts obtained by organic solvents and supercritical fluids. Journal of Food Engineering. 2007. Vol. 80 (2). – Pp.631-638.
13. Niazi A.R., Ghafoor A., Laraib R. Domestication of a wild edible and nutritious mushroom *Lentinus tigrinus* from Pakistan. Horticultura Brasileira. 2022. Vol. 40. – Pp.288-294. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/s0102-0536-20220307>.
14. Rabinovich M.L. Ethanol production from materials containing cellulose: The potential of Russian research and development. Applied Biochemistry and Microbiology. 2006. Vol. 42. No. 1. – Pp.1-26.
15. Zhang Y., Ming, G., Kaiping W., Zhixiang C., Liquan D., Jingyu L., Fang Z. Structure, chain conformation and antitumor activity of a novel polysaccharide from *Lentinus edodes*. Fitoterapia. 2010. Vol. 81 (8). – Pp.1163-1170.

РУШДИ МИТМЕЛИЯИ ЗАНБҶУРҶИ *LENTINULA EDODES* ВА *LENTINUS TIGRINUS* ДАР СУБСТРАТҶОИ ФИЗОӢ

Навҷҳои *Lentinula edodes* ва *Lentinus tigrinus* занбҷуруҷҳои муҳимми ошӣ ва шифобахшанд. Барои парвариши ин занбҷуруҷҳо, маводи ғизоӣ ва субстратҳо дар асоси партовҳои гуногуни кишоварзӣ ва истеҳсоли пиво омӯхта шуданд. Ҳамчун илова ба муҳити ғизоӣ ва субстратҳо пешниҳод карда мешавад, ки зоогумус, маҳсулоти партови ҳашароти *Hermetia illucens* ва ва истеҳсоли оби ҷав, ки партови асосии саноати пивопазӣ мебошад, истифода шавад. Дар натиҷаи таҳқиқот маълум гардид, ки ин партовҳо чузъҳои перспективии муҳити ғизоӣ ва субстрат буда, дар парвариши занбҷуруҷҳо истифода мешаванд.

Калидвожаҳо: *Lentinula edodes*, *Lentinus tigrinus*, митселий, донаҳои коркардшуда, зоогумус, *Hermetia illucens*.

ВЫРАЩИВАНИЕ МИЦЕЛИЯ ГРИБОВ *LENTINULA EDODES* И *LENTINUS TIGRINUS* НА РАЗЛИЧНЫХ ПИТАТЕЛЬНЫХ СРЕДАХ И СУБСТРАТАХ

Виды *Lentinula edodes* и *Lentinus tigrinus* являются важными съедобными и лекарственными грибами. Для культивирования этих грибов были изучены питательные среды и субстраты на основе различных отходов сельского хозяйства и пивного производства. В качестве добавок к питательным средам и субстратам предлагается использовать зоогумус – продукт жизнедеятельности насекомого *Hermetia illucens* и зерновую пивную дробину – основной твердый отход пивоваренной промышленности. В результате исследования было установлено, что данные отходы являются перспективными компонентами питательных сред и субстратов и могут быть использованы в грибоводстве.

Ключевые слова: *Lentinula edodes*, *Lentinus tigrinus*, мицелий, пивная дробина, зоогумус, *Hermetia illucens*

GROWING THE MYCELIUM OF THE MUSHROOMS *LENTINULA EDODES* AND *LENTINUS TIGRINUS* ON VARIOUS NUTRITIONAL MEDIA AND SUBSTRATES

Lentinula edodes and *Lentinus tigrinus* species are important edible and medicinal mushrooms. For the cultivation of these fungi, nutrient media and substrates based on various agricultural and beer production wastes were studied. As additives to nutrient media and substrates, it is proposed to use zoohumus, a waste product of the *Hermetia illucens* insect, and grain brewer's grains, the main solid waste

of the brewing industry. Because of the study, it was found that these wastes are promising components of nutrient media and substrates and can be used in mushroom growing.

Key words: Lentinula edodes, Lentinus tigrinus, mycelium, spent grains, zoohumus, Hermetia illucens.

Маълумот дар бораи муаллифон: Третьякова Анастасия Валеревна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, корманди хурди илмӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» Телефон: +7 (980) 729-31-69. E-mail: glazynovaanastasiya@gmail.com

Пестсов Георгий Вячеславович - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, доктори илмҳои кишоварзӣ, профессор. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка». Телефон: +7 (915) 781-15-45. E-mail: georgypestsov@gmail.com

Мягкова Анастасия Сергеевна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Технопарки салоҳиятҳои умумии педагогӣ, омӯзгори таҳсилоти иловагӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка». Телефон: +7 (953)-424-47-80. E-mail: myagkova.nastasia@gmail.com

Воронсов Владислав Сергеевич - Муассисаи Бучетии Давлатии Федералии Фарҳанг Манӯбоҳои Давлатии Ёдгорӣ ва табиӣ осорхона, мудири маҷмааи ёдгорӣ-табиӣ. **Суроға:** Русия, Тула, ноҳияи Шекински. Телефон: +7 905 114 65 54. E-mail: vl.vorontzov@yandex.ru

Прокудина Ольга Владимировна - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, лаборант. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» Телефон: +7 (902) 753-24-90. E-mail: prokudinaolga11@gmail.com

Мухторов Лоик Гургович - Донишгоҳи давлатии педагогии шаҳри Тула ба номи Л. Н. Толстой, Маркази бартарии технологӣ-кимиёвӣ ва биотехнологияи пешрафта, корманди илмӣ. **Суроға:** 300026, Русия, Тула, хиёбони Ленин, 125. ЧДММ «Львинка» Телефон: +7 (953) 188-46-16. E-mail: mukhtorov.loik@mail.ru

Каримов Махмадкул Бобоевич - Филиали Донишгоҳи Миллии Таҳқиқоти Технологии "МИСиС", доктори илҳои химия, профессор. **Суроға:** Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, кӯчаи Назаршоев, 7. Телефон: +992 (919) 410241. E-mail: karimovm.b@mail.ru

Сведения об авторах: Третьякова Анастасия Валерьевна – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр технико-химического совершенства и передовой биотехнологии, младший научный сотрудник. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка» **Телефон:** +7 (980) 729-31-69. **E-mail:** glazynovaanastasiya@gmail.com

Пестсов Георгий Вячеславович – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, доктор сельскохозяйственных наук, профессор. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка». **Телефон:** +7 (915) 781-15-45. **E-mail:** georgypestsov@gmail.com

Мягкова Анастасия Сергеевна – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Технопарк универсальных педагогических компетенций, педагог дополнительного образования. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка». Телефон: +7 (953)-424-47-80. E-mail: myagkova.nastasia@gmail.com

Воронсов Владислав Сергеевич - Федеральное государственное бюджетное учреждение культуры, Государственный памятник-заповедник и музей природы, заведующий натуралистическим комплексом. **Адрес:** Россия, Тула, Щёкинский район. **Телефон:** +7 905 114 65 54. **E-mail:** vl.vorontzov@yandex.ru

Прокудина Ольга Владимировна – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр передового технологического, химического и биотехнологического совершенства, лаборант. **Адрес:** 300026, Россия, г. Тула, проспект Ленина, 125. ООО «Львинка» **Телефон:** +7 (902) 753-24-90. **E-mail:** prokudinaolga11@gmail.com

Мухторов Лоик Гургович – Тульский государственный педагогический университет им. Н. Толстой, Центр передового технологического, химического и биотехнологического совершенства, научный сотрудник **Адрес:** 300026, г. Тула, пр. Ленина, 125. ООО «Львинка» Телефон: +7 (953) 188-46-16. **E-mail:** mukhtorov.loik@mail.ru

Каримов Махмадкул Бобоевич – Филиал Национального исследовательского технологического университета «МИСиС», доктор химических наук, профессор. **Адрес:** Республика Таджикистан, Душанбе, улица Назаршоева, 7. **Телефон:** +992 (919) 410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Information about the authors: Tretyakova Anastasia Valerievna– Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Technical and Chemical Excellence and Advanced Biotechnology, junior researcher. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (980) 729-31-69. **E-mail:** glazynovaanastasiya@gmail.com

Pestov Georgy Vyacheslavovich – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Doctor of Agricultural Sciences, Professor. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (915) 781-15-45. **E-mail:** georgypestov@gmail.com

Myagkova Anastasia Sergeevna – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Technopark of universal pedagogical competencies, teacher of additional education. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (953)-424-47-80. **E-mail:** myagkova.nastasia@gmail.com

Voronov Vladislav Sergeevich - Federal State Budgetary Institution of Culture, State Monument-Reserve and Museum of Nature, head of the naturalistic complex. **Address:** Russia, Tula, Shchekinsky district. **Phone:** +7 905 114 65 54. **E-mail:** vl.vorontzov@yandex.ru

Prokudina Olga Vladimirovna – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Advanced Technological, Chemical and Biotechnological Excellence, laboratory assistant. **Address:** 300026, Russia, Tula, Lenin Avenue, 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (902) 753-24-90. **E-mail:** prokudinaolga11@gmail.com

Mukhtorov Loik Gurgovich – Tula State Pedagogical University named after. N. Tolstoy, Center for Advanced Technological, Chemical and Biotechnological Excellence, Researcher **Address:** 300026, Tula, Lenin Ave., 125. LLC "Lvinka". **Phone:** +7 (953) 188-46-16. **E-mail:** mukhtorov.loik@mail.

Karimov Makhmadkul Boboevich – Branch of the National Research Technological University “MISiS”, Doctor of Chemical Sciences, Professor. **Address:** Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nazarshoeva street, 7. **Phone:** +992 (919) 410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

**МУВОЗИНАТҲОИ ФАЗАГИИ СИСТЕМАИ К, Са, Al //SO₄,F–H₂O ДАР
ҲАРОРАТИ 0°С**

Мухторов П.А.

Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айни

Қонуниятҳои мувозинатҳои фазагии системаҳои бисёркомпонента омили асосии бунёди шароити оптималии технологӣ, коркарди ашёи хоми табиӣ ва техникаии партовҳо мебошанд. Системаи панҷкомпонентаи обӣ-намакии К,Са,Al//SO₄,F–H₂O қисми таркибии системаи мураккаби шашкомпонентаи аз сульфатҳо, фторидҳои калий, калсий ва алюминий иборат буда, донистани қонуниятҳои сохти мувозинатҳои фазагии системаҳои химиявӣ, ғайр аз аҳмияти назариявӣ, инчунин аҳамияти ҷиҳати илмӣ – амалӣ, доранд, ки онҳо хусусан дар коркарди ашиёҳои хоми табиӣ ва техникаи зарур мебошад.

Дар ин маврид, чи тавре ки аз таҳлилҳои адабиёт [1,18] бармеояд системаи панҷкомпонентаи К,Са,Al//SO₄,F–H₂O дар ҳарорати 0°С омӯхта нашудааст. Маълумоти кофӣ оид ба системаҳои чоркомпонентаи онро ташкилдиҳанда вучуд надоранд.

Дар кори мазкур натиҷаҳои тадқиқоти мувозинатҳои фазагии системаи К,Са,Al//SO₄,F–H₂O барои ҳарорати 0°С бо усули транслятсия [2-6] пешниҳод шудааст, ки он аз принципи мутобиқат бар омада, имконияти дар як диаграмма ҷойгиршавии элементҳои геометрии системаҳои ҷузъии n- компонента ва умумии n+1 компонентаро дар назар дорад [7-9].

Мувофиқи усули транслятсия аз ҷониби яке аз асосгузори таҳлили физико – химиявӣ профессор Л.Солиев пешниҳод гардидааст, бармеояд, ки бо зиёдшавии компонентнокии системаи химиявӣ аз сатҳи n то n+1 элементҳои геометрӣ (нуқтаҳои нонварианти, хатҳои моноварианти, майдонҳои диварианти) – и системаи n- компонента андозаи худро бо як ченак зиёд карда, дар шакли трансформатсияшуда ба сатҳи n+1 компонента интиқол мешаванд. Элементҳои геометрии интиқолшуда дар сатҳи n+1 компонентагӣ мутобиқи хосиятҳои топологии худ ва қоидаи фазаи Гиббс элементҳои геометрии сатҳи n+1 ро бунёд мекунанд. Истифодаи усули транслятсия барои пешгуи намудан ва сохтани диаграммаи мувозинатҳои фазагии дигар системаи бисёркомпонентаи обӣ – намакӣ дар қорҳои [10 -17] дақиқтар оварда шудааст.

Системаи панҷкомпонентаи омӯхташаванда аз системаҳои чоркомпонентаи зерин: KF–CaF₂–AlF₃–H₂O; K₂SO₄–CaSO₄–Al₂(SO₄)₃–H₂O; К,Са //SO₄, F–H₂O; Са,Al//SO₄,F–H₂O ва К,Al//SO₄,F–H₂O, иборат мебошанд. Онҳо қисман аз ҷониби мо бо усули транслятсия омӯхта шудааст [19-20].

Нуқтаҳои нонвариантии системаҳои чоркомпонента ва фазаҳои сохти мувозинатии онҳо дар ҷадвали 1 чамъ оварда шудааст.

Ҷадвали 1. Мувозинатҳои фазагии системаи К,Са,Al //SO₄,F–H₂O дар нуқтаҳои нонвариантии сатҳи чоркомпонента барои ҳарорати 0 °С

Таблица 1. Нонвариантные точки системы К,Са,Al //SO₄,F–H₂O

при 0°С на уровне четырёхкомпонентного состава

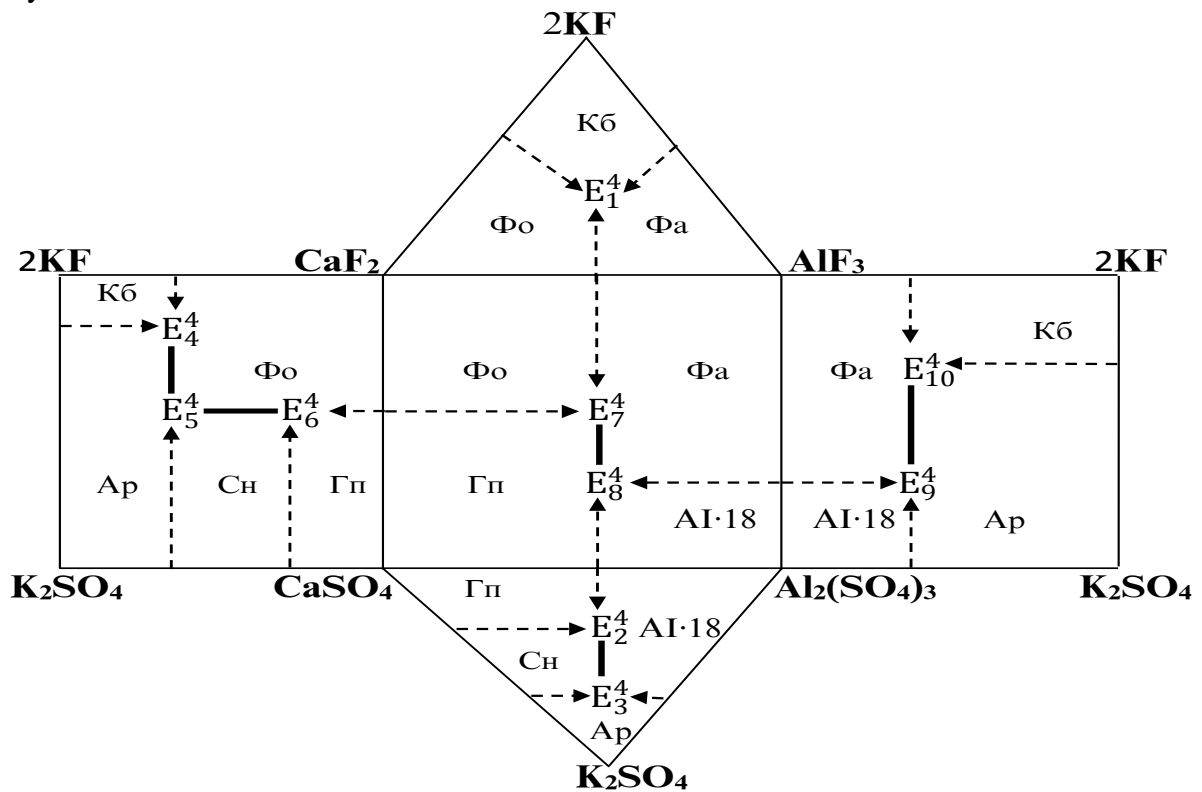
Table 1. Phase compositions of the precipitates corresponding to the invariant points of the К,Са,Al //SO₄,F–H₂O system at 0°С at the four_ component level

Нуқтаҳои нонварианти	Фазаҳои сохти дар мувозинатбуда	Нуқтаҳои нонварианти	Фазаҳои сохти дар мувозинатбуда
Системаи KF–CaF ₂ –AlF ₃ –H ₂ O		E_6^4	Ф ₀ + С _н + Г _п

E_1^4	$\Phi_0 + \Phi_a + K_6$	Системаи Ca,Al//SO ₄ ,F-H ₂ O	
Системаи K ₂ SO ₄ -CaSO ₄ -Al ₂ (SO ₄) ₃ -H ₂ O		E_7^4	$\Phi_0 + \Gamma_{II} + \Phi_a$
E_2^4	$C_{II} + \Gamma_{II} + Al \cdot 18$	E_8^4	$\Gamma_{II} + \Phi_a + Al \cdot 18$
E_3^4	$Ap + C_{II} + Al \cdot 18$	Системаи K,Al//SO ₄ ,F-H ₂ O	
Системаи K,Ca//SO ₄ ,F-H ₂ O		E_9^4	$\Phi_a + Al \cdot 18 + Ap$
E_4^4	$K_6 + Ap + \Phi_0$	E_{10}^4	$Ap + K_6 + \Phi_a$
E_5^4	$Ap + \Phi_0 + C_{II}$		

Дар чадвали 1 ва минбаъд E ишораи нуқтаи нонварианти буда, дараҷааш ифодаи компонентнокии система ва индексаш рақами тартибии нуқтаи нонварианти мебошад. Барои системаи таҳқиқшаванда чунин ишораҳои шартӣ қабул карда шудааст: Ap – *арканит* – K₂SO₄; Γ_{II} – *гипс* – CaSO₄·2H₂O; Al·18 – Al₂(SO₄)₃·18H₂O; K₆ – *каробшит* – KF; Φ₀ – *флюорит* – CaF₂; Φ_a – AlF₃; ва C_{II} – K₂SO₄·CaSO₄·H₂O.

Барои пешгӯӣ ва сохтани мувозинатҳои фазагии системаи панҷкомпонентаи K,Ca,Al//SO₄,F-H₂O дар ҳарорати 0°C, аз далелҳои дар чадвали 1 истифода намуда, диаграммаи мувозинатҳои фазагии системаи чоркомпонентагӣ сохта шуда, ки қисми намакии он дар расми 1. дар намуди призмаи кушода оварда нишон дода шудааст.

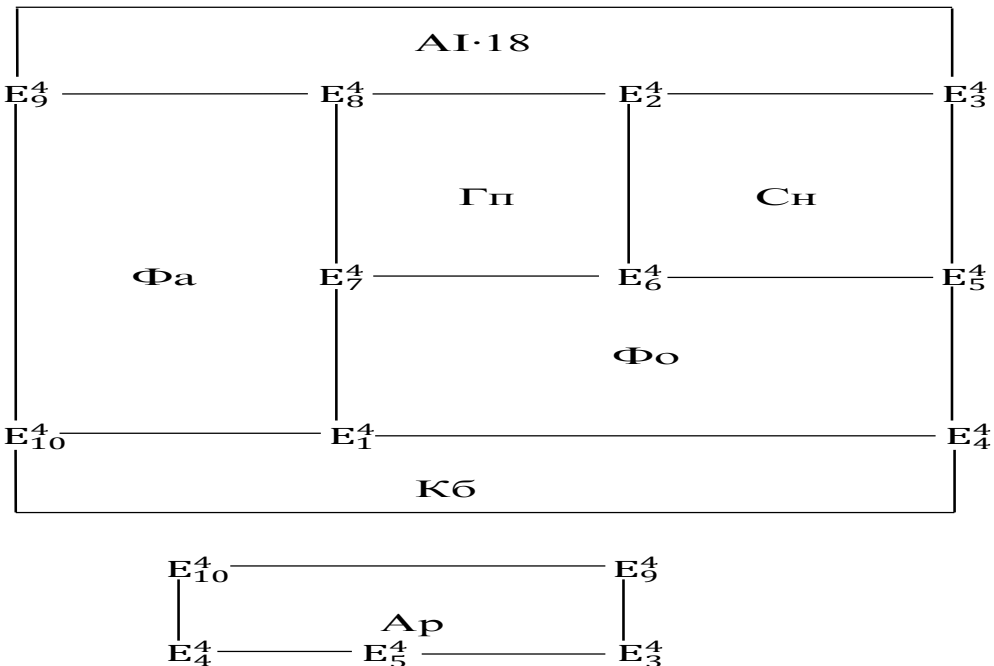


Расми 1. Қисми намакии диаграммаи мувазинатҳои фазагии системаи $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ барои ҳарорати $0^\circ C$ дар шакли призмаи кушод

Рисунок 1. Диаграмма фазовых равновесий системы $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ при $0^\circ C$ в виде открытой призмы

Figure 1. Development of the salt part of the phase diagram for the $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ system at $0^\circ C$ at the four-component level

Баъди бо ҳам алоқаманд кардани майдонҳои кристаллизатсионие, ки дар шакли призмаи кушод системаро ташкил мекунад, диаграммаи мувазинатҳои фазагии системаи панҷкомпонентаро дар сатҳи чоркомпонентагӣ сохтем, ки он дар расми 2 овардашудааст. Мувазинатҳои фазагӣ дар шакли геометрии системаи панҷкомпонента тадқиқшавандаро иникос менамоянд.

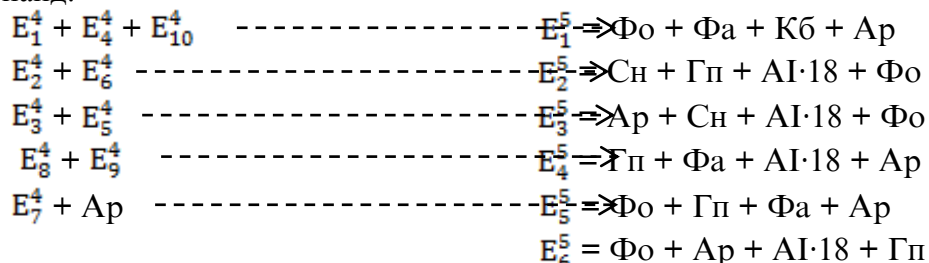


Расми 2. Диаграммаи мувазинатҳои фазагии системаи $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ дар сатҳи чоркомпонентагӣ барои ҳарорати $0^\circ C$

Рисунок 2. Схематическая диаграмма фазовых равновесий системы $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ при $0^\circ C$ на уровне четырёхкомпонентного состава

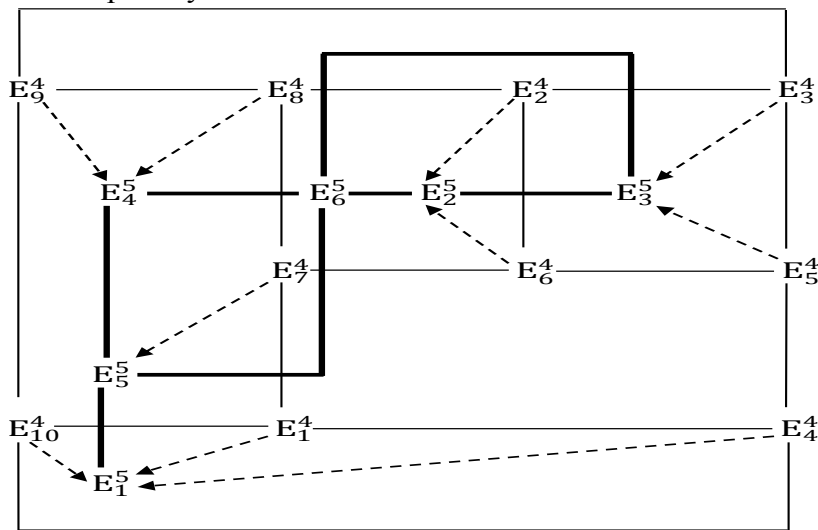
Figure 2. Schematic phase diagram for the $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ system at $0^\circ C$ at the four-component level

Транслятсияи нуктаҳои нонвариантии сатҳи чоркомпонента ба сатҳи панҷкомпонентагӣ чунин нуктаҳои нонвариантии сатҳи панҷкомпонентаро ҳосил мекунад:



Чи тавре мебинем, дар натиҷаи транслятсияи нуктаҳои нонвариантии сатҳи чоркомпонентаи системаи $K, Ca, Al/SO_4, F-H_2O$ дар ҳарорати $0^\circ C$ 5 нуктаи нонвариантии сатҳи панҷкомпонента ҳосил мешавад, ки аз онҳо 3- тоаш таввасути транслятсияи дугарафа, 1- тоаш яктарафа ва 1- тои дигараш бошад, сетаарафа ҳосил шудаанд. Чи тавре аз сохтори диаграмма дида мешавад, майдонҳои Гп +

Al·18, Ap + Al·18, Ap + Фo ва Фo + Гп махдуд нестанд ва барои махдуд намудани майдонҳо ва сарбаст намудани сохтори диаграмма нуқтаи нонвариантии мобайнии шашум муайян намудем ва диаграммаи сарбастии сатҳи чор–панҷкомонентагиро сохтем, ки он дар расми 3 оварда шудааст.

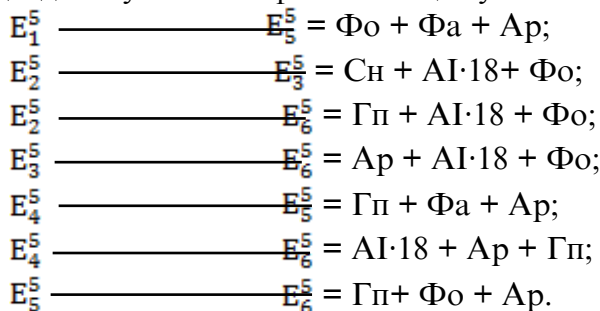


Расми 3. Диаграммаи мувозинатҳои фазагии сатҳи чор – панҷ комонентаи системаи $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ барои ҳарорати $0^{\circ}C$, ки бо усули транслятсия сохта шудааст

Рисунок 3. Диаграмма фазовых равновесий системы $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ при $0^{\circ}C$, построенная методом трансляции

Figure 3. Schematic phase diagram for the $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ system at $0^{\circ}C$ at the five-component level, constructed by the translation method

Дар расми 3 хатти моновариантии яклухти борик нуқтаҳои нонвариантии сатҳи таркиби чоркомонентаи системаро пайваст мекунамд, ифода менамояд. Хатҳои пунктирӣ бошад бошад дар натиҷаи транслятсияи нуқтаҳои нонвариантии сатҳи чор ҳосил шуда, хатҳои моновариантии сатҳи панҷкомонента мебошад. Хатҳо моноиванданд ва мувозинати фазавии онҳо чунин мешавад:



Барои гуворо хондани диаграмма расми 3 онро аз рӯи майдонҳои диварианти контури майдонҳои онҳо нишон дода шудааст (ҷадвали 2).

Ҷадвали 2. Контури майдонҳои диварианти дар системаи $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ барои $0^{\circ}C$

Таблица 2. Равновесные твердые фазы нонвариантных точек системы $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ при $0^{\circ}C$

Table 2. List and contours of divariant fields of the $K, Ca, Al//SO_4, F-H_2O$ system at $0^{\circ}C$

Фазаҳои саҳти мувозинатӣ	Контури майдон дар диаграмма (Расми 3)	Фазаҳои саҳти мувозинатӣ	Контури майдон дар диаграмма (Расми 3)

$\Phi_0 + \text{K}\delta$		$\Phi_0 + \text{A}\rho$	
$\Phi_a + \Phi_0$		$\text{A}\rho + \text{K}\delta$	
$\Phi_a + \text{K}\delta$		$\text{C}_H + \Phi_0$	
$\text{C}_H + \text{AI}\cdot 18$		$\Phi_0 + \Gamma\Pi$	
$\text{C}_H + \Gamma\Pi$		$\Gamma\Pi + \text{C}_H$	

	E_6^4 ----->		E_8^4 -----> E_4^5
Гп + Al·18	E_2^4 --> E_2^5 — E_6^5 E_8^4 -----> E_4^5	Фа + Al·18	E_8^4 -----> E_5^5 E_9^4 ----->
Сн + Ар	E_3^4 -----> E_3^5 E_5^4 ----->	Фа + Ар	E_9^4 -----> E_5^5 E_{10}^4 -----> E_1^5
Ар + Al·18	E_3^4 -----> — E_3^5 E_6^5 E_5^4 -----> E_4^5	Фo+Al·18	E_6^5 — E_3^5 E_2^5 —
		Гп+Ар	E_6^5 — E_5^5 E_4^5 —

Хамин тавр барои системаи панҷкомпонентаи К,Са,Al//SO₄,F-H₂O дар ҳарорати 0⁰С чунин теъдоди элементҳои геометрӣ, дар сатҳи чоркомпонента (А) ва дар сатҳи панҷкомпонента (Б), хос мебошанд:

Сатҳи компонентнокӣ	А	Б

Нуқтаҳои нонварианти	10	6
Хатҳои моноварианти	15	17
Майдонҳои диварианти	7	17

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем. - Т. 2. - кн. 1-2. - СПб.: Химиздат, 2004. – 1248с.
2. Солиев Л. Прогнозирование строения диаграмм фазовых равновесий многокомпонентных водно-солевых систем методом трансляции. / Л. Солиев // – М.: 1987. – С. 28.
3. Солиев Л. Прогнозирование фазовых равновесий в многокомпонентной системе морского типа методом трансляции (Книга 1). / Л. Солиев //–Душанбе: ТГПУ, 2000. –247 с.
4. Солиев, Л. Прогнозирование фазовых равновесий в многокомпонентной системе морского типа методом трансляции / Л. Солиев // Кн. 2. - Душанбе: Шуджойён, 2011. – 147 с.
5. Солиев, Л. Прогнозирование фазовых равновесий в многокомпонентной системе морского типа методом трансляции / Л. Солиев // Кн.3. –Душанбе: ЭР-граф, 2019. – 236 с.
6. Горошенко, Я.Г. Массцентрический метод изображения многокомпонентных систем. / Я.Г. Горошенко // – Киев: Наукова думка, 1982. –264с.
7. Tursunbadalov, S., Soliev, L. (2016). Phase equilibria in multicomponent water-salt systems. / S.Tursunbadalov, L.Soliev // Journal of Chemical Engineering Data, 61 (7). –С. 2209–2220.
8. Трунин, А.С. Комплексная методология исследования многокомпонентных систем / А.С. Трунин // –Самара, 1997. –307 с.
9. Трунин, А.С. О методологии экспериментального исследования многокомпонентных солевых систем / А.С. Трунин // Тр. Инта геол. И геофиз. СО АН СССР, –1980. № 443. – С.37 – 73.
10. Тошов, А.Ф. Прогнозирование фазовых равновесий в системе $K, Mg, Ca || SO_4, Cl - H_2O$ методом трансляции: автореферат диссертации к.х.н. / А.Ф. Тошов // – 2000. – 25 с.
11. Авлоев Ш.Х. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, K || SO_4, CO_3, F - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / Ш.Х. Авлоев // - Душанбе, –2007. –22с.
12. Мухторов П.А. Муайянсозии мувозинатҳои фазагии системаи $Ca, Al || SO_4, F - H_2O$ дар ҳарорати 25⁰С / П.А. Мухторов М.Б. Усмонов Ш. Мухиддинов С.А. Урозова Х. Рустамов / Паёми донишгоҳи омӯзгорӣ №1(10-11) (9-10-уми декабри соли 2021). – С.378– 381.
13. Мусоджонова Дж.М. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, K || SO_4, HCO_3, F - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / Дж.М. Мусоджонова // – Душанбе, 2011. –23 с.
14. Усмонов М.Б. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, Ca || SO_4, CO_3, F - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / М.Б. Усмонов // ш. Душанбе, 2015. –24с.
15. Валантино Н. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, Ca || SO_4, HCO_3, F - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / Н. Валантино // - Душанбе, 2016. –25с.
16. Гуломикбол Г. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, Ca || CO_3, HCO_3, F - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / Г. Гуломикбол // - Душанбе, – 2018, – 29с.
17. Жумаев М.Т. Фазовые равновесия и растворимость в системе $Na, Ca || SO_4, CO_3, HCO_3 - H_2O$ при 0 и 25⁰С. Автореферат диссертации к.х.н. / М.Т. Жумаев // - Душанбе, 2018. – 24с.
18. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем. Т.1, Кн. 1-2, – СПб.: Химиздат, – 2003. – 1152 с.
19. Усмонов М. Фазовые равновесия системы $K, Ca || SO_4, F - H_2O$ при 0⁰С/ Солиев Л., Мухторов П., Мухиддинов Ш., Урозова С., Чабборов И // Экологобезопасные и ресурсосберегающие технологии и материалы. –Улан – Удэ. –2020. – С.161 – 163.
20. Мухторов П.А. Таҳлили муқоисавии мувозинатҳои фазагии системаи $K_2SO_4 - CaSO_4 - Al_2(SO_4)_3 - H_2O$ дар ҳароратҳои 0 ва 25⁰С. / П.А. Мухторов, А. Махмадмуродов, М.Б. Усмонов. // Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» (28 - 29 октября 2022 года). – С.107– 112.

REFERENCE LITERATURE

1. Experimental data on the solubility of multicomponent water-salt systems Handbook. – Vol. II. – В. 1- 2. – SPb.: Khimizdat, – 2004. – 1248 p.

2. Soliev L. Prediction of the structure of phase equilibrium diagrams of multicomponent water-salt systems by the translation method / L. Soliev // –M., 1987. – Pp.28.
3. Soliev, L. Prediction of phase equilibria in a multicomponent system of the marine type by the translation method (book 1) / L. Soliev // - Dushanbe: TSPU, 2000. – 247 p.
4. Soliev, L. Prediction of phase equilibria in a multicomponent system of the marine type by the translation method (book 2) / L. Soliev // - Dushanbe: Schugoion, 2011. – 147 p.
5. Soliev, L. Prediction of phase equilibria in a multicomponent system of the marine type by the translation method (book 3) / L. Soliev // – Dushanbe: Er-Graf, 2019. – 236 p.
6. Goroshchenko, Ya. G. Masscentric image method of multicomponent systems / Ya. G. Goroshchenko// – Kiev: Naukova Dumka, 1982. – 264 p.
7. Tursunbadalov, S., Soliev, L. (2016). Phase equilibria in multicomponent water-salt systems. / S.Tursunbadalov, L. Soliev // Journal of Chemical Engineering Data, 61 (7). – Pp. 2209-2220.
8. Trunin, A.S. Complex methodology for the study of multicomponent systems / A.S. Trunin // – Samara, 1997. – 307 p.
9. Trunin, A.S. On the methodology of experimental study of multicomponent salt systems / A.S. Trunin // Tr. Institute of Geol. and geophysicist. SO AN SSSR, 1980. No. 443. – Pp.37 – 73.
10. Toshov, A.F. Prediction of phase equilibria in the K, Mg, Ca // SO₄, Cl -H₂O system by the translation method: abstract of Ph.D. thesis / A.F. Toshov // – 2000. – 25 p.
11. Avioev, Sh.H. Prediction of phase equilibria in the Na, K||SO₄, CO₃, F-H₂O system by the translation method: abstract of Ph.D. thesis / Sh.H. Avioev // – 2007. – 22 p.
12. Muhtorov, P. Phase equilibria in the Ca, Al//SO₄, F – H₂O system at 25 °C / P. Muhtorov, M. Usmonov, Sh. Muhiddinov, S. Urozova, H. Rustamov // Bulletin of TSPU them. S. Aini. No. 1(10-11) (December 9-10, 2021). – Pp. – 378-381.
13. Musodjonova, Dj. M. Phase equilibria and solubility in the Na,K||SO₄,HCO₃,F-H₂O system at 0 and 25°C. Abstract of the dissertation Ph.D / Dj. M. Musodjonova // – 2011. – 23p.
14. Usmonov, M. B. Phase equilibria and solubility in the Na,Ca||SO₄,CO₃,F-H₂O system at 0 and 25oC. Abstract of the dissertation Ph.D / M.B. Usmonov // – 2015. – 24 p
15. Valentino, H. Phase equilibria and solubility in the Na,Ca||SO₄,HCO₃,F-H₂O system at 0 and 25oC. Abstract of the dissertation Ph.D / H. Valentino // – 2016. –25 p.
16. Gulomiqbol, G. Phase equilibria and solubility in the Na,Ca||CO₃,HCO₃,F-H₂O system at 0 and 25oC. Abstract of the dissertation Ph.D / G. Gulomiqbol // – 2018. –29 p.
17. Zhumaev M.T. Phase equilibria and solubility in the Na,Ca||SO₄,CO₃,HCO₃-H₂O system at 0 and 25oC. Abstract of the dissertation Ph.D. / M.T. Zhumaev// - Dushanbe, – 2018. – 24 p.
18. Experimental data on the solubility of multicomponent water-salt systems (reference). – Vol.1. – B. 1-2. – SPb.: Khimizdat, – 2003. – 1152 p.
19. Usmonov M. Phase equilibria of the K,Ca//SO₄,F–H₂O system at 0oC/ Soliev L., Mukhtorov P., Mujiddinov Sh., Urozova S., Gabborov I // Environmentally safe and resource-saving technologies and materials. - Ulan – Ude: – 2020. – Pp. 161 – 163.
20. Mukhtorov P.A. Comparative analysis of phase equilibria and solubility in the K₂SO₄–CaSO₄–Al₂(SO₄)₃–H₂O system at 0 and 25°C. / P.A. Mukhtorov, A. Makhmadmurodov, M.B. Usmonov // Branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov in the city of Dushanbe. Materials of the republican scientific-practical conference "Actual problems and prospects for the development of natural and exact sciences" (October 28 - 29, 2022). – Pp. 107–112.

МУВОЗИНАТҲОИ ФАЗАГИИ СИСТЕМАИ К,Са,Ал//SO₄,F–H₂O ДАР ҲАРОРАТИ 0°С

Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои муайянсозии мувозинатҳои фазাগӣ дар системаи химиявии сулфатҳои фторидҳои калий, калсий ва алюминий бо об (K,Ca,Al//SO₄,F–H₂O) тавассути усули транслятсия чамъ оварда шудааст, ки натиҷаи он дар ду ҷадвал ва се расм дарҷ гардидааст. Муайян карда шудааст, ки барои системаи панҷкомпонентаи K,Ca,Al//SO₄,F–H₂O дар ҳарорати 0°С, 5 - нуктаи нонварианти, 17 -хатти моноварианти, 17 майдони диварианти хос мебошад. Аз 6 нуктаи нонварианти дар сатҳи панҷкомпонента ҳосил шуда 3- тоаш тавассути транслятсияи дутарафа, 1- тоаш яктарафа, 1- тоаш сетарафа ва 1 – тои дигараш бошад барои сарбаст намудани сатҳи панҷкомпонента ҳосил шудаанд. Дар асоси далелҳои зерсистемаҳои системаи таҳқиқшаванда маротибаи аввал, мувозинатҳои фазাগии он омӯхта шуда, диаграммаи сарбаста барои ҳарорати 0°С сохта шуда аст. Барои гуворотар шудани сохтори диаграмма ҷиҳати майдонҳои контури фазаҳои алоҳида муқаррар карда шудааст, ки ишораҳои шартӣ, ном ва формулаи майдонҳои системаи омӯхташаванда чунин мешавад: Ар – *арканит* – K₂SO₄; Гп – *гипс* – CaSO₄·2H₂O; Ал·18 – Al₂(SO₄)₃·18H₂O; Кб – *кароббит* – KF; Фо – *флюорит* – CaF₂; Фа – AlF₃; ва Сн – K₂SO₄·CaSO₄·H₂O.

Калидвожаҳо: мувозинатҳои фазাগӣ, усули транслятсия, система, компонент, диаграмма, майдони диварианти, хатти моноварианти, нуктаи нонварианти.

ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЕ В СИСТЕМАХ К, Са, Ал//SO₄, F–H₂O ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 0°С

В данной статье приведены данные определяющие фазовые равновесия химических систем, имеющих сульфаты, фториды калия, кальция и алюминия K, Ca, Al//SO₄, F–H₂O с водой с

помощью метода трансляции. Результаты данного эксперимента приведены в двух таблицах и в трёх рисунках. Определено, что для данной пятикомпонентной системы K,Ca,Al//SO₄,F-H₂O при температуре 0°C, характерно 5-инвариантных точек, 17-моновариантной линии, 17-специальные дивариантные площади. Из 6-инвариантных точек, образующихся в уровень пятикомпонентной системы, 3- из них было определено с помощью двухсторонней, 1- односторонней, 1- трёхсторонней трансляции. А другой 1- из них появляется за счет связывания уровня пятикомпонентной системы. На основе данных подсистемы исследуемой системы в первые было изучено фазовое равновесия и создано структуры его замкнутых диаграмм при 0°C температуре. Созданная диаграмма усовершенствовалась с изучением контуры площади, отдельные фазы, условных знаки, название и формулы площади изучаемых систем как: Ар-арканит-K₂SO₄; Гп-гипс-CaSO₄·2H₂O; AI-18-Al₂(SO₄)₃·18H₂O; Кб-кароббиит-KF; Фо-флюорит-CaF₂; Фа- фторид алюминий - AlF₃ и Сн-сингенит - K₂SO₄·CaSO₄·H₂O.

Ключевые слова: Фазовые равновесия, метод трансляции, система, компонент, диаграмма дивариантные площади, моновариантные линии, инвариантные точек.

PHASE EQUILIBRIUM IN K, Mg, Ca//SO₄, CO₃-H₂O SYSTEM AT 0°C

This article presents data determining the phase equilibria of chemical systems containing sulfates, fluorides of potassium, calcium and aluminum K, Ca, Al//SO₄, F-H₂O with water using the translation method. The results of this experiment are presented in two tables and three figures. It has been determined that this five-component system K, Ca, Al//SO₄, F-H₂O at a temperature of 0°C is characterized by 5 invariant points, 17 monovariant lines, 17 special divariant lines. Of the 6 invariant points formed at the level of the five-component system, 3 of them were determined using two-way, 1 one-way, 1 three-way translation. And the other 1 of them appears due to the binding of the level of the five-component system. Based on the data from the subsystem of the system under study, phase equilibrium was first studied and the structure of its closed diagrams was created at 0°C temperature. The created diagram was improved with the study of area contours, individual phases, symbols, names and area formulas of the systems being studied as: Ar-arcanite-K₂SO₄; Gp-gypsum-CaSO₄·2H₂O; AI-18-Al₂(SO₄)₃·18H₂O; Kb-carobbiite-KF; Fo-fluorite-CaF₂; Fa - aluminium fluoride -AlF₃ and Sn-syngeneite K₂SO₄·CaSO₄·H₂O

Маълумот дарбори муаллиф: Мухторов Парвиз Алимаҳмадович – Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни, ассистенти кафедраи технология ва экологияи химиявӣ. **Суроға:** 734003, шаҳри Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рудаки, 121. **Телефон:** (+992) 98-550-85-35. **E-mail:** parvizm1993@mail.ru

Сведения об авторе: Мухторов Парвиз Алимаҳмадович – Таджикский государственный педагогический университет имени С. Айни, ассистент кафедры химическая технология и экология. **Адрес:** 734003, г. Душанбе, Республика Таджикистан, пр. Рудаки, 121. **Телефон:** (+992) 985508535. **E-mail:** parvizm1993@mail.ru

Information about the author: Muhtorov Parviz Alimahmadovich- Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, assistant of the department Technology and Ecology. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 121. **Phone:** (+992) 985508535. **E-mail:** parvizm1993@mail.ru

УДК 668.58 + 665.3 + 661.188.1 + 661.188.3

ҲОСИЛКУНИИ ГЛИСЕРОЛИ ТОЗА АЗ РАВҒАНҲОИ ПУНБАДОНА ВА ЗАҒИР БО УСУЛИ АЛКОҲОЛИЗ

Авазов М.А., Каримов М.Б., Рузиев Б.Т., Ёров М.Ё.

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Чи тавре аз таҳлили адабиётҳои илмии ватанию хориҷӣ бармеояд, таваччуҳи олимону муҳаққиқонро омӯзиши хосиятҳои физикию кимиёвӣ ва биологии глицерол пайваста ҳарчи бештар ба худ ҷалб мекунад. Илова бар ин, соҳаҳои истифодабарии ин моддаи муъҷизаосо ҳамасола васеъ мегардад [1-3].

Бояд тазакурр дод, ки дар баробари истеҳсоли глицерол дар асоси маҳсулоти нафтӣ ҳосилкунии он дар пояи рағани рустаниҳои мухталиф ва ҷарбҳои низ мавқеи намоёнро ишғол менамояд. Истеҳсоли глицерол дар пояи рағанҳои рустаниҳо ва ҷарбҳои ҳайвонот ба реаксияҳои собунонӣ (таъсир бо ишқорҳои натрий ва калий), алкоҳолиз, атсидолиз ва ҳидролиз ба амал оварда мешавад [4-10]. Аммо таҳлили адабиёти илмӣ нишон медиҳад, ки қариб дар ҳама ҳолатҳои зикршуда глицероли техникӣ ҳосил мешавад, ки аз об ҷудокунӣ он мушкилиҳои зиёдро эҷод мекунад. Дарачаи тозагии глицероли техникӣ (яъне, миқдори оби таркиби глицероли техникӣ пас аз буғронӣ) ҳархела буда, он аз таркиби кимиёвии рағанҳои рустанӣ ва ҷарбҳои ҳайвонот (радикалҳои бақияи тезобҳои таркиби ҷарбу рағанҳо) вобаста мебошад [11-14].

ҚИСМ АТИ ТАҶРИБАВӢ

Барои омӯзиши раванди алкоҳолиз ба сифати маводи сараввал рағанҳои пунбадона ва зағир гирифта шуд. Таъсири байниҳамдигарии рағани пунбадона (I) ва спирти метил (II) ин раванди умумӣ буда дар иштироки миқдори каталитии ишқори натрий (то 1 % аз массаи раған) дар таносуби молии I : II = 1 : 4 ÷ 5 дар ҳароратҳои 80 – 85 °C дар фосилаи 1,5 ÷ 2,0 соат мегузарад. Дар ин маврид мо глицероли тозаро бо роҳи буғронии вакуумӣ аз омехта ҷудо намудем, ки тавлиди он 94-95 %-ро ташкил дод.

Ҳангоми истифодаи рағани зағир бошад, ин раванд дар таносуби молии моддаҳои таъсиркунанда раған: спирти метил, ки раванди умумии реаксия мебошад. Баробари 1: 5,5 дар ҳароратҳои 90 °C дар фосилаи 2,0-2,5 соат бо тавлиди глицероли тоза 94 % мегузарад. Ин бо он алоқаманд аст, ки дар рағани зағир нисбат ба рағани пунбадона робитаи эфирӣ қавитар мебошад.

Барои омӯзиши раванди алкоҳолиз ба сифати маводи сараввал рағанҳои пунбадона ва зағир гирифта шуд. Таъсири байниҳамдигарии рағани пунбадона (I) ва спирти этил (II) дар иштироки миқдори каталитии ишқори натрий (то 1 % аз массаи раған) дар таносуби молии I : II = 1 : 4,5 ÷ 5,5 дар ҳароратҳои 85 – 90 °C дар фосилаи 1,0 ÷ 1,5 соат мегузарад. Дар ин маврид мо глицероли тозаро бо роҳи буғронии вакуумӣ аз омехта ҷудо намудем, ки тавлиди он 93-94 %-ро ташкил дод.

Ҳангоми истифодаи рағани зағир бошад, ин раванд дар таносуби молии моддаҳои таъсиркунанда раған: спирти этил баробари 1,5: 6,0 дар ҳароратҳои 95 °C дар фосилаи 1,5-2,0 соат бо тавлиди глицероли тоза 95 % мегузарад. Ин бо он алоқаманд аст, ки дар рағани зағир нисбат ба рағани пунбадона робитаи эфирӣ қавитар мебошад.

МУҲОКИМАИ НАТИҶАҲО

Барои омӯзиши раванди алкоҳолиз ба сифати маводи сараввал рағанҳои пунбадона ва зағир гирифта шуд. Таркиби пурраи химиявии маҳсулот рағани пунбадона, макроунсурҳо ва микроэлементҳо, арзиши ғизоӣ, витамину минералҳо. Миқдори тавсияшавандаи ҳаррӯза миқдори миёнаи истеъмоли маводи ғизоӣ зарурӣ барои дар ҳолати солим нигоҳ доштани бадан мебошад, ки бо грами ва фоиз нишон дода шудааст. Истифодаи ҳамарӯза ба мо имкон медиҳад, ки

моддаҳои заруриро мунтазам гирем. Баъзе моддаҳоро бо басомади бештар истифода бурдан иҷозат дода мешавад.

Ҷадвали 1
Table 1

Номи элемент	миқдор	Меъёри харрӯза
Арзиши ғизоӣ		
Калория	0	899,2 мг
Хокистарноки	0	0
Карбогидратҳо	0	0
Равғанҳо	0	98,9 гр
Витаминҳо		
Витамини В3	0	15,058 мг
Витамини В2	0	1,330 мг
Витамини РР (NE)	0	15,058 мг
Витамини В1	0	1,160 мг
Витамини Е (TE)	99 мг	10,881 мг
Витамини С	0	69,119 мг
Провитамин А	0	6 мг
Витамини А (RE)	0	0,752 мг
Витамини В5	0	3,793 мг
Витамини В6	0	1,513 мг
Витамини В9	0	0,287 мг
Витамини Н	0	0,033 мг
Витамини А	0	0,754 мг
Витамини Е	0	14 мг
Витамини В12	0	4 мкг
Витамини В4	0	501 мг
Витамини D	0	0,010 мг

Витамины К	0	0,086 мг
Макроунсурхо		
Калсий	0	987,6 мг
Магний	0	276,176 мг
Нагрий	0	948,825 мг
Калий	0	1.806 гр
Фосфор	0	852,942 мг
Сулфур	0	2 гр
Силикон	0	20 мг
Микроунсурхо		
Охан	0	13,74 мг
Хлор	0	2,4 гр
Мис	0	0,805 мг
Марганес	0	3 мг
Фтор	0	2 мг
Бор	0	1,5 мг
Алюминий	0	41 мг
Титан	0	0,84 мг
Стронсий	0	1,6 мг
Йод	0	0,130 мг
Рух	0	9,707 мг
Хром	0	0,033 мг
Молибден	0	0,07 мг
Ванадий	0	0,02 мг
Кобалт	0	0,2мг
Никел	0	0,2 мг
Рубидий	0	0,1 мг

Литий	0	0,3 мг
Селен	0	0,03 мг
Тин	0	0,6 мг
Сирконий	0	0,6 мг
Дигар унсурҳо		
Нахи ғизой	0	
кислотаҳои органикӣ	0	
Об	100 мг	
Моно- ва дисахаридҳо	0	
Хокистар	0	
Алкоголҳо	0	
Крахмал	0	
Кислотаҳои рағғани серраған	0	
Холестирин	0	
кислотаҳои рағғани серғизо	0	

Дар ин ҷадвал меъёрҳои миёнаи элементҳо барои калонсолон нишон дода шудаанд.

Барои ин рағғанҳо хосиятҳои физикӣ ва кимиёвӣ ба худ хос мувофиқ мебошад. Зикр кардан бамаврид аст, ки зичии рағғанҳои барои гидролиз гирифташуда дар ҳароратҳои гуногун ҳархелаанд ва он бо афзоиши ҳарорат кам мешавад, ки ин барои гузаронидани раванд бетаъсир намебошад [15].

**Ҷадвали 2. Вобастагии зичии $[кг/м^3]$ рағғанҳо аз ҳарорат
Table 2. Dependence of density $[kg/m^3]$ of oils on temperature**

P/T	Рағғанҳо	Ҳарорат $^{\circ}C$							
		10	15	20	30	40	45	50	60
	Пунбадона	928	924	921	914	908	902	898	892
	Зағир	937	935	930	924	917	914	909	903

Муқаррар карда шуд, ки зичии триатсилглицеролҳои дорои бақияи тезобҳои якхела бо дарозшавии занҷири радикалӣ кам шуда, бо зиёд шудани миқдори робитаҳои дучандаи мунзавӣ (ҷудо) меафзояд. Барои изомерҳои дорои робитаҳои дучандаи кумулӣ ва алоқаманд нисбат ба изомерҳои дорои робитаҳои

мунзавӣ зичӣ калонтар мебошад. Равғанҳое, ки дорои гурӯҳҳои хидроксилианд нисбат ба дигар равғанҳо дорои зичии калонтаранд.

Яке аз хосиятҳои муҳими равғанҳо аз он иборат аст, ки ҳарорати сахтшавӣ ва моеъшавии гуногун доранд ва ин аз радикалҳои бақияҳои тезобии онҳо вобаста мебошад. Агар равғани пунбадона дар ҳароратҳои $-1 \div -60^\circ\text{C}$ сахт шавад, пас равғани зағир дар ҳароратҳои $-18 \div -270^\circ\text{C}$ сахт мешавад. Нишондоди шикасти рӯшноӣ дар равғанҳои пунбадона ва зағир чунин мебошад:

$$\text{Пунбадона} \quad n_{\text{Д}}^{20} = 1,4634 - 1,4760;$$

$$\text{Зағир} \quad n_{\text{Д}}^{20} = 1,4800 - 1,4870;$$

Бояд зикр намуд, ки равғанҳои пунбадона ва зағир дар ҳалкунандаҳои узвӣ (ҳексан, бензин, бензен (бензол), дихлорэтан, атсетон, эфири диетил ва тетраҳлориди карбон (тетрахлор метан)) ҳал мешаванд. Дар об бошад, онҳо амалан ҳалнашавандаанд.

Таркиби равғанҳои пунбадона ва зағир (триатсилглицеролҳо) бо таомули собунонӣ (ҳидролизи триатсилглицеролҳо ба глицерол ва намакҳои тезобҳои карбонӣ), ададҳои Собуншавӣ, Йоднокӣ, Роданӣ, Генер, Рейхарт-Мейсл ва Поленс муайян намудем (ҷадвали 3).

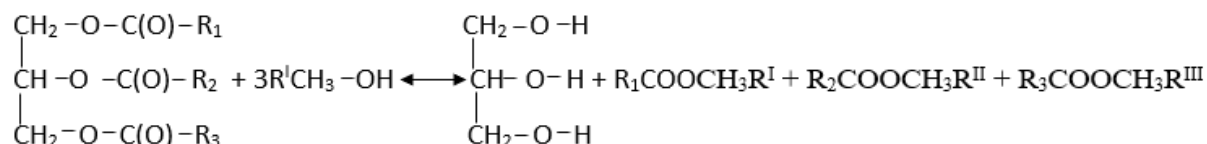
Ҷадвали 3. Баъзе хусусиятҳои равғанҳои пунбадона ва зағир

Table 3. Some characteristics of linseed and linseed oils

/г	Равған	Ададҳо					
		Собунонӣ	Йод	Роданӣ	Генер	Рейхарт-Мейсл	Полени
	Пунбадона	194–195	105–114	62–65	94–95	0,4–0,9	0,3–0,7
		194–196 [16]	10 3–116 [16]	62–67 [16]	95–96 [16]	0,2–1,0 [16]	0,2–0,7 [16]
	Зағир	185–193	176–182	64–66	94–95	0,4–0,6	0,3–0,4 то
		184–195 [16]	174–183 [16]	– [16]	95 [16]	0,5 [16]	0,5 [16]

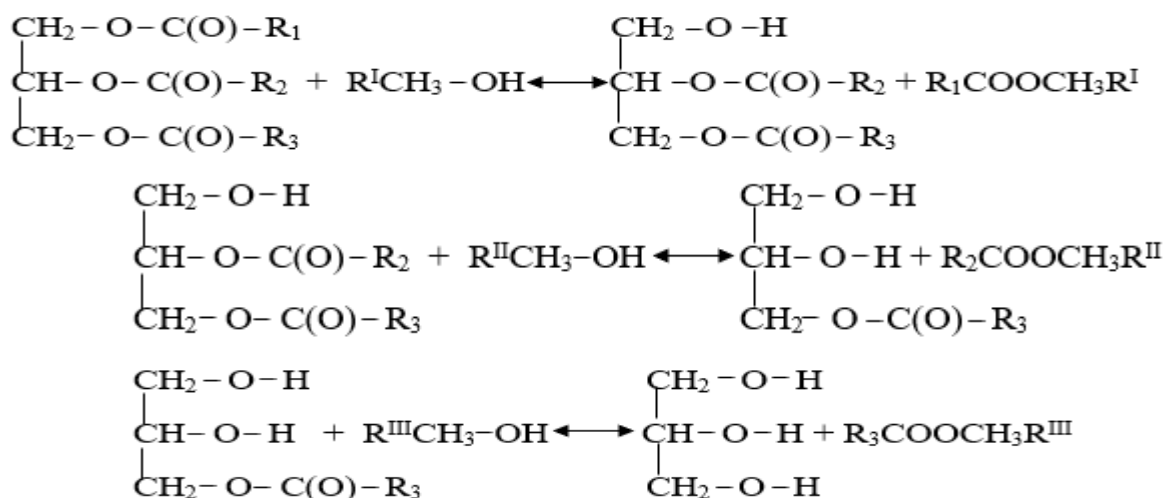
Чи хеле аз ҷадвали 3 дида мешавад, нишондиҳандаи ададҳои собунонӣ, йод, Роданӣ, Генер, Рейхарт–Мейсл ва Полени бо нишондиҳандаҳои адабиёт [16] мувофиқат мекунад.

Дар асоси асноди зикршуда аз ҷониби мо усули гидролизи равғанҳои пунбадона ва зағир бо таъсири спиртҳои мухталиф аввал раванди умумӣ, сипас бо метанол мавриди омӯзиш қарор дода шуд. Раванди мазкур бо нақшаи умумии зайл мегузарад:



Тавре дида мешавад, дар ин реаксия аз триатсилглицеролҳои тезобҳои олій (равғанӣ) эфирҳои метилии ин кислотаҳо ҳосил мешаванд. Умуман, алкоҳолиз ба гидролизи равғанҳо шабоҳат доранд. Фарқиат дар он аст, ки ба

чойи об, агенти фаъол спирт гирифта мешавад. Омӯзиши раванди мазкур нишон дод, ки таомули алкоҳолиз дар ҳарду равған зина ба зина мегузарад, яъне яввал як робитаи эфири мураккаб, сипас робитаи дуум ва дар ниҳоят робитаи сеюм канда шуда, дар натиҷа глицерол ва омехтаи эфирҳои тезобҳо метилӣ ҳосил мешавад:



Бояд зикр намуд, ки аз ҷониби мо усули алкоҳлизи равғанҳои пунбадона ва зағир бо таъсири спирти этанол мавриди омӯзиш қарор дода шуд. Раванди омӯзиши пунбадона ва зағир бо роҳи алкоҳолиз ба сифати мавод сараввал равғанҳои пунбадона ва зағир гирифта шуд. Барои ин равғанҳо хосиятҳои физикӣ ва кимиёвӣ ба худ хос мувофиқ мебошад. Зичии равғанҳои барои гидролиз гирифташуда дар ҳароратҳои гуногун мебошанд. Онҳо бо афзоиши ҳарорат кам мешавад, ки ин барои гузаронидани раванд бетаъсир намебошад (ҷадвали 4).

Ҷадвали 4. Вобастагии зичии [кг/м³] равғанҳо аз ҳарорат

Table 4. Dependence of density [kg/m³] of oils on temperature

P/T	Равғанҳо	Ҳарорат °C							
		10	15	20	30	40	45	50	6
	Пунбадона	929	925	922	915	909	903	899	893
	Зағир	938	936	931	925	918	915	910	904

Муайян карда шуд, ки зичии триатсилглицеролҳои дорои бақияи тезобҳо бо дарозшавии занҷири радикалӣ кам ё зиёд шуда, бо миқдори робитаҳои дучандаи мунзавӣ (ҷудо) меафзоянд. Барои изомерҳои дорои робитаҳои дучандаи кумулӣ ва алоқаманд нисбат ба изомерҳои дорои робитаҳои мунзавӣ зичӣ калонтар мебошад. Равғанҳое, ки дорои гурӯҳҳои ҳидроксилиянд нисбат ба дигар равғанҳо дорои зичии калонтаранд.

Дар таркиби равғанҳои пунбадона ва зағир (триатсилглицеролҳо) бо таомули собунонӣ (ҳидролизи триатсилглицеролҳо ба глицерол ва намакҳои тезобҳои карбонӣ), ададҳои собуншавӣ, йоднокӣ, Роданӣ, Генер, Рейхарт-Мейсл ва Поленс муайян намудем, ки дар (ҷадвали 5) нишон дода шудааст.

Ҷадвали 5. Баъзе хусусиятҳои равғанҳои пунбадона ва зағир

Table 5. Some characteristics of linseed and linseed oils

p/t	Равған	Ададҳо

		Собунон ӣ	Йод	Родан ӣ	Генер	Рейхарт- Мейсл	Полени
	Пунбадон а	194–196	105–115	62–66	94–96	0,4–0,9	0,3–0,8
		194–196 [16]	103–116 [16]	62–67 [16]	95–96 [16]	0,2–1,0 [16]	0,2–0,7 [16]
	Загир	185–194	176–183	64–67	94–96	0,4–0,7	0,3–0,5 то
		184–195 [16]	174–183 [16]	– [16]	95 [16]	0,5 [16]	0,5 [16]

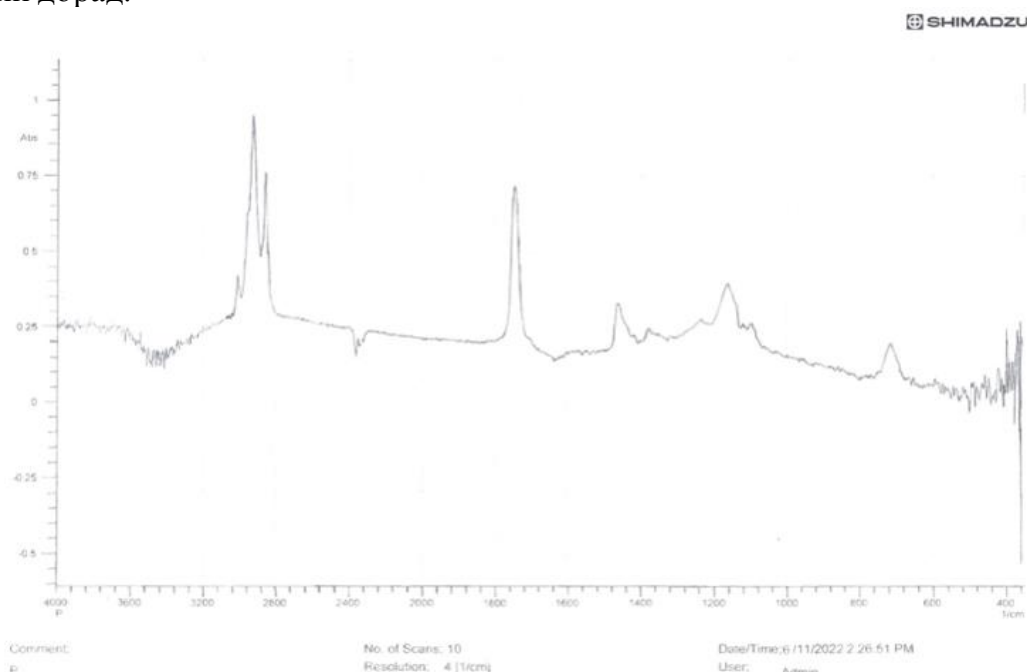
Чи хеле аз чадвали 5 дида мешавад нишондиҳандаи ададҳои собунонӣ, йод, Роданӣ, Генер, Рейхарт- Мейсл ва Полени бо нишондиҳандаҳои адабиёт дар мақола буда [16] мувофиқат мекунад.

Дар спектри инфрасурх барои ин равғанҳо соҳаҳои фурубарии зерин хос мебошад (расми 1 ва 2):

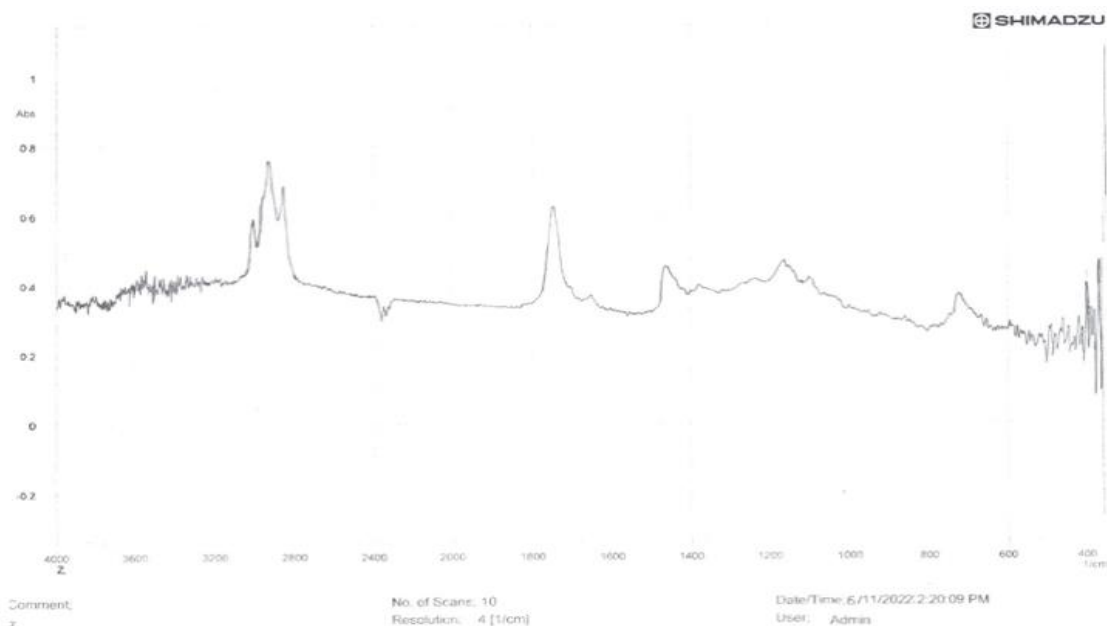
Барои равғани пунбадона (ν , cm^{-1}): 3028 ($=\text{CH}-$), 2922 ($-\text{CH}-$), 2854 ($-\text{CH}_2-$), 2810 ($-\text{CH}_3$), 1745 (эфири мураккаб) хос буда дар равғани пунбадона гуруҳҳои ($=\text{CH}-$), ва (эфири мураккаб) кам шуда гуруҳҳои (OH) зиёд мешавад.

Барои равғани загир (ν , cm^{-1}): 3032 ($=\text{CH}-$), 2947 ($-\text{CH}-$), 2854 ($-\text{CH}_2-$), 2808 ($-\text{CH}_3$), 1780 (эфири мураккаб), 1653 (карбогидрогенҳои хушбӯй полисикл) 1461 ($-\text{CO}-$), 1465 (CH_3) мувофиқат мекунад. Дар равғани загир бошад гуруҳҳои эфири мураккаб, бандҳои дучанда ва метили кам шуда гуруҳҳои (OH) зиёд мегардад.

Ин аз он шаҳодат медиҳад, ки равғанҳои пунбадона ва загир гуруҳҳои фурубарии аз 3360 то 3363,86 гуруҳҳои (OH) бештар мебошад, ки дар таркиби худ глицерин дорад.

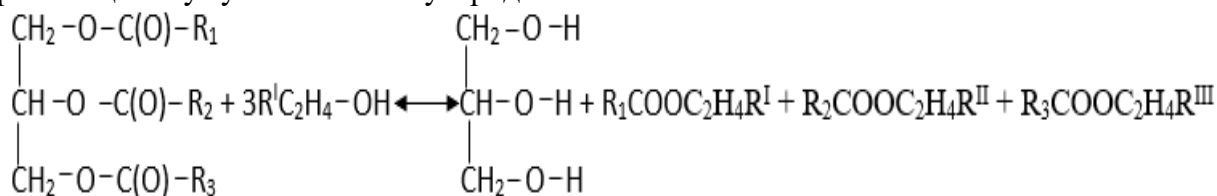


Расми 1. Спектри ИС–и пунбадона бо метанол

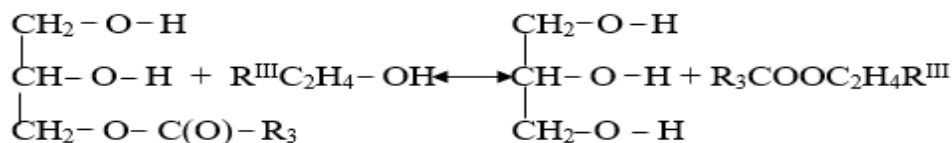
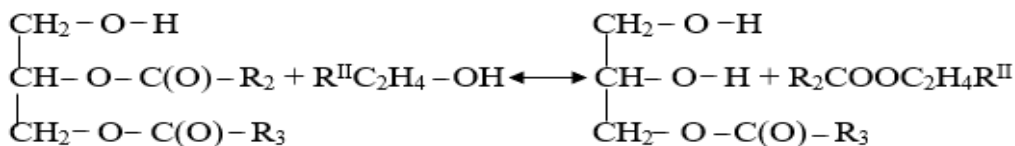
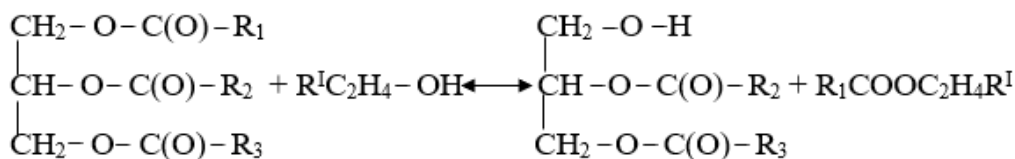


Расми 2. Спектри ИС–и зағир бо метанол

Бояд зикр намуд, ки аз ҷониби мо усули хидролизи равғанҳои пунбадона ва зағир бо таъсири спиртҳои этанол мавриди омӯзиш қарор дода шуд. Раванди мазкур бо нақшаи умумии зайл мегузарад:



Чӣ тавре муайян кардем, дар ин реаксия аз триасилглицеролҳои тезобҳои олий (равғани) эфирҳои этил ва кислотаҳо ҳосил мешаванд. Фарқиат дар он аст, ки ба ҷойи об агенти фаъол спирти этил гирифта мешавад. Омӯзиши раванди мазкур нишон дод, ки таомули алкохолиз дар ҳарду равған зина ба зина мегузарад, яъне яввал як робитаи эфири мураккаб, сипас робитаи дуюм ва дар ниҳоят робитаи сеюм канда шуда, дар натиҷа глицерол ва омехтаи эфири тезоби этил ҳосил мешавад:



Натиҷаи тадқиқот нишон дод, ки раванди хидролиз вобаста аз спиртҳои ивазшаванда дар ҳароратҳои гуногун ва таносубҳои молии ҳархела гузашта, он аз қобилияти таомули гуруҳи ҳидроксيلي спиртҳо вобаста мебошад.

Ин бо он алоқаманд аст, ки дар равғани зағир нисбат ба равғани пунбадона робитаи эфирӣ қавитар мебошад.

Чунин равандҳо бо иштироки спирти бензил мавриди омӯзиш қарор гирифт.

АДАБИЁТ

1. Авазов, М.А. Усулҳои беобкунии глицероли техникии партовҳои саноати собунпазӣ дар пояи равғани пунбадон / М.А. Авазов., М.Б. Каримов // Дар конференсияи ҷумҳуриявӣ илмию амалӣ бахшида ба 85-солагии академики Академияи илмҳои кишоварзии Тоҷикистон, арбоби илм ва техникаи Тоҷикистон, д.и.б., профессор Сафаров Ҳабиб Муродович, факултети биология Донишгоҳи Миллии Тоҷикистон, – 2022. – С.442-453
2. Авазов, М.А. Хориҷкунии оби глицероли техникии партовҳои саноати собунпазӣ/М.А. Авазов// Донишгоҳи Давлатии Данғара. – Данғара, 2023. – С.30-35.
3. Акаева, Т.К. Основы химии и технологии получения и переработки жиров. Ч. 1: Технология получения растительных масел: учеб. пособие / Т.К. Акаева, С.Н. Петрова// – Иваново: ГОУ ВПО Иван. гос. хим.технол. ун-т, 2007. – 124 с.
4. Бутовский, М.Э. Флотационные методы очистки сточных вод мясокомбинатов/М.Э. Бутовский, В.В. Дзюбо // Мясные технологии. – 2008. – № 12. – С.16–18.
5. Горячева, А.Ф. Технология мыла. / А.Ф. Горячева., Р.В. Кузьминский// –М.: Пищевая промсть, 1983. – 240 с.
6. ГОСТ 30266–95. Мыло хозяйственное твердое. Общие технические условия. – Минск: Изд-во стандартов, 2005. – 11 с.
7. ГОСТ 790–89. Мыло хозяйственное твердое и мыло туа-летно. Правила приемки и методики выполнения измерения. – М.: Изд-во стандартов, 2002. –13 с.
8. Гончаров, Г.И. Технология и оборудование для производства пищевых жиров/Г.И. Гончаров, А.А. Буша// – Киев: Урожай, 1991. – 86 с.
9. Николаев, П.В. Основы химии и технологии производства моющих средств / П.В. Николаев., Н.А. Козлов., С.Н. Петрова// - Иваново, 2017. – 117 с.
10. Пугонова, В.А. Мыло хозяйственное / В.А. Пугонова // Коммерч. вестн. – 2000. – № 3. – С.65- 68.
11. Стопский, Н.А. Химия жиров и продуктов переработки жирового сырья учеб/ Н.А. Стопский // –М.: Колос, 1992. – 285 с.
12. Схаляхов, А.А. Истеҳсоли сӯзишвории биологӣ аз равған / А.А. Схаляхов, Х. Р. Благоз., Е.Р. Кошевой // - Майкоп, 2008. – 131 с.
13. Терней, А. Современная органическая химия: учеб/ А.Терней, Е.И. Карпейская, Л.М. Орлова // – М.: Мир, 1981. –Т. 2. – 678 с.
14. Товбин, И.М. Производство мыла/И.М.Товбин, М.Н.Залипо, А.М.Журавлев//–М.: «Пищевая промышленность», 1976. – 205 с.
15. Файнберг, Е.Е. Технологическое проектирование жироперерабатывающих предприятий (рафинация и гидрогенизация жиров) / Е.Е. Файеберг, И.М. Товбин, А.В. Луговой // – М. Лёгкая и пищевая промышленность, 1983. – 416 с.
16. Кнунянтс, И.Л. Энциклопедии химиявӣ / ч. ред. И.Л. Кнунянтс //–М.: Энциклопедии советӣ, 1988. - С. 376-384.

REFERENCES

1. Avazov, M.A. Dewatering methods of technical glycerol of soap industry waste on the basis of castor oil / M.A. Avazov., M.B. Karimov // At the republican scientific and practical conference dedicated to the 85th anniversary of the academician of the Academy of Agricultural Sciences of Tajikistan, head of science and technology of Tajikistan d.i.b. Professor Safarov Habib Murodovich, Faculty of Biology, Tajik National University, 2022. – Pp.442-453
2. Avazov, M.A. Water removal of technical glycerol waste from the soap industry / M.A. Avazov // Dangara State University // - Dangara, 2023. – Pp. 30-35.
3. Akaeva, T.K. The chemical and technological basis of the production and processing of girov. Ch. 1: The technology of obtaining plant matter: study. posobie / T.K. Akaeva, S.N. Petrova // - Ivanovo: GOU VPO Ivan. gos. chem.-techn. university, 2007. – 124 p.
4. Butovsky, M.E. Flotation methods of cleaning wastewater of meat processing plants / M.E. Butovsky., V.V. Dzyubo // Meat technology. – 2008. – No. 12. – Pp.16–18.
5. Goryacheva, A.F. Technology / A.F. Goryacheva., R.V. Kuzminsky // - M.: Pishchevaya promst, 1983. – 240 p.
6. GOST 30266-95. Hard household soap. General technical conditions. - Minsk: Izd-vo Standarov, 2005. – 11 p.
7. GOST 790-89. Household hard soap and toilet soap. Rules of selection and method of measurement. - M., 2002. -13 p.

8. Goncharov, G.I. Technology and equipment for food production / G.I. Goncharov, A.A. Busha // - Kiev: Urozhai, 1991. – 86 p.
9. Nikolaev, P.V. The chemical and technological basis of detergent production / P.V. Nikolaev., N.A. Kozlov., S.N. Petrova // Ivanovo, 2017. – 117 p.
10. Pugonova, V.A. Mylo household soap / V.A. Pugonova // Commerce. vestn. - 2000. - No. 3. – Pp.65-68.
11. Stopsky, N.A. Chemistry of fats and products processing of fat raw materials: study. / N.A. Stopsky // - M.: Kolos, 1992. - 285 p.
12. Skhalyakhov, A.A. Production of biofuel from oil / A.A.Skhalyakhov, Kh. R. Blagoz., E.P. Koshevoy // - Maykop, 2008. – 131 p.
13. Terney, A. Modern organic chemistry: textbook. / A. Terney; per. s English E.I. Karpeyskaya, L.M. Orlova // - M.: Mir, 1981.-Т. 2.- 678 p.
14. Tovbin, I.M. Production of milk. M.: / I.M. Tovbin, M.N. Zaliopo, A.M. Zhuravlev // "Food Industry", 1976. – 205 p.
15. Feinberg, E.E. Технологическое проектирование гироперерабатывающих представителъ (refining and hydrogenation of гиров) / E.E. Fayeberg, I.M. Tovbin, A.V. Lugovoi // - M.: Light and food industry, 1983. - 416 p.
16. Knunyants, I.L. Chemical encyclopedia / ch. ed. I.L. Knuyants // - M.: Soviet Encyclopedia, 1988. – Pp.376-384.

ҲОСИЛКУНИИ ГЛИСЕРОЛИ ТОЗА АЗ РАВҒАНҲОИ ПУНБАДОНА ВА ЗАҒИР БО УСУЛИ АЛКОҲОЛИЗ

Дар мақола раванди алкоҳолизи равғани пунбадона ва зағирҳосилкунии глисероли техникий пас аз тоза кардани баъзе равғанҳои растани оварда шудааст. Раवғанҳои пунбадона ва зағир дар ҳалқунандаҳои узвӣ(ҳексан, бензин, бензен (бензол), дихлорэтан, атсетон, эфири диетил ва тетраҳлориди карбон (тетраҳлор метан)) ҳал мешаванд. Яке аз ҳосиятҳои муҳими равғанҳо аз он иборат аст, ки ҳарорати сахтшавӣ ва моеъшавии гуногун доранд ва ин ба радикалҳои бақияҳои тезобии онҳо вобаста мебошад. Агар равғани пунбадона дар ҳароратҳои $-1 \div -60^{\circ}\text{C}$ сахт шавад, пас, равғани зағир дар ҳароратҳои $-18 \div -270^{\circ}\text{C}$ сахт мешавад. Нишон дода шудааст, ки зичии равғанҳо барои ҳидролиз дар ҳароратҳои гуногун аз 100°C то 600°C натиҷаҳои гуногунро ба даст овардем: аз пунбадона 928 то 892 ва аз зағир 937 то 903. Таркиби равғанҳои пунбадона ва зағир (триатсилглисеролҳо) бо таомули собунонӣ (алкоҳолизи триатсилглисеролҳо ба глисерол ва намакҳои тезобҳои карбонӣ), ададҳои Собуншавӣ, Йоднокӣ, Роданӣ, Генер, Рейхарт-Мейсл ва Поленс муайян намудем, ки дар пунбадона ва зағир чунин натиҷаро медиҳад: аз пунбадона 196 то 0,2 ва аз зағир 195 то –

Калимаҳои калидӣ: пайвастаҳои глисерол, карбоҳидрогенҳои машбуъ (ҳаднок), собун (маводи шӯянда), бензен (бензол), тетраҳлориди карбон (тетраҳлор метан), бензин, обҳои партови саноатии равғандор, соддаи каустикӣ.

ПРОИЗВОДСТВО ЧИСТОГО ГЛИЦЕРИНА ИЗ ХЛОПКОВОГО И ЛЬНЯНОГО МАСЕЛ МЕТОДОМ АЛКОГОЛИЗА

В данной статье процесс спиртации хлопкового и льняного масел производственно технического глицерина после рафинации некоторых масел растение привезли. Следует отметить, что льняное семя и льняное масло находятся в органических растворителях, (гексан, бензин, бензен (бензол), дихлорэтан, ацетон, диэтиловый эфир и четыреххлористый углерод (тетрачлорметан)) растворяют. Одним из важных свойств масел является то, что они имеют разные температуры затвердевания и плавления, и это зависит от радикалов их кислотных остатков. Если льняное масло твердеет при температуре $-1 \div -60^{\circ}\text{C}$, то олифа твердеет при температуре $-18 \div -270^{\circ}\text{C}$. Показано, что плотность жиров при гидролизе у разной температуры от 100°C до 600°C чтобы получить разные результаты: из хлопкового 928 до 892, из льняного 937 до 903. Состав хлопкового и льняного масел (триацилглицерины) определяли по процессу омыления (алкоголез триацилглицеролов на глицерин и соли угольной кислоты), омылению, числам Йодной, Роданид, Генера, Рейхарта-Мейсла и пыльцы, что дает такие результаты в хлопковом и лен: из хлопкового 196 до 0,2, из льняного 195 до – .

Ключевые слова: соединения глицерина, предельные углеводороды (органичено), мыло (моющее средство), бензен (бензол), четыреххлористый углерод (тетрачлорметан), бензин, Нефтепродукты промышленные сточные воды и каустическая сода.

PRODUCTION OF PURE GLYCERIN FROM COTTON AND FLAX OILS BY ALCOHOLYSIS METHOD

In this article, the process of alcoholization of cottonseed and linseed oils industrial technical glycerin after refining some oils the plant was brought. It should be noted that flaxseed and flaxseed oil are in organic solvents, (hexane, benzoin, benzene (benzoyl), dichloromethane, acetone, diethyl ether and carbon tetrachloride (tetra chloromethane)) dissolve.

One of the important properties of oils is that they have different solidification and melting points, and this depends on the radicals of their acid residues. If linseed oil hardens at a temperature of $-1 \div -60^{\circ}\text{C}$, then drying oil hardens at a temperature of $-18 \div -270^{\circ}\text{C}$. It is shown that the density of fats in alcoholism at different temperatures from 100°C to 600°C to get different results: : from cotton 928 to 892, from linen 937 to 903. The composition of cottonseed and linseed oils (triacylglycerol's) was determined by the saponification process (alcoholization of triacylglycerol's into glycerol and carbonic acid salts), saponification, the numbers of Jodnoka, Rodani, Gener, Reichart-Meisl and pollen, which gives such results in cotton and flax: from cotton 196 to 0.2, from linen 195 to – .

Key words: glycerin compounds, saturated hydrocarbons (organic), soap (detergent), benzene (benzoyl), tetrachloride carbon (carbon tetrachloride), gasoline, petroleum based, industrial waste water and caustic soda.

Маълумот дар бораи муаллиф: Авазов Муллонадир Авазович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи химияи органикии факултети химия, докторанти Ph.D. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 938695557. **E-mail:** mullonodir@mail.ru

Каримов Махмадкул Бобоевич – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи технологияи истеҳсолоти химиявии факултети химия, профессор. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 919-41-02-41. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Рӯзиев Бегали Темирович – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи технологияи истеҳсолоти химия, ассистент. **Суроға:** 734025, Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 919393956. **Email:** ruziev_7474@mail.ru.

Ёров Муродбек Ёрович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, кафедраи усули таълими химия, ассистент. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992) 935696699. **Email:** yorov89@list.ru.

Сведения об авторах: Авазов Муллонадир Авазович – Таджикский национальный университет, кафедра органической химии, химический факультет, докторант Ph.D. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 938695557. **E-mail:** mullonodir@mail.ru

Каримов Махмадгул Бобоевич – Таджикский национальный университет, кафедра технологии химических производств, химический факультет, профессор. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 919-41-02-41. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Рӯзиев Бегали Темирович – Таджикский национальный университет, кафедра технологии химического производства, ассистент. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 919393956. **E-mail:** ruziev_7474@mail.ru.

Ёров Муродбек Ёрович – Таджикский национальный университет, кафедра методики преподавания химии, ассистент. **Адрес:** 734025, ш. Душанбе, Республика Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 935696699. **E-mail:** yorov89@list.ru.

Information about the authors: Avazov Mullonadir Avazovich – Tajik National University, Department of Organic Chemistry, Faculty of Chemistry, doctoral Ph.D. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave. 17. **Phone:** (+992) 938695557. **E-mail:** mullonodir@mail.ru

Karimov Mahmadvul Boboevich – Tajik National University, Department of Chemical Production Technology, Faculty of Chemistry, Professor. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave. 17. **Phone:** (+992) 919410241. **E-mail:** karimovm.b@mail.ru

Ruziev Begali Temirovich - Tajik National University, Department of Chemical Production Technology, Faculty of Chemistry, assistant. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave. 17. **Phone:** (+992) 919393956. **Email:** ruziev_7474@mail.ru

Yorov Murodbek Yorovich - Tajik National University, Department of Methods of Teaching Chemistry, Faculty of Chemistry, assistant. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Ave. 17. **Phone:** (+992) 935696699. **Email:** yorov89@list.ru.

УДК 541. 49. 538. 214.

ХОСИЯТҲОИ КИСЛОТАГӢ-АСОСИИ 1-АТСЕТИЛ-3-ТИОСЕМИКАРБАЗИД

Азизкулова О.А., Аминов Х.М., Самадов А.С., Чурабеков У.М.

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Барои рушди назарияи пайвастаҳои органикии нитроген-, сулфурдор ва васеъ намудани имкониятҳои амалии татбиқи онҳо нақши муҳим мебозанд. Ҳосилаҳои тиосемикарбазид яке аз синфи муҳими пайвастаҳои органикӣ мебошанд. Маълум аст, ки тиосемикарбазид ва ҳосилаҳои он дар амалияи тиб васеъ истифода мешаванд. Маълумоти муфассал дар бораи яке аз ҳосилаи тиосемикарбазид оид ба таъсири фармакологӣ, биохимиявӣ, патофизикии тиосемикарбазонҳо, инчунин истифодаи онҳо дар соҳаи тиб маъмул мебошад [1]. Онҳо ба осонӣ дастрасанд ва аз сабаби мавҷудияти якчанд марказҳои реаксионӣ, ҳамчун реагентҳо дар синтези моддаҳои гуногуни органикӣ васеъ истифода мешаванд. Аз нуқтаи назари фаъолияти биологӣ ҳосилаҳои тиосемикарбазид пайвастаҳои муфид барои рушди соҳаи фармасевтӣ ё биологӣ мебошанд [2].

Дар асоси ҳосилаҳои тиосемикарбазид як қатор пайвастасое ба даст оварда шудаанд, ки дорои доираи васеи таъсир буда, бар зидди бемориҳои бактериявӣ, замбуруғ, гербицид, диабети қанд, илтиҳоби шуш варам ва ғайраҳомавриди истифода қарор доранд. Муайян карда шудааст, ки пайвастаҳои координатсионии тиосемикарбазонии металлҳои интиқоли нисбат ба тиосемикарбазонҳои ҳамоҳангнашуда аз ҷиҳати биологӣ фаъолтаранд, ки таваҷҷӯҳи муҳаққиқони соҳаро зиёд мекунад [3-5]. Аз ин рӯ, синтези намояндагони нави ин силсила моддаҳо як соҳаи муҳими тадқиқот мебошад. Дар оянда, ингуна пайвастаҳои координатсионӣ метавонанд истифодаи худро дар табobati баъзе бемориҳо пайдо кунанд.

Мавҷуд будани атомҳои нитроген дар тиосемикарбазид ва ҳосилаҳои он ба ҳосиятҳои кислотагӣ-асосӣ ва комплексҳосилкунии онҳо таъсири калон мерасонад. Баъзе пайвастҳои органикӣ вобаста аз шароит, ҳам донори протон ва ҳам аксептори он, шуда метавонанд. Қобилияти пайваст кардани протон аз сохт ва табиати гурӯҳҳои функционалии пайвасти органикӣ вобаста мебошад. Дар қорҳои [6,7] ҳосиятҳои протолитии як қатор пайвастҳои органикии нитрогендор хеле хуб омӯхта шудааст. Дар ин таҳқиқотҳо собитҳои пайвасткунии протон ва диссоциатсияи системаҳои гетеросиклӣ муайян гардида, қобилияти дар шакли кислота ё асос вучуд доштани онҳо тавсиф гардидааст. Ҳамзамон, алоқамандии ҳосияти кислотагӣ-асосӣ аз сохти электроникии он, табиат ва ҳолати ҷойгиршавии ҷойивазкунанда, инчунин, муҳити маҳлули ин намуди моддаҳо таҳлил карда шудааст. Ғайр аз ин муаллифон собитҳои ионизатсияшавии азолҳо ва аминоҳосилаҳои онҳоро муайян намуда, таъсири табиати ҷойивазкунандаҳо дар молекулаи имидазол ва қобилияти протонпайвасткунии онҳо муайян карда шудааст [8,9].

Муаллифони қори [10,11] ҳангоми омӯзиши ҳосиятҳои кислотагӣ-асосии 2-метилимидазол ва 1-метил-2-меркаптоимидазол дар маҳлулҳои обӣ, обӣ-этанолӣ муайян кардаанд, ки бо зиёдшавии ҳиссаи этанол дар маҳлул, ҳосияти асосии ин пайвастаҳо кам мешавад. Инчунин онҳо муайян кардаанд, ки дар маҳлулҳои обӣ-этанолӣ зиёдшавии консентратсияи этанол дар маҳлули 2-меркаптоимидазол ба қобилияти пайваст кардани протон таъсири манфӣ мерасонад. Ҳангоми то 55% зиёд кардани ҳиссаи этанол дар маҳлул логарифмаи собити протонизатсияи 2-меркаптоимидазол аз 4,4 то 3,2 кам мешавад. Дар баробари ин, дар қорҳои барои баъзе аз аминҳо гузаронидашуда (аммиак, пиридин, этилендиамин) нишон дода шудааст, ки вобастагии pK_a аз консентратсияи ҳалкунандаи ғайриобӣ хаттӣ

набуда, бо зиёдшавии концентратсияи халқунандаи ғайриобӣ дар маҳлул тариқи минимум зиёд мешавад.

Дар корҳои [12,13] ба омӯзиши хосиятҳои кислотагӣ-асосии изолейтсин, триптофан, валин, норвалин ва серин, қобилияти лигандӣ ва пайвастаҳои комплекси онҳо дар маҳлулҳои обӣ ва физиологӣ дар шароитҳои мухталифи эксперимент (ҳарорат, концентратсияи лиганду ионҳои руҳ ва оҳан, қувваи ионии маҳлул) мавриди таҳқиқ қарор дода шудааст. Бо мақсади таҳқиқоти бештар ва муқоисаи натиҷаҳои таҷрибавӣ ба сифати лигандҳо норлейтсин ва валинро интихоб намуда ва омӯзиши хосиятҳои кислотагӣ-асосии пайвастаҳои зикршуда тавассути истифодаи усули рН-метрӣ иҷро гардидааст. Дар қори зикргардида асосан ба таҳқиқи маҳлулҳои обӣ ва физиологӣ норлейтсин диққат дода шудааст.

Дар корҳои мазкур синтез ва таҳқиқи пайвастаҳои координатсионии мис (II) бо 1-ацетил-3-тиосемикарбазид иҷро карда шуда хосиятҳои физикӣ-химиявии онҳо омӯхта шудаанд, инчунин раванди комплекссозилкунии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо мис (II) омӯхта шуд, муқарар карда шудааст, ки лиганди номбурда зина ба зина бо иони мис (II) пайваст гардида, чор заррачаи мураккабро ташкил медиҳад ва устувории онҳо бо баланд шудани ҳарорат кам мешавад [14,15].

Инчунин дар мақолаи мазкур бо усули потенциометрӣ мувозинати кислотагӣ-асосии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид дар маҳлули обӣ-кислотагӣ омӯхта шуда, собатаҳои ин пайвастаро дар ҳароратҳои 25, 35 ва 45 °С муайян намудем. Дар ҳадвали 1 ҳамчун намуна таҳқиқоти натиҷаи титронидани рН-метрии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо маҳлули 0,2 н КОН дар маҳлули обӣ-кислотагӣ ва ҳарорати 25 °С оварда шудааст.

Ҳадвали 1. Натиҷаи титронидани рН-метрии маҳлули обӣ-кислотагии 0,01 мол/л 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо маҳлули 0,2 мол/л оби ишқори калий дар ҳарорати 25 °С

Ҳадвали 1. Резултати титрования водно-кислотного раствора 0,01 моль/л 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды с 0,2 моль/л водным раствором гидроксида калия при температуре 25 °С

Table 1. Results of titration of an aqueous acid solution of 0.01 mol/L 1-acetyl-3-thiosemicarbazide with 0.2 mol/L aqueous solution of potassium hydroxide at a temperature of 25 °C

V_N аОН		pH	pH ₂	pH ₃	pH миёна
0,0	9	1,9	2,00	1,99	1,99
0,4	6	2,0	2,06	2,06	2,06
0,8	7	2,1	2,12	2,18	2,16
1,2	8	2,2	2,26	2,29	2,28
1,6	8	2,4	2,37	2,46	2,44
2,0	0	2,7	2,68	2,72	2,70
2,2	7	2,9	2,96	2,97	2,97
2,2	8	3,0	2,98	3,12	3,06

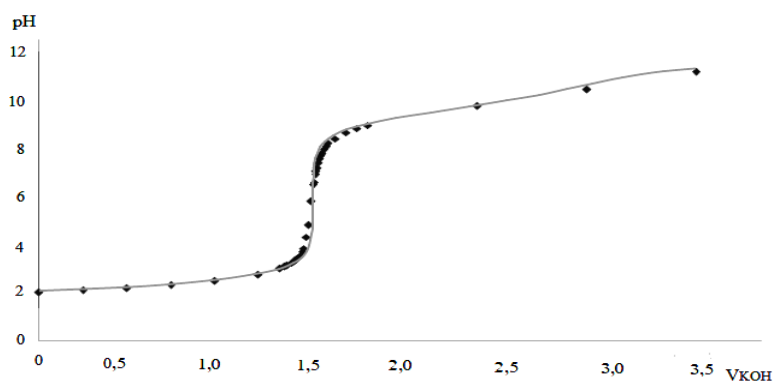
2,26	3,14	2,99	3,16	3,10
2,30	3,20	3,04	3,20	3,15
2,32	3,28	3,18	3,26	3,24
2,34	3,31	3,28	3,33	3,31
2,36	3,44	3,38	3,45	3,42
2,38	3,50	3,46	3,53	3,50
2,40	3,67	3,69	3,69	3,68
2,42	3,83	3,77	3,81	3,80
2,44	4,26	4,31	4,28	4,28
2,46	4,76	4,81	4,77	4,78
2,48	5,73	5,78	5,72	5,74
2,50	6,44	6,41	6,47	6,44
2,51	6,57	6,53	6,55	6,55
2,52	6,88	6,91	6,86	6,88
2,53	6,92	7,08	7,00	7,00
2,54	7,12	7,15	7,10	7,12
2,55	7,35	7,29	7,37	7,34
2,56	7,52	7,49	7,55	7,52
2,57	7,63	7,58	7,67	7,63
2,58	7,72	7,74	7,71	7,72
2,60	7,90	8,01	7,80	7,90
2,62	8,02	8,07	7,98	8,02
2,64	8,10	8,21	8,12	8,14
2,70	8,35	8,32	8,37	8,35
2,80	8,60	8,62	8,58	8,60
2,90	8,74	8,87	8,72	8,78
3,00	8,87	9,01	8,86	8,91
4,00	9,73	9,62	9,76	9,70
5,00	10,36	10,45	10,32	10,38
6,00	11,16	10,98	11,18	11,11
7,00	11,46	11,51	11,49	11,49
8,00	11,68	11,72	11,75	11,72
9,00	11,85		11,85	11,85
10,0	11,96			11,96
11,0	12,02			12,02

Ҳангоми омӯзиши қачхатаи титронии маҳлули обӣ-кислотагии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид (вобастагии рН - и маҳлул аз ҳаҷми ишқори калии иловашуда, расми 1) қиматҳои рК₂ - и асосӣ ҳисоб карда шуданд, мувофиқан ба 9,55 баробар мебошад. ин қиммати ёфташуда тарафи рости мувозинати кислотагӣ-асосии моддаи таҳқиқшударо қаноат мекунонад.

Расми 1. Қачхатаи титронидани 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо маҳлули 0,2 мол/л КОН дар маҳлули обӣ-кислотагӣ дар ҳароратҳои 25, 35 ва 45 °С.

Рисунок 1. Кривые титрования 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды с 0,2 моль/л раствором КОН в водно-кислотном растворе в интервале температур 25, 35 и 45 °С.

Figure 1. Titration curves of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide with 0.2 mol/l KOH solution in an aqueous acid solution in the temperature range 25, 35 and 45 °C.



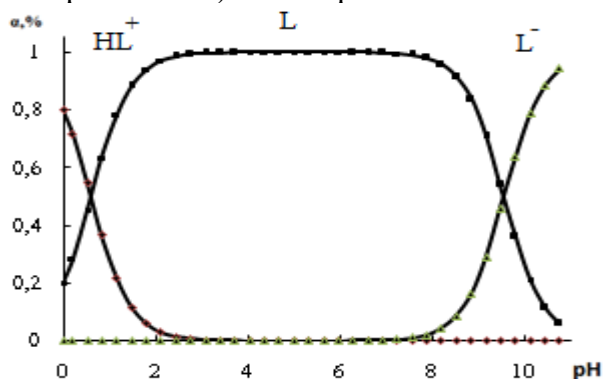
Барои тайёр кардани маҳлули 0,2 н КОН аз фиксанал истифода намудем. Таҳқиқот бо усули рН-метрӣ амалӣ гардид. Дар ҷадвалҳои 1 ба сифати мисол натиҷаҳои титронии маҳлули обӣ-кислотагии концентратсияш 0,01 мол/л 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо маҳлули 0,2 мол/л обии ишқори калий (ҷадвали 1) дар ҳароратҳои 25, 35 ва 45 °С нишон дода шудааст.

Бо истифодаи муодилае, ки дар қори [10] оварда шудааст, дар асоси қимати рКа тақсимшавии шаклҳои гуногуни 1-ацетил-3-тиосемикарбазид дар ҳудуди васеи рН ҳисоб карда шуд.

Расми 2. Ҳиссаи тақсимшавии шаклҳои гуногуни 1-ацетил-3-тиосемикарбазид (молекулярӣ, протонизатсияшуда ва депротонизатсияшуда) дар маҳлули обӣ-кислотагӣ

Рисунок 2. Распределения разных форм 1-ацетил-3-тиосемикарбазид (молекулярной, протонизированной и депротонированной) в водно-кислотном растворе

Figure 2. Distributions of different forms of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide (molecular, protonated and deprotonated) in an aqueous acid solution

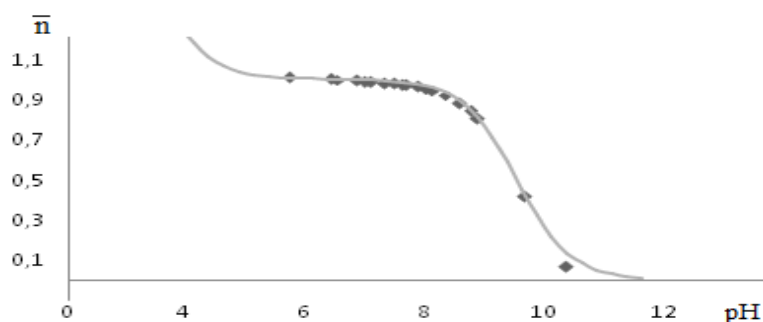


Натиҷаи таҳқиқоти иҷрошуда нишон дод, ки (расми 2) 1-ацетил-3-тиосемикарбазид дар ҳудуди рН аз 2,0 то 8,0 дар шакли молекулавӣ қарор дошта, аз рН-и 2 поён бо суръати суст протонизатсия мешавад. Дар рН-ҳои аз 9 боло шакли иони манфизаряди ин пайвастаро пайдо кардан мумкин аст. Дар асоси натиҷаи таҳқиқоти потенциометрӣ, инчунин, функцияи ҳосилшавии шакли протонизатсияшудаи 1-ацетил-3-тиосемикарбазид ва собатаҳои устувории он дар маҳлулҳои обӣ-органикӣ низ ҳисоб карда шуд. Дар расми 3 вобастагии функцияи Биеррум аз рН барои системаи 1-ацетил-3-тиосемикарбазид-НСІ·Н₂О, оварда шудааст.

Расми 3. Вобастагии функцияи Биеррум аз рН барои системаи 1-ацетил-3-тиосемикарбазид

Рисунок 3. Зависимость функции Бьеррума от рН для системы 1-ацетил-3-тиосемикарбазид

Figure 3. Dependence of the Bjerrum function on pH for the 1-acetyl-3-thiosemicarbazide system



Аз расми 3 дида мешавад, ки функсияи ҳосилшавии Беррум барои система ба як наздик мешавад, вале аз он намегузарад. Чунин вобастагии функсияи ҳосилшавӣ аз рН-и маҳлул далели як зина протонизатсияшавии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид дар маҳлули обӣ-кислотагӣ мебошад.

Адабиёт

1. Metwally M.A. Thiosemicarbazides: synthesis and reactions/ M. A.Metwally, S.Bondock, E.A.Hossam, E.E. Kandeel // *Journal of Sulfur Chemistry*. 2011. Vol. 32, no. 5. – Pp.489–519.
2. Samadhiya S. Synthetic utility of Schiff bases as potential herbicidal agents/ S.Samadhiya, A.Halve// *Oriental Journal of Chemistry*. – 2001. Vol. 17. No. 1. – Pp.119–122.
3. Першина Т.Н. Химия и медицина. Тиосемикарбазоны / Под редакцией Т.Н.Першина. – М.: Медгиз, 1954. – 626 с.
4. Vanco J. Synthesis, structural characterization, antiradical and antidiabetic activities of copper(II) and zinc(II) Schiff base complexes derived from salicylaldehyde and β -alanine/ J.Vanco, J.Marek, Z.Travnicek, E.Racanska, J.Muselik, O.Svajlenova// *Journal of Inorganic Biochemistry*. 2008. Vol. 102. No. 4. – Pp.595–605.
5. Andres S. A. Synthesis sharakterization, and biological activity o hybrid thiosemicarbazone-alkylthiocarbamate metal complexes/ S.A.Andres, K.Bajaj, N.S.Vishnosky, M.A.Peterson, M.S.Mashuta, R.M.Buchanan // *Inorganic Chemistry*. 2020. Vol. 59. No. 7. – Pp. 4924–4935.
6. Хабибулина, И.В. Кислотно-основные свойства и прототропная таутомерия изомерных 1,2,4триазин-3-5-онов / И.В.Хабибулина и др. // *Журн. орг. хим.* – 2004. – Т.40. – Вып. 3. – С.453-457.
7. Трифонов, Р.Е. Протеолитические равновесия азотосодержащих гетероароматических соединений// Р.Е. Трифонов, В.А. Островский// Сб. тез. докл. «VII Российская конференция механизмы каталитических реакций». – Т.1. –Новосибирск, 2006. – С.322-323.
8. Валоводенко, А.П. Протолитические равновесия некоторых азоло-азинов / А.П. Валоводенко и др. // *Химия гетероциклических соединений*. – 2000. – №6. – С.816-824.
9. Некрав, Л.П. Кислотно-основные свойства и спектральные эффекты протонирования диаминов бис-бензимидазольного ряда /Л.П.Некрав//*Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2017. – №8. – С.231-236.
10. Содатдинова А.С. Хосиятҳои кислотагӣ-асосии 1-метил-2-меркаптоимидазол / Содатдинова А.С., Сафармамадзода С.М., Фаҳима Фақирёр // *Вестник ТНУ*. – 2021. № 1. –С. 145-156.
11. Содатдинова, А.С. Омӯзиши хосияти кислотагӣ-асосии 2-меркаптоимидазол / А.С. Содатдинова, С.С. Бобосайдзода, С.М. Сафармамадзода//*Материалы республиканской аучнотеоретической конференции профессорско-преподавательского состава и сотрудников ТНУ*. – Душанбе, 2020. – С. 830.
12. Бобоев, М.У. Изучение кислотно-основных свойств водных растворов триптофана при различных температурах / М.У.Бобоев, К.Дж.Суяров, М.Рахимова // *Матер. респуб. научно-теор. конф. профес.-препод. состава и сотруд. ТНУ, посвященной «20-ой годовщине Дня национального единства» и «Году молодёжи»*. – Душанбе: Сино, 2017. –С.83-84.
13. Суяров Қ.Қ. Таҳқиқи хосиятҳои кислотагӣ-асосии намояндаҳои баъзе синфҳои пайвастаҳои узви ҷихати татбиқи онҳо дар тиб / Қ.Қ.Суяров, М.У.Бобоев, Г.Х.Ғоибова, А.А.Латипов// *Вестник ТНУ. Серия естественных наук*. – 2020. № 3. – С. 211-220.
14. Азизкулова О.А. Синтез и исследование координационных соединений меди (II) с 1-формил-3-тиосемикарбазидом/ О.А. Азизкулова, У.М. Джурабеков, Х.С. Давлатова // *Материалы международной конференции “Комплексные соединения и аспекты их применения”*. – Душанбе, 2018. - С.38-40.

15. Джурабеков У.М. Комплексообразование меди (II) с 1-ацетил-3-тиосемикарбазидом в среде 0,1 моль/л NaNO₃ при 298 К / У.М. Джурабеков, О.А. Азизкулова, Х.М. Аминов, Г.Н. Солехов // Сборник статей первой Международной научно-практической конференции «Перспективы развития исследований в области химии координационных соединений и аспекты их применения», посвященной памяти профессора Баситова Саодат Мухаммедовны, 80-летию со дня рождения и 60-летию педагогической и научно-исследовательской деятельности доктора химических наук, профессора Азизкулова Онаджон Азизкуловны. (30-31 марта 2022 г.). – Душанбе, 2022. – С.208-212.

REFERENCES

1. Metwally M.A. Thiosemicarbazides: synthesis and reactions/ M. A. Metwally, S. Bondock, E.A. Hossam, E.E. Kandeel // *Journal of Sulfur Chemistry*. 2011. Vol. 32, no. 5. – Pp.489–519.
2. Samadhiya S. Synthetic utility of Schiff bases as potential herbicidal agents/ S. Samadhiya, A. Halve // *Oriental Journal of Chemistry*. – 2001. Vol. 17. No. 1. – Pp.119–122.
3. Pershina T.N. Chemistry and medicine. Thiosemicarbazones / Edited by T.N. Pershin. – M.: Medgiz, 1954. – 626 p.
4. Vanco J. Synthesis, structural characterization, antiradical and antidiabetic activities of copper(II) and zinc(II) Schiff base complexes derived from salicylaldehyde and β-alanine/ J. Vanco, J. Marek, Z. Travnicek, E. Racanska, J. Muselik, O. Svajlenova // *Journal of Inorganic Biochemistry*. 2008. Vol. 102. No. 4. – Pp.595–605.
5. Andres S. A. Synthesis characterization, and biological activity of hybrid thiosemicarbazone-alkylthiocarbamate metal complexes/ S.A. Andres, K. Bajaj, N.S. Vishnosky, M.A. Peterson, M.S. Mashuta, R.M. Buchanan // *Inorganic Chemistry*. 2020. Vol. 59. No. 7. – Pp. 4924–4935.
6. Khabibulina, I.V. Acid-base properties and prototropic tautomerism of isomeric 1,2,4-triazin-3,5-diones / I.V. Khabibulina et al. // *Journal of Org. Chem.* – 2004. – T.40. – Vol. 3. – Pp.453-457.
7. Trifonov, R.E. Proteolytic equilibria of nitrogen-containing heteroaromatic compounds // R.E. Trifonov, V.A. Ostrovsky // *Sat. abstract report "VII Russian conference mechanisms of catalytic reactions."* – T.1. – Novosibirsk, 2006. – Pp.322-323.
8. Valodenko, A.P. Protolytic equilibria of some azolo-azines / A.P. Valodenko et al. // *Chemistry of heterocyclic compounds*. – 2000. – No. 6. – Pp.816-824.
9. Nekrav, L.P. Acid-base properties and spectral effects of protonation of diamines of the bis-benzimidazole series / L.P. Nekrav // *International Journal of Applied and Fundamental Research*. – 2017. – No. 8. – Pp.231-236.
10. Sodatdinova A.S. Acidic-basic properties of 1-methyl-2-mercaptoimidazole / Sodatdinova A.S., Safarmamadzoda S.M., Fahima Faqiryor // *Bulletin of TNU. Natural Science Series*. – 2021. No. 1. – Pp. 145-156.
11. Sodatdinova, A.S. Study of acid-base properties of 2-mercaptoimidazole / A.S. Sodatdinova, S.S. Bobosaidzoda, S.M. Safarmamadzoda // *Materials of the republican scientific and theoretical conference of teaching staff and employees of TNU*. – Dushanbe, 2020. – Pp. 830.
12. Boboev, M.U. Study of the acid-base properties of aqueous solutions of tryptophan at different temperatures / M.U. Boboev, K.J. Suyarov, M. Rakhimova // *Materials of the republican scientific-theoretical conference of professor-teachers and employees of TNU, dedicated to the "20th anniversary of National Unity Day" and the "Year of Youth"*. – Dushanbe: Sino, 2017. – Pp.83-84.
13. Suyarov K.J. Research of acid-base properties of representatives of some classes of organic compounds in terms of their application in medicine / K. J. Suyarov, M. U. Boboev, G. Kh. Goibova, A. A. Latipov // *Bulletin of TNU. Natural Science Series*. – 2020. No. 3. – Pp. 211-220.
14. Azizkulova O.A. Synthesis and study of coordination compounds of copper (II) with 1-formyl-3-thiosemicarbazide/ O.A. Azizkulova, U.M. Jurabekov, Kh.S. Davlatova // *Proceedings of the international conference "Complex compounds and aspects of their application"*. – Dushanbe, 2018. – P.38-40.
15. Dzhurabekov U.M. Complexation of copper (II) with 1-acetyl-3-thiosemicarbazide in 0.1 mol/l NaNO₃ at 298 K / U.M. Jurabekov, O.A. Azizkulova, Kh.M. Aminov, G.N. Solekhov // *Collection of articles of the first International Scientific and Practical Conference "Prospects for the development of research in the field of chemistry of coordination compounds and aspects of their application"*, dedicated to the memory of Professor Saodat Muhammedovna Basitov, the 80th anniversary of his birth and the 60th anniversary of the doctor's teaching and research activities in chemical sciences, professor Azizkulova Onajon Azizkulovna. (March 30-31, 2022). – Dushanbe, 2022. – Pp.208-212.

ҲОСИЯТҲОИ КИСЛОТАГӢ-АСОСИИ 1-АТСЕТИЛ-3-ТИОСЕМИКАРБАЗИД

Ҳисоб кардани собитҳои ионизатсияи моддаҳои узвӣ дар муҳити кислотагӣ ва муҳити асосӣ барои дар оянда мавриди таҳқиқ қарор додани раванди комплекташкилкунии онҳо ба сифати лиганд бо металлҳои гуногун ва истифодаи онҳо дар мақола баърашӣ гардидааст.

Мувозинати кислотагӣ-асосии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо истифода аз тарикаи рН – метрӣ мавриди омӯзиш қарор гирифт: қимати pK_2 - и асосӣ ба 9,55 баробар мебошад. Омӯзиши хосиятҳои кислотагӣ – асосии 1-ацетил-3-тиосемикарбазид барои муайян намудани қобилияти ионизатсионии он ва ҳисоб кардани қиматҳои собитҳои ионизатсионӣ дар ҳудуди ҳароратҳои 25, 35 ва 45 °C ва дар маҳлулҳои обӣ-кислотагӣ амалӣ гардид. Қачхаттаи титронидани маҳлули обӣ-кислотагӣ 1-ацетил-3-тиосемикарбазид бо маҳлули 0,2 мол/л ишқори калий дар ҳар се ҳарорат тартиб дода шуд, ки равиши онҳо яхела мебошад. Танҳо қиматҳои таҷрибавӣ ва мувофиқан моилии қачхаттаҳо аз ҳамдигар фарқ мекунанд, ки ин ҳолат таъсири ҳарорат ва муҳитро ба раванди ионизатсияи 1-ацетил-3-тиосемикарбазид инъикос менамояд. Аз натиҷаҳои таҳқиқот маълум гардид, ки бо афзудани ҳарорат дар маҳлули обӣ-кислотагӣ каме афзоиш ёфтани қимати $K_{\text{иониз.2}}$ (асосӣ) ба назар мерасад, ки вобастагии рости ин бузургӣро аз ҳарорат дуруст айён менамояд. Таъсири муҳит ба қимати $K_{\text{иониз.2}}$ қонуниятӣ ягона надорад, ки ин аз мураккаб будани таркиби маҳлулҳои мавриди таҳқиқ ва мухталифии равандҳои дар онҳо имконпазир шаҳодат медиҳад.

Калидвожаҳо: усули рН-метр, усули потенциометрӣ, 1-ацетил-3-тиосемикарбазид, моддаи органикӣ, лиганд, муҳити обӣ-кислотагӣ, ҳарорат, функцияи Биеррум, диаграммаи тақсимшавӣ, ҳиссаи тақсимшавӣ.

КИСЛОТНО-ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА 1-АЦЕТИЛ-3-ТИОСЕМИКАРБАЗИДА

В статье рассмотрен расчет констант ионизации органических веществ в кислой и основной средах с целью исследования процесса их комплексообразования в качестве лиганда с различными металлами и их дальнейшего использования. Кислотно-щелочной баланс 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды изучали методом рН-метрии: значение pK_2 основания равно 9,55. Исследование кислотно-основных свойств 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды проведено с целью определения его ионизационной способности и расчета значений констант ионизации в интервале температур 25, 35 и 45 °C и в водно-кислых растворах. Кривую титрования 0,2 моль/л водно-кислого раствора 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды растворами калийных щелочей строили при всех трех температурах, показано, что подход их одинаковый, и отличаются друг от друга лишь экспериментальные значения и, соответственно, наклон кривых, что отражает влияние температуры и окружающей среды на процесс ионизации 1-ацетил-3-тиосемикарбазиды. По результатам исследований стало ясно, что с повышением температуры водно-кислотного раствора значение $K_{\text{иониз.2}}$ (основное) незначительно увеличивается, что показывает истинную зависимость этих параметров от температуры. Влияние окружающей среды на величину $K_{\text{иониз.2}}$ не имеет единого закона, что свидетельствует о сложности состава исследуемых растворов и разнообразии возможных процессов в них.

Ключевые слова: рН-метрической метод, потенциометрический метод, 1-ацетил-3-тиосемикарбазид, органическое вещество, лиганд, водно-кислая среда, температура, функция Биеррума, диаграмма распределения, степень распределения.

ACID-BASE PROPERTIES OF 1-ACETYL-3-TIOSEMICARBAZIDE

The article discusses the calculation of ionization constants of organic substances in acidic and basic media in order to study the process of their complex formation as a ligand with various metals and their further use. The acid-base balance of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide was studied by pH-metry: the pK_2 value of the base was 9.55. A study of the acid-base properties of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide was carried out in order to determine its ionization ability and calculate the values of ionization constants in the temperature range of 25, 35 and 45 °C and in aqueous acidic solutions. The titration curve of a 0.2 mol/l aqueous acid solution of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide with potassium alkali solutions was plotted at all three temperatures; it was shown that their approach is the same, and only the experimental values and, accordingly, the slope of the curves differ from each other, which reflects the influence of temperature and environment on the ionization process of 1-acetyl-3-thiosemicarbazide. According to the research results, it became clear that with increasing temperature of the aqueous acid solution, the value of $K_{\text{ioniz.2}}$ (basic) increases slightly, which shows the true dependence of these parameters on temperature. The influence of the environment on the value of $K_{\text{ioniz.2}}$ does not have a single law, which indicates the complexity of the composition of the solutions under study and the variety of possible processes in them.

Key words: pH-metric method, potentiometric method, 1-acetyl-3-thiosemicarbazide, organic matter, ligand, aqueous acidic medium, temperature, Bjerrum function, distribution diagram, degree of distribution.

Сведения об авторах: Азизкулова Онаджон Азизкуловна - Таджикский национальный университет, доктор химических наук, профессор кафедры неорганической химии. Адрес: 734025, г. Душанбе, Республики Таджикистан, проспект Рудаки, 17. Телефон: (+992) 935007544. E-mail: ona41@mail.ru.

Аминов Хусниддин Мамурович - Таджикский национальный университет, магистр 2-го курса химического факультета. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республики Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 985280088. **E-mail:** aminovhusniddin8@gmail.com.

Самадов Абдурасул Саидович - Таджикский национальный университет, кандидат химических наук, ассистент кафедры физической и коллоидной химии. **Адрес:** 734025, г. Душанбе, Республики Таджикистан, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 111503838. **E-mail:** s.s.rasul@mail.ru.

Джурабеков Убайдулло Махмадсафиевич - Таджикский национальный университет, кандидат химических наук, доцент кафедры неорганической химии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. **Телефон:** (+992) 918960660. **E-mail:** ubaid011002@mail.ru.

Маълумот дар бораи муаллифон: **Азизкулова Онаҷон Азизкуловна** - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, доктори илмҳои химия, профессори кафедраи химияи ғайриорганикӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. **E-mail:** ona41@mail.ru. **Телефон:** (+992) 93-500-75-44.

Аминов Хусниддин Мамурович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, магистри соли 2-юми факултети химия. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. **Телефон:** (+992) 985280088. **E-mail:** aminovhusniddin8@gmail.com.

Самадов Абдурасул Саидович - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои химия, ассистенти кафедраи химияи физикӣ ва коллоидӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. **Телефон:** (+992) 111503838. **E-mail:** s.s.rasul@mail.ru.

Ҷурабеков Убайдулло Махмадсафиевич - Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, номзади илмҳои химия, дотсенти кафедраи химияи ғайриорганикӣ. **Суроға:** 734025, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, хиёбони Рӯдакӣ 17. **Телефон:** (+992) 918960660. **E-mail:** ubaid011002@mail.ru.

Information about the authors: **Azizkulova Onajon Azizkulovna** - Tajik National University, Doctor of chemical sciences, Professor of the department of inorganic chemistry. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 93-500-75-44. **E-mail:** ona41@mail.ru.

Aminov Husniddin Mamurovich - Tajik National University, first-year master of the faculty of chemistry. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 985280088. **E-mail:** aminovhusniddin8@gmail.com.

Samadov Abdurasul Saidovich - Tajik National University, Candidate of Chemical Sciences, assistant at the Department of Physical and Colloid Chemistry. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 111503838. **E-mail:** s.s.rasul@mail.ru.

Jurabekov Ubaidullo Mahmadsafievich - Tajik National University, Candidate of chemical sciences, associate professor of the department of inorganic chemistry. **Address:** 734025, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Rudaki Avenue, 17. **Phone:** (+992) 918960660. **E-mail:** ubaid011002@mail.ru.

МУНДАРИЧА МАТЕМАТИКА

Раҷабов Н., Ҳомидов С.М. Системаи барзиёдуайяншудаи се муодилаи интегралӣ, дар ҳолате ки муодилаи асосӣ, муодилаи сеюм мебошад.....	5
Одинаев Р.Н., Гафоров А.Б., Мухаков В. Ҳалли ададии масъалаи муҳофизати агросенози пахта ва моделсозии компютери он.....	15
Қосимов И.Л., Қосимова М.И. Ҳалли баъзе масъалаҳои мураккаби математикӣ бо ёрии забони барномасозӣ сатҳи баланд Python.....	24
Ҷӯраева Г.Х. Таҳқиқи моделӣ статсионарии раванди табодулотӣ гармӣ дар муҳити конденсии ҳамвор.....	35
Қобилов М.М., Гулбоев Б.Ҷ., Гулбоев Ф.Ҷ. Натиҷаҳои ҳисоб ва таҳлили характеристикаҳои асосии мавҷи статсионарӣ ва сохтори он ҳангоми сӯзиши омехтаи гидрогену ҳаво дар муҳити ковоки инертӣ.....	49
Олимӣ А.Ғ., Охунов Н. Қ. Тасвири интегралӣ ҳалли умумӣ ва масъалаи ҳаттӣ - ҳамроҳшавӣ барои муодилаи дифференсиалии одӣ бо нуқтаи чапи сарҳадии сингулярнокии паст ва ду нуқтаҳои дохилии сингулярӣ.....	63
Пежмон Дж. Таҳлили муқоисавии модели ҳадди моликият бо ҳатти камбизоатӣ.....	82
Садуллоев Р.И., Насруллоев Қ.Н. Моделсозӣ ва ҳисоббарорихии ададии тағйирёбии ҳарорати хок.....	92
Пежмон Дж. Усули TOPSIS ва истифодаи он барои ченкунии ҳадди камбизоатӣ.....	100
Ҷобиров Ё.Р. Тасвири интегралӣ ва ҳалли масъалаи намуди Коши барои яке аз муодилаҳои дифференсиалии таназзулбанди чинси дуи тартиби чор дар чоряки дуи ҳамвории координатӣ.....	111

ФИЗИКА

Норматов И.Ш., Сабурова Г.Н., Муминов А.О., Авази Мирзо. Тақсимооти фазоӣ ва бо баландии боришоти атмосферӣ дар ҳавзаи дарёи Варзоб	128
Рашидов Д., Табаров С.Х., Возняковский А.П., Содиков Ф.Х., Исмаилов Ш.П., Акназарова Ш.И., Дустов А.И. Сохтор ва рӯшнобобоварии полиэтилен бо графенноксидҳо пуркардашуда.....	137
Мирзохонова С.О., Норматов И.Ш. Шароити метеорологии ҳавза ва таъсири он ба ташаккули маҷрои оби дарёи Ягноб.....	147
Салихов Т.Х., Хочаев Ю.П., Сулаймонов А.Э. Хусусияти ангиши гармоникаи дуоми сигнали ғайриҳаттии фотоакустикӣ дар муҳитҳои конденсӣ дорои релаксатсияи сели гармо.....	158
Исмаилов Т.Н. Назарияи ташаккули майдони ҳароратии металлҳо дар зери таъсири дастаи ионҳои вазнину сареъ.....	169
Нодиров К.А., Абдуллаев С.Ф., Маслов В.А. Тағйирёбии иқлим дар пойтахтҳои кишварҳои Осиёи Марказӣ.....	179
Ҳочибоева М.Х., Норматов И.Ш., Муминов А.О., Сабурова Г.М., Мирзо А. Таҳлили муқоисавии хусусиятҳои метеорологии ҳудуди соҳилии обанборҳои водигӣ ва кӯҳӣ.....	189

ХИМИЯ

Мягкова А.С., Песцов Г.В., Третьякова А.В., Воронцов В.С., Прокудина О.В., Каримов М.Б., Мухторов Л.Г. Истифодаи биологии партовҳои ҷӯб бо штамҳои занбӯруғи <i>Pleurotus Ostreatus</i>	198
Ғозиев Э.Д., Раҳматуллоев Б.К., Ҳасанов Ф.Н., Манонов К.А. Синтез ва тадқиқи физикию химиявии пайвасти комплекси руҳ бо тиомочевина.....	208
Третьякова А.В., Песцов Г.В., Мягкова А.С., Воронцов В.С., Прокудина О.В., Мухторов Л.Г., Каримов М.Б. Рушди мителлияи занбӯруғи <i>lentini edodes</i> ва <i>lentini tigrinus</i> дар субстратҳои физӣ.....	217
Мухторов П.А. Мувозиратҳои фазагии системаи $K, Ca, Al // SO_4, F-H_2O$ дар ҳарорати $0^\circ C$	226
Авазов М.А., Каримов М.Б., Рузиев Б.Т., Ёров М.Ё. Ҳосилкунии глисероли тоза аз равғанҳои пунбадона ва зағир бо усули алкоҳолиз.....	235
Азизқуллова О.А., Аминов Х.М., Самадов А.С., Ҷурабеков У.М. Хосиятҳои кислотагӣ-асосии 1-атсетил-3-тиосемикарбазид.....	246

СОДЕРЖАНИЕ МАТЕМАТИКА

Раджабов Н., Хомидова С.М. Переопределённой системы трёх интегральных уравнение, когда основным уравнением является третье уравнение.....	5
Одинаев Р.Н., Гафоров А.Б., Мухаков В. Численное решение задачи защиты агроценоза хлопчатника и ее компьютерное моделирование.....	15
Косимов И.Л., Косимова М.И. Решение некоторых сложных математических задач с помощью языка программирование высокого уровня Python.....	24
Джураева Г.Х. Модельное исследование стационарного процесса теплообмена в плоской конденсированной среде.....	35
Кабилев М.М., Гулбоев Б.Дж., Гулбоев Ф.Дж. Результаты расчёта и анализа основных характеристик стационарной волны и её структуры при горении водородо-воздушной смеси в инертной пористой среде.....	49
Олими А.Г., Охунов Н.К. Интегральное представление общего решения и задача типа линейного сопряжения для обыкновенного дифференциального уравнения специального типа с левой граничной слабосингулярной и двумя внутренними сингулярными точками.....	63
Пежман Дж. Сравнительный анализ модели порога имущества с модели чертой бедности.....	82
Садуллоев Р.И., Насруллоев К.Н. Моделирование и численные расчеты изменение температуры почвы.....	92
Пежман Дж. Метод TOPSIS и его применение для измерения границ порога бедности.....	100
Джобиров Ё.Р. Интегральное представление и решение задачи типа Коши для одного вырождающихся дифференциальных уравнений второго рода четвертого порядка во втором четверти координатных плоскостей.....	111

ФИЗИКА

Норматов И.Ш., Сабурова Г.Н., Муминов А.О., Авази Мирзо. Пространственно – высотное распределение атмосферных осадков в бассейне реки Варзоб.....	128
Рашидов Д., Табаров С.Х., Возняковский А.П., Содиков Ф.Х., Исмаилов Ш.П., Акназарова Ш.И., Дустов А.И. Структура и светостойкость графеноксидаполненного полиэтилена.....	137
Мирзохонова С.О., Норматов И.Ш. Метеорологические условия бассейна и их влияние на формирование стока реки Ягноб.....	147
Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П., Сулаймонов А.Э. Особенности генерации второй гармоники нелинейного фотоакустического сигнала в конденсированных средах с релаксацией потока тепла.....	158
Исмаилов Т.Н. К теории формирования поля температуры в металлах под действием пучка быстрых тяжелых ионов.....	169
Нодиров К.А., Абдуллаев С.Ф., Маслов В.А. Изменения климата в столичных городах Центральной Азии.....	179
Ходжибоева М.Х., Норматов И.Ш., Муминов А.О., Сабурова Г.М., Мирзо А. Сравнительный анализ метеорологических характеристик прибрежных к долинным и горным водохранилищам территорий.....	189

ХИМИЯ

Мягкова А.С., Песцов Г.В., Третьякова А.В., Воронцов В.С., Прокудина О.В., Каримов М.Б., Мухторов Л.Г. Биологическая утилизация древесных отходов с помощью штаммов гриба <i>Pleurotus Ostreatus</i>	198
Гозиев Э.Д., Рахматуллоев Б.К., Хасанов Ф.Н., Манонов К.А. Синтез и физико– химические исследования хлоридного комплексного соединения цинка с тиомочевинной.....	208
Третьякова А.В., Песцов Г.В., Мягкова А.С., Воронцов В.С., Прокудина О.В., Мухторов Л.Г., Каримов М.Б. Выращивание мицелия грибов <i>lentinula edodes</i> и <i>lentinus tigrinus</i> на различных питательных средах и субстратах.....	217
Мухторов П.А. Фазовые равновесие в системах $K, Ca, Al/So_4, F-H_2O$ при температуре $0^{\circ}C$	226
Авазов М.А., Каримов М.Б., Рузиев Б.Т., Ёров М.Ё. Производство чистого глицерина из хлопкового и льняного масел методом алкоголиза.....	235
Азизкулова О.А., Аминов Х.М., Самадов А.С., Чурабеков У.М. Кислотно-основные свойства 1-ацетил-3-тиосемикарбазида.....	246

CONTENTS

MATHEMATICS

Rajabov N., Homidov S.M. Three over determined system integral equation, when fundamental equation is third equation.....	5
Odinaev R.N., Gaforov A. B., Mukhakov V. Numerical solution of the problem of cotton agrocenosis protection and its computer simulation.....	15
Qosimov I.L., Qosimova M.I. Solving some complex mathematical problems using the high-level programming language Python.....	24
Juraeva G.Kh. Model investigation stationary process heat transfer in a flat condensed medium.....	35
Kabilov M.M., Gulboev B.J., Gulboev F. J. Results of calculation and analysis of the main characteristics of a stationary wave and its structure during combustion of a hydrogen-air mixture in an inert porous medium.....	49
Olimi A.G., Okhunov N.K. Integral representation of a general solution and a linear conjugation type problem for an ordinary differential equation of a special type with a left boundary weakly singular and two inner singular points.....	63
Pejman Jafari. Comparative analysis of the property asset threshold model with the poverty line model..	82
Sadulloev R.I., Nasrulloev Q.N. Modeling and numerical calculations change in soil temperature.....	92
Pejman J. Fuzzy TOPSIS method and its application to measuring limits of poverty threshold.....	100
Joburov Y.R. Integral representation and solution of a tile-type problem for one of the decreasing differential equations of the two-fourth order in the second quarter of the coordinate planes.....	111

PHYSICS

Normatov I.Sh., Saburova G.N., Muminov A.O., Avazi Mirzo. Spatio-altitude distribution of atmospheric precipitation in the Varzob river basin.....	128
Rashidov J., Tabarov S.Kh., Voznyakovsky A.P., Sodikov F.Kh., Ismatov Sh., Aknazarova Sh.I., Dustov A.I. Structure and light resistance graphenoxide filled polyethylene.....	137
Mirzokhonova S.O., Normatov I.Sh. Meteorological conditions of the basin and their influence on the formation of the Yagnob river flow.....	147
Salikhov T.H., Khodjaev Y.P. The features of the generation of the second harmonic of a nonlinear photoacoustic signal in condensed media with relaxation of the heat flow.....	158
Ismatov T.N. On the theory of the formation of temperature fields in metal plates under the influence of the swift heavy ion beam.....	169
Nodirov K.A., Abdullaev S.F., Maslov V.A. Climate change in Central Asian capitals.....	179
Khodjiboeva M.H., Normatov I.Sh., Saburova G.N., Muminov A.O., Avazi M. Comparative analysis of meteorological characteristics of coastal territories of valley and mountain reservoirs.....	189

CHEMISTRY

Myagkova A.S., Pestsov G.V., Tretyakova A.V., Voronsov V.S., Prokudina O.V., Karimov M.B., Mukhtorov L. G. Biological utilization of wood wastewith the help of pleurotus ostreatus mushrooms..	198
Goziev E. J., Rahmatulloev B.K., Hasanov F.N., Manonov K.A. Synthesis and physicochemical studies of zinc chloride complex compound with thiourea.....	208
Tretyakova A.V., Pestsov G.V., Myagkova A.S., Voronsov V.S., Prokudina O.V., Mukhtorov L.G., Karimov M.B. Growing the mycelium of the mushrooms lentinula edodes and lentinus tigrinus on various nutritional media and substrates.....	217
Mukhtorov P.A. Phase equilibrium in K, Mg, Ca//SO ₄ , CO ₃ -H ₂ O SYSTEM AT 0°C.....	226
Avazov M.A., Karimov M.B., Ruziev B.T., Yorov M.Y. Production of pure glycerin from cotton and flax oils by alcoholysis method.....	235
Azizkulova O.A., Aminov H.M., Samadov A.S., Jurabekov U.M. Acid-base properties of 1-acetyl-3-tiosemicarbazide.....	246

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Требования к научным статьям, поступающим в научный журнал «Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук»

Все поступающие в редакцию журнала научные статьи должны соответствовать следующим требованиям: а) статья должна быть написана с соблюдением установленных требований журнала; б) статья должна быть результатом научных исследований; в) статья должна соответствовать одному из направлений (разделов) журнала.

Все поступающие в редакцию материалы проверяются на наличие заимствований из открытых источников (плагиат), проверка выполняется с помощью системы Antiplagiat. Статьи, содержащие элементы плагиата, автоматически снимаются с рассмотрения, а авторы лишаются возможности опубликовать свою работу в журнале.

Требования к оформлению научных статей:

Статья должна быть подготовлена в формате Microsoft Word, шрифтом Times New Roman, кегль 14, поля 2,5 см со всех сторон, интервал полупетельный.

Объем статьи (включая аннотацию и список литературы) должен быть в пределах от 15 до 20 стр. формата А4 (не более чем 30-и страниц).

Статья должна иметь следующую структуру:

– индекс УДК (индекс можно получить в любой научной библиотеке);
– название статьи;

– фамилия и инициалы автора (ов) (например, Шарипов Д.М.);

– название организации, в которой работает автор статьи;

– аннотация и ключевые слова

– основной текст статьи;

– название статьи, аннотация и ключевые слова оформляются на трех языках (на таджикском, русском и английском языках). Аннотация не должна быть меньше 150 слов, ключевые слова оформляются в объеме от 7 до 10 слов или словосочетаний;

– список использованной литературы (не менее 20-30 наименований научной литературы) должны быть за последние 15-20 лет (издания не ранее 2000 г.), более ранние ссылки не должны превышать 10%. Список литературы оформляется согласно требованиям ГОСТ 7.1-2003 и ГОСТ 7.0.5-2008, и в 2 вариантах: 1) в оригинальном написании (таджикский, русский, английский); 2) все источники должны быть указаны (переведены) на английском языке;

– информация об авторе на русском и английском языках. Здесь указываются ФИО автора полностью, ученая степень, ученое звание (если имеются), название организации, в которой работает автор (авторы), должность автора (авторов) в данной организации, телефон, e-mail, а также почтовый адрес с места работы автора. При цитировании конкретного материала ссылки указываются в квадратных скобках [].

Таблицы, схемы, диаграммы и рисунки должны быть черно-белым, и нужно их сгруппировать и пронумеровать. Таблицы, схемы, диаграммы и рисунки должны иметь название на русском и английском языках.

При электронной подаче статьи необходимо представить 1 экземпляр статьи в распечатанном виде.

Статьи, не рекомендованные рецензентами к печати, не публикуются и не возвращаются авторам.

**ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук**

Научный журнал «Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук» основан в 2012 г. Выходит 4 раз в год. Печатная версия журнала зарегистрирована в Министерстве культуры Республики Таджикистан. Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации.

Журнал принимает научные статьи по следующим отраслям науки: математика (01.01.00), физика (01.04.00) и химические науки (02.00.00).

Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), регулярно предоставляет в РИНЦ информацию в виде метаданных.

Полнотекстовая версия журнала доступна на сайте издания (www.vestnik-tnu.com).

**ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук**

2023. №3.

Над номером работали:
Ответственный редактор: М.Ибодова
Редактор русского языка: О.Ашмарин
Редактор английского языка: С.Хакимова

**Издательский центр
Таджикского национального университета
по изданию научного журнала
«Вестник Таджикского национального университета.
Серия естественных наук»:**
734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.
Сайт журнала: www.vestnik-tnu.com
E-mail: vestnik-tnu@mail.ru
Тел.: (+992 37) 227-74-41

Подписано в печать 27.10.2023.